



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Conocer el dibujo para entender las matemáticas: una propuesta interdisciplinar

Presentado por: Sara Martínez Corcuera

Tipo de trabajo: Propuesta de intervención

Director/a: M^a Ángeles Crespo Sánchez-Cañamares

Ciudad: Vitoria

Fecha: 25 de julio de 2019

Resumen

Este Trabajo Fin de Máster tiene como objetivo revalorizar el papel de la expresión gráfica en la educación secundaria obligatoria como herramienta para facilitar el aprendizaje significativo del razonamiento matemático.

Con el fin de agilizar el logro de ese objetivo general se establecen una serie de objetivos específicos que se centran en el análisis del estado de la didáctica actual en el campo de la metodología interdisciplinar en las áreas de educación plástica y matemáticas.

El marco teórico, soportado por estudios de relevancia tales como el estudio TIMSS y los informes Rocard o PISA, pone en evidencia el constante declive de las ciencias.

La propuesta de intervención, trata de dar respuesta a la necesidad de mejora en dicho campo, se materializa en el desarrollo de una unidad didáctica que aúna contenidos de las asignaturas de Matemáticas y Educación Plástica, Visual y Audiovisual, del primer curso de educación secundaria, susceptibles de ser estudiados bajo un enfoque interdisciplinar.

En concreto, la Unidad Didáctica “Trazados geométricos y figuras planas”, elaborada en el contexto de la propuesta de intervención, utiliza la expresión gráfica como instrumento para la interiorización de los contenidos matemáticos y favorece, por tanto, el aprendizaje significativo de ambas materias.

Esta propuesta se concibe como un proyecto piloto, que tras ser implementado deberá ser evaluado, modificado en caso de que lo requiera y, siempre que los resultados sean alentadores, deberá verse continuado con una secuencia de propuestas, para otras Unidades Didácticas, que den continuidad a ésta y que materialicen la interdisciplinariedad Matemáticas-Educación Plástica, Visual y Audiovisual a lo largo de toda la educación secundaria.

Palabras clave: *interdisciplinariedad, aprendizaje significativo, matemáticas, expresión gráfica, educación plástica.*

Abstract

The main objective of this Master's Thesis is to help increase the value of graphic expression, in secondary education, as a tool to facilitate meaningful learning of mathematical reasoning.

In order to aid this general goal, a series of specific objectives are established. These specific objectives are focused around the analysis of the current interdisciplinary methodology in the areas of craft, design & art and mathematics.

The theoretical framework, supported by relevant studies such as the TIMSS study and the Rocard or PISA reports, highlights the constant decline of the sciences.

The teaching intervention, in an attempt to respond to the need for improvement of this field, results in the development of a teaching unit. A teaching unit that combines mathematics and artistic, visual and audiovisual education content, from the first year of secondary education, ideal to being studied whit an interdisciplinary approach.

In particular, the teaching module "Geometric patterns and figures", developed in the context of this teaching proposal, uses graphic expression as an instrument for the internalization of mathematical contents and, therefore encourages the meaningful learning of both subjects.

The proposal is conceived as a pilot project, which after being implemented should be evaluated, modified if required and, only if results are encouraging, would be followed up with a sequence of similar proposals that would give continuity to this one and which unfolds the Mathematics-Artistic, Visual & Audiovisual interdisciplinarity education throughout all secondary education.

Keywords: *interdisciplinarity, meaningful learning, mathematics, graphic expression, artistic and visual education.*

ÍNDICE

1	Introducción	1
1.1	Justificación	1
1.1.1	Respuesta a una necesidad	1
1.1.2	Interés para la comunidad educativa	2
1.1.3	Motivación personal	3
1.1.4	Limitaciones de la propuesta en el contexto de la legislación vigente	5
1.2	Planteamiento del problema	5
1.3	Objetivos	7
1.3.1	Objetivo general	7
1.3.2	Objetivos específicos	8
2	Marco Teórico	9
2.1	Búsqueda y selección de la bibliografía	9
2.2	Revisión	9
2.2.1	Evidencias del declive de las ciencias	9
2.2.2	Evidencias de la influencia de los conocimientos en matemáticas sobre la capacidad para trabajar colaborativamente	10
2.2.3	La influencia de la metodología docente en el aprendizaje de de los alumnos	11
2.2.4	Las matemáticas y su proceso de enseñanza-aprendizaje	12
2.2.5	El dibujo como herramienta para comprender las matemáticas	14
2.2.6	La interdisciplinariedad como metodología de trabajo	16
3	Propuesta de Intervención	18
3.1	Presentación de la propuesta	18
3.2	Contextualización de la propuesta	19
3.2.1	Destinatarios	19
3.2.2	Marco Legislativo	20
3.3	Intervención en el aula	20
3.3.1	Objetivos	20
3.3.2	Competencias	21
3.3.3	Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.	24
3.3.4	Metodología	31
3.3.5	Temporalización	32
3.3.6	Actividades	40
3.3.7	Recursos	43
3.3.8	Evaluación	45

3.4	Evaluación de la propuesta	60
4	Conclusiones.....	63
5	Limitaciones y prospectiva.....	66
6	Referencias bibliográficas	67
7	Anexos	70
7.1	Anexo 1. Trazados geométricos y figuras planas: contenidos.....	70
7.2	Anexo 2. Actividades.....	101

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Promedios globales en matemáticas. TIMSS 2015.	2
Tabla 2. Principios de la Educación Matemática Realista.....	13
Tabla 3. Educación Plástica, Visual y Audiovisual (1ºESO). Bloque 3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.....	25
Tabla 4. Matemáticas (1ºESO). Bloque 3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.....	26
Tabla 5. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.	28
Tabla 6. Temporalización.	33
Tabla 7. Actividades.	41
Tabla 8. Rúbrica. Actividad 14.....	49
Tabla 9. Rúbrica. Actividad 15.	50
Tabla 10. Rúbrica. Actividad 16.	52
Tabla 11. Rúbrica. Actividad 44.	53
Tabla 12. Rúbrica. Actividad 45.	54
Tabla 13. Escala para la valoración de las actividades realizadas en el aula.	56
Tabla 14. Escala para la valoración de la actitud.	56
Tabla 15. Cuestionario para la evaluación del docente.....	57
Tabla 16. Cuestionario para la autoevaluación del alumnado.....	58
Tabla 17. Cuestionario para la autoevaluación docente.....	59
Tabla 18. Matriz DAFO.	60

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. El dibujo geométrico. Elaboración propia.	71
Figura 2. Instrumentos de dibujo. Extraída de https://es.aliexpress.com	72
Figura 3. Casa Cala de Alberto Campo Baeza. Extraída de https://www.campobaeza.com	73
Figura 4. Determinación de planos, rectas y puntos. Elaboración propia.	74
Figura 5. Planos y rectas en el espacio. Elaboración propia.....	75
Figura 6. Tipos de ángulos. Elaboración propia.	76
Figura 7. Ángulos complementarios y suplementarios. Elaboración propia.	77
Figura 8. Ángulos y polígonos. Elaboración propia.	77
Figura 9. Trazado de paralelas y perpendiculares. Elaboración propia.	78
Figura 10. Mediatriz de un segmento. Elaboración propia.	79
Figura 11. Bisectriz de un ángulo. Elaboración propia.	79
Figura 12. El compás como transportador de segmentos. Elaboración propia.....	80
Figura 13. El compás como transportador de ángulos. Elaboración propia.	80
Figura 14. Elementos de un polígono. Elaboración propia.	82
Figura 15. Nomenclatura de un polígono. Elaboración propia.	82
Figura 16. Clasificación de los triángulos. Elaboración propia.	83
Figura 17. Clasificación de los cuadriláteros. Elaboración propia.....	84
Figura 18. Construcción del triángulo equilátero conocido el lado. Elaboración propia.....	86
Figura 19. Construcción del cuadrado conocido el lado. Elaboración propia.	86
Figura 20. Construcción del hexágono conocido el lado. Elaboración propia.	87
Figura 21. Construcción del triángulo equilátero conocido el radio. Elaboración propia.....	88
Figura 22. Construcción del cuadrado conocido el radio. Elaboración propia.	88
Figura 23. Construcción del hexágono conocido el radio. Elaboración propia.....	89
Figura 24. Construcción del octógono conocido el radio. Elaboración propia.	90
Figura 25. Construcción de polígonos estrellados. Elaboración propia.	91
Figura 26. Suma de los ángulos de un triángulo. Elaboración propia.	93
Figura 27. Suma de los ángulos de un polígono. Elaboración propia.	93
Figura 28. Teorema de Pitágoras. Elaboración propia.....	94
Figura 29. Demostración teorema de Pitágoras. Elaboración propia.	95
Figura 30. Aplicaciones del Teorema de Pitágoras. Elaboración propia.....	96
Figura 31. Concepto de área. Elaboración propia.....	96
Figura 32. Área del rectángulo y del cuadrado. Elaboración propia.	97
Figura 33. Área del romboide. Elaboración propia.	97

Figura 34. Área del triángulo. Elaboración propia.	98
Figura 35. Área del rombo. Elaboración propia.	98
Figura 36. Área del trapecio. Elaboración propia.....	99
Figura 37. Área de un polígono regular. Elaboración propia.	99
Figura 38. Área de un polígono irregular. Elaboración propia.	100

1 Introducción

El origen de la propuesta se halla en el contexto de la interdisciplinariedad de las asignaturas de dibujo y matemáticas, dos materias distantes en el sistema educativo actual pero paradójicamente estrechamente ligadas desde otrora.

1.1 Justificación

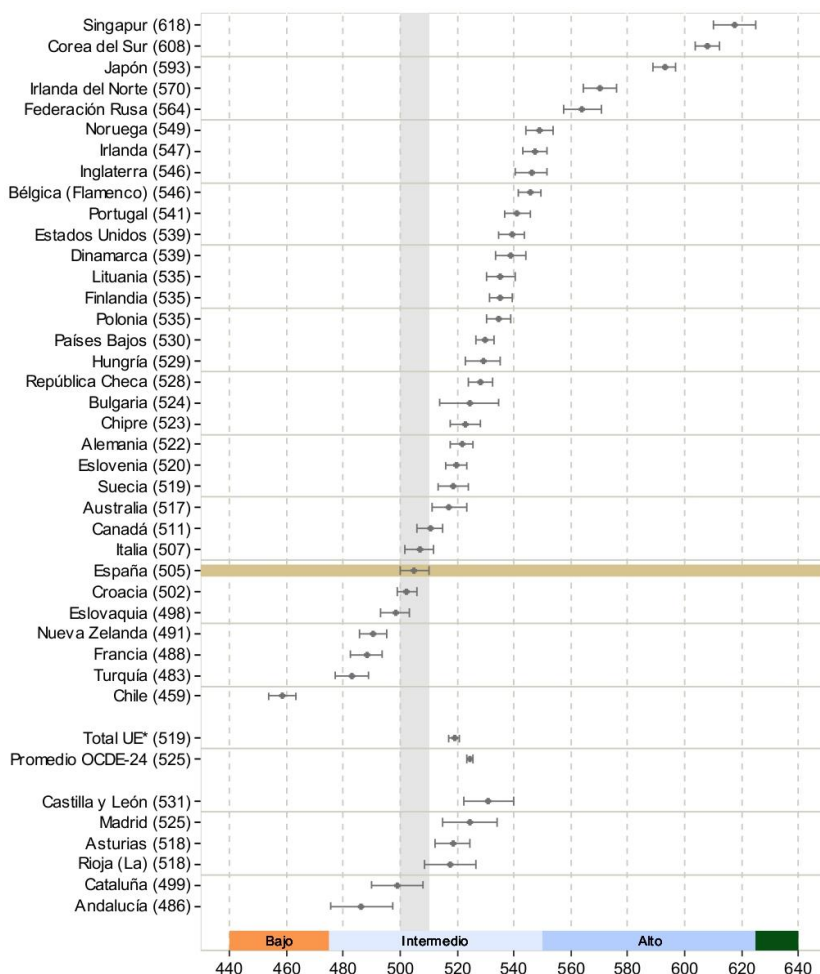
1.1.1 Respuesta a una necesidad

Durante los últimos años, reconocidos informes, tales como el estudio TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) elaborado por la IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement), que en nuestro país únicamente se realiza entre el alumnado de 4º de Educación Primaria, o el informe PISA (Programme for International Student Assessment) obra de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), sobre el rendimiento académico, han puesto en evidencia la significativa diferencia, que nos sitúa por debajo, entre los resultados obtenidos por los estudiantes españoles y los resultados promedio obtenidos por los alumnos de los países de la OCDE-24 en el campo de las ciencias, y todo pese a que España ha experimentado durante los últimos años una notable mejoría tanto en matemáticas como ciencias (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016; OCDE, 2016).

Parece ser que detrás de este bajo rendimiento, que nos ubica prácticamente a la cola del ranking de dichos estudios, se hallan diversas circunstancias sociales, económicas y culturales, tales como el nivel de estudio de los progenitores, los recursos domésticos, la titularidad del centro, su localización o la motivación de la enseñanza (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016).

Marchesi (2003) también cita, reconociendo la falta de recursos educativos y la falta de autonomía de los centros para desarrollar proyectos propios, en un informe encargado por la Fundación Alternativas en el que se analizan las causas del fracaso escolar en España, a la estructura y organización de los que disponen los centros escolares como uno de los factores que influyen en el malogro académico, e insiste en la necesidad de estimular a los alumnos.

Tabla 1. Promedios globales en matemáticas. TIMSS 2015.



Fuente: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016.

Así, en este contexto, en el que la necesidad de dar respuesta al acusado fracaso escolar en el área de ciencias es inminente, surge la idea de recurrir a la interdisciplinariedad, como metodología atractiva y motivadora, entre dos áreas de ciencias notablemente castigadas por los resultados, las matemáticas y el dibujo, con el objetivo de reforzar y mejorar el aprendizaje significativo de ambas áreas.

1.1.2 Interés para la comunidad educativa

Galileo decía que las matemáticas eran el lenguaje con el que Dios había escrito el Universo. Con esta reflexión, el astrónomo italiano ilustraba que las matemáticas están presentes en todo lo que nos rodea (...). Los expertos en educación coinciden en subrayar que son una asignatura básica para el desarrollo intelectual, pues ayudan a los niños a razonar de forma lógica y ordenada y a preparar su mente para la crítica y la abstracción (Guerrero y Viciosa, 2014).

Tal y como se refleja en la cita anterior, las matemáticas son consideradas el eje vertebrador del desarrollo cognitivo humano (Montesinos, 2000), por lo que cualquier aportación que promueva una mejora en la formación matemática del alumnado debe ser recogida con entusiasmo por la comunidad educativa.

Así, en el caso concreto de la propuesta que nos ocupa, su conveniencia para la formación académica se soporta en dos pilares fundamentales:

- La presente necesidad, por parte de la comunidad educativa, de potenciar el interés por las asignaturas de ciencias. Esta condición se hace evidente, entre otros indicadores, con la publicación de los resultados del informe PISA, que de manera constante, edición tras edición, reflejan los bajos niveles del sistema educativo español en estas áreas. (OCDE, 2016)
- El hecho de que la propuesta se sustenta en el desarrollo de una estrategia metodológica, la interdisciplinariedad que, tal y como aboga la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato, en su artículo 6, permite trabajar por competencias en el aula. De igual modo, el carácter interdisciplinar de la propuesta requiere una metodología activa, contextualizada que facilita la participación consciente del alumno y potencia el aprendizaje significativo.

1.1.3 Motivación personal

Desde la visión de la autora del presente trabajo, cabe mencionar que inició, hace ya algo más de una década, su andadura profesional en el campo de la educación no reglada. Años en los que ha impartido clases, a nivel particular, en distintos cursos y de diversas materias, centrándose durante los primeros años en asignaturas ligadas al dibujo y la expresión gráfica y posteriormente, en el último lustro, abriendo el abanico para abarcar otras asignaturas como matemáticas, física y química.

Así, esta propuesta de intervención nace también, en este contexto, con el objetivo de dar respuesta a una de las necesidades detectadas durante su práctica docente: ante la dificultad que manifiestan un porcentaje notable de alumnos para entender aspectos matemáticos ligados a la geometría, revalorizar el papel del dibujo y la expresión gráfica en el sistema educativo, entendiendo éste como una herramienta imprescindible para la asimilación de determinados conceptos matemáticos. Se trataría de utilizar todo el potencial del arte y la creatividad al que aluden Acaso y Megías (2019) para revolucionar la forma de enseñar en el aula, procurando un

paradigma didáctico que tenga sus bases en la expresión artística.

Con el objetivo de aproximar al lector a la raíz del problema y de ilustrar dicha situación personal, desde la que la autora ha sido testigo de la dificultad que presentan algunos alumnos para afrontar cuestiones matemáticas vinculadas a la geometría y/o el dibujo técnico, se recogen a continuación alguna de las experiencias vividas en primera persona:

- En el contexto de Matemáticas II (Segundo curso de Bachillerato en la modalidad de Ciencias): Imposibilidad de resolver un problema de optimización referido a la capacidad de una piscina, cuya volumetría responde a la de un paralelepípedo rectangular, por no ser capaz de visualizar el cuerpo geométrico.
- En el contexto de Matemáticas I y II (Primer y segundo curso de Bachillerato en la modalidad de Ciencias): Incapacidad de visualizar espacialmente las cuestiones relativas a la geometría analítica que se les plantean.
- En el contexto de Matemáticas I (Primer curso de Bachillerato en la modalidad de Ciencias): Dificultad para la resolución e interpretación gráfica de un sistema de ecuaciones.
- En el contexto de las Matemáticas Académicas de 4º de ESO: Dificultad para interpretar la circunferencia goniométrica y reducir las razones trigonométricas al primer cuadrante. Los alumnos se aprenden las relaciones entre los distintos ángulos de memoria sin ser capaces de razonarlas y expresarlas mediante su representación gráfica.

Situaciones originadas por la escasa importancia que el actual sistema educativo español, que clasifica a la Educación Plástica, Visual y Audiovisual como asignatura específica (España, 2013), otorga a la expresión gráfica y a todos los contenidos vinculados con ella. Infravaloración de una disciplina que queda reflejada en el análisis de dominios de contenidos del ya citado estudio TIMSS. En este estudio, que elabora un análisis por contenidos, los peores resultados para las matemáticas (tanto si lo comparamos con los otros dominios en matemáticas como si lo hacemos con la media respecto del promedio de la OCDE-24) se obtienen en “formas y medidas geométricas”. Dominio, el de “formas y medidas geométricas”, que, tal y como se recoge, tan solo ha sido visto en el aula por el 58% de los alumnos españoles. Dato que parece estar en consonancia con el nivel de rendimiento obtenido (el más bajo de todos los del área de matemáticas) y contrasta con la cobertura, en España, del resto de contenidos de la misma materia, que se sitúan en

porcentajes que oscilan entre el 74% y el 86%. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, p. 149)

1.1.4 Limitaciones de la propuesta en el contexto de la legislación vigente

La unidad didáctica estará enfocada a los cursos de Educación Secundaria Obligatoria. Su ubicación en este periodo concreto de la educación responde a la intención de que los contenidos integrados en la misma lleguen al mayor número posible de alumnos. Y es que, dado que esta unidad didáctica se plantea como una llave o ayuda clave para la asimilación de los conceptos matemáticos, tanto de los cursos de ESO como de los de bachiller, lo ideal sería que llegase, lo antes posible en el tiempo y a la totalidad del alumnado de secundaria.

Pero debe tenerse en cuenta que la propia organización de los cursos de ESO, establecida por la legislación actual, hacen inviable tal deseo, ya que mientras Matemáticas es una asignatura troncal general en todos los cursos de esta etapa (independientemente de que el itinerario elegido esté orientado a enseñanzas académicas o a enseñanzas aplicadas), la asignatura Educación Plástica, Visual y Audiovisual ha sido catalogada por la LOMCE como asignatura específica y por tanto, no todos los alumnos, con carácter general, cursan esta asignatura, ya que su impartición en los centros depende de la oferta educativa que establece tanto cada Administración educativa como cada centro en concreto.

Por todo ello, debido a la interdisciplinariedad dibujo-matemáticas desde la que se plantea la unidad didáctica y el carácter específico, y no obligatorio, de la asignatura Educación Plástica, Visual y Audiovisual, debe tenerse en cuenta que la posibilidad de implementar esta unidad didáctica queda limitada a los centros que ofertan dicha asignatura; y que, por tanto, sus contenidos únicamente llegarán a los alumnos que, o bien de manera voluntaria o bien obligados por la inexistencia de otras opciones de elección en su centro, cursen la misma.

1.2 Planteamiento del problema

Como ya se ha indicado, esta propuesta de intervención nace con la intención de dar respuesta a algunas de las dificultades detectadas, para la comprensión de determinados conceptos de la asignatura de matemáticas ligados al campo de la expresión gráfica. Se trata de evitar que los alumnos experimenten un aprendizaje superficial de la materia, recurriendo al dibujo como herramienta para potenciar el

aprendizaje significativo de la misma, especialmente en aquellos contenidos en que ambas materias son oportunamente vinculables, como por ejemplo el *Bloque 3: Dibujo Técnico* de la asignatura Educación Plástica Visual y Audiovisual (1ºESO) y el *Bloque 3: Geometría* de la asignatura Matemáticas. (Orden EDU/362/2015, p.32310; Real Decreto 1105/2014, p. 409).

De los datos extraídos, en relación a los contenidos matemáticos vinculados a la geometría, del último estudio TIMMS (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, p. 149), corroborados, además, en primera persona por las experiencias relatadas anteriormente, se desprende que en numerosas ocasiones los educandos carecen de los oportunos conocimientos en materia de geometría y expresión gráfica. Esta situación lleva a los alumnos a no comprender determinadas cuestiones matemáticas ligadas a éstos y, por ende, a aprender memorísticamente fórmulas que no entienden y que aplican mecánicamente para la resolución de ejercicios "tipo". Y es que, una de las condiciones indispensables para que se dé el aprendizaje significativo es que el alumno comprenda aquello que estudia y relacione el nuevo contenido con aquello que sabe; modo de aprendizaje que se contrapone al enfoque superficial, en el que la intención básica del estudiante es cumplir lo que se le pide para poder contestar las preguntas del profesor (Font, 1994). Así en la práctica, los alumnos que no son capaces de relacionar el nuevo contenido con ningún concepto anterior están condenados a experimentar un mero aprendizaje memorístico que, contrariamente a lo deseado, difiere notablemente de ser un aprendizaje profundo y significativo.

Por otro lado, la propuesta de intervención también trata de poner en valor la educación de la expresión gráfica, su vinculación con asignaturas tan relevantes para el desarrollo cognitivo como las matemáticas y su importante papel como herramienta para mejorar el aprendizaje de éstas.

Además, el uso de una metodología interdisciplinar dibujo-matemáticas les permite a los alumnos comprender mejor la aplicación práctica que pueden tener los contenidos conceptuales aprendidos en ambas materias. En contraposición a lo que ocurre con la metodología multidisciplinar tradicional en la que, a pesar de que existen contenidos comunes a varias asignaturas, el conocimiento se imparte de forma independiente desde cada disciplina, corriendo el riesgo de que el conocimiento sea fragmentado y los contenidos desvinculados de todo contexto (Delgado, 2009, p.13), el hecho de abordar dichos contenidos de manera simultánea y vinculante ayudará a los alumnos a entender que el dibujo técnico requiere del

razonamiento matemático para su entendimiento y que las matemáticas demandan capacidad espacial para visualizarlas, representarlas e interiorizarlas. Bishop (1983) defiende esta interrelación entre espacio físico y matemáticas afirmando que la Geometría es la Matemática del espacio (p.16) y Villarroel y Sgreccia (2011) aluden a la búsqueda y creación, por parte del abstracto mundo matemático, de modelos físicos o gráficos para representarse así como a la necesidad de explicar el mundo físico a través de modelos matemáticos en los que la geometría desempeña un papel fundamental (p. 76).

Para la materialización en el aula de esta metodología multidisciplinar se recurrirá a la realización de actividades vinculadas al mundo de la expresión gráfica, en las que tanto las matemáticas como el dibujo tengan cabida de forma sustancial, con el objetivo también, de que la cognición situada, ayude a incrementar la motivación de los alumnos por ambas asignaturas.

Así, puede concluirse que el objeto del presente Trabajo Fin de Máster, bajo el título "Conocer el dibujo para entender las matemáticas", es el desarrollo de una propuesta de intervención, basada en la interdisciplinariedad entre los departamentos de Dibujo y Matemáticas, que se materializará con la redacción de una unidad didáctica que aglutine los contenidos vinculables de las dos materias. Contenidos teóricos y prácticos que serán adquiridos, simultáneamente, desde la óptica de la expresión gráfica y el razonamiento matemático.

Es importante señalar que, en último lugar, el hecho de que la propuesta logre su propósito, no solo dependerá del buen desarrollo de la propuesta de intervención sino que, estará condicionado por la calidad de su implementación en el aula, momento en el que entra en juego el arraigo, escaso hasta el momento (Zavala y Salinas, 2017), de la metodología interdisciplinar en el campo educativo y la implicación de sus docentes.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

El objetivo general del Trabajo Fin de Máster que nos ocupa es:

Desarrollar una propuesta de intervención educativa, para la etapa de educación secundaria obligatoria, basada en la interdisciplinariedad de las materias dibujo técnico y matemáticas que revalorice el papel de la expresión gráfica como herramienta para el aprendizaje significativo del razonamiento matemático.

1.3.2 Objetivos específicos

Con la intención de lograr con éxito suficiente el objetivo general, y de guiar el camino para su consecución, se establecen los siguientes objetivos específicos:

- OE1. Elegir un curso o cursos y desarrollar una unidad didáctica (UD) que aglutine los conocimientos matemáticos y de dibujo susceptibles de ser impartidos de manera conjunta mediante una metodología interdisciplinar.
- OE2. Investigar sobre la interdisciplinariedad como metodología docente.
- OE3. Implementar la interdisciplinariedad como metodología para el desarrollo de la UD.
- OE4. Mostrar a los alumnos las aplicaciones prácticas de los contenidos adquiridos en las materias de dibujo y matemáticas mediante el desarrollo de actividades basadas en la cognición situada, y vinculadas con sus propios intereses.
- OE5. Fomentar el arraigo de la interdisciplinariedad como metodología docente.

2 Marco Teórico

2.1 Búsqueda y selección de la bibliografía

La revisión bibliográfica y la selección de documentos relevantes para la elaboración del presente trabajo fin de máster se ha llevado a cabo mediante un proceso de búsqueda y consulta en diversas fuentes. Entre las fuentes consultadas a través de la red pueden citarse los buscadores especializados en contenidos académicos Google Scholar, Dialnet, RefSeek, HighBeam Research y ERIC, el Repositorio Institucional de la UNIR, la biblioteca de la UNIR y la legislación vigente en materia de educación, mientras que de forma física se ha consultado el propio temario del Máster en Formación del Profesorado de la UNIR y las secciones de educación de varias de las bibliotecas municipales de las ciudades de Vitoria, Bilbao y Burgos.

Como criterios de selección se han establecido la prioridad de fuentes primarias y la actualidad de los informes y documentos.

2.2 Revisión

A continuación se incluye la revisión efectuada, estructurada según los diferentes ámbitos del campo educativo en los que se pretende profundizar y que servirán de guía para la contextualización y elaboración del documento final.

Esta revisión se inicia con la recopilación de evidencias científicas que avalan la problemática detectada a nivel personal por parte de la autora, continúa con la búsqueda del posible origen de tales circunstancias, la indagación en el estado actual de la didáctica en los campos del dibujo y las matemáticas, la búsqueda de informes cuantitativos que reflejen la influencia de las representaciones gráficas en el razonamiento matemático y finaliza con la búsqueda de referentes en la aplicación de la interdisciplinariedad y la cognición situada.

2.2.1 Evidencias del declive de las ciencias

Pese a que España ha experimentado durante los últimos años una leve mejoría en los resultados obtenidos, para las materias de ciencias, en informes tales como PISA o TIMSS, todavía seguimos ocupando puestos que se sitúan a la cola, muy por debajo de la media obtenida por los países de la OCDE-24, de dichos rankings (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016; OCDE, 2016).

Un declive del que ya en el 2006 se hacía eco el llamado Informe Rocard; un informe presidido por el ex primer ministro francés Michel Rocard en el que un grupo de expertos trataba de constatar la percepción de los alumnos europeos sobre las áreas de ciencias y su enseñanza. Los resultados, desalentadores, de este informe mostraron un alumnado insatisfecho, en un 85%, con la calidad de la enseñanza científica del momento (European Comision, 2007).

En ese mismo informe se alude a varias razones como origen de la desmotivación de los alumnos por las ciencias, pero entre ellas se presta especial atención a la evidencia de la conexión entre la actitud de los alumnos frente a dichas materias y la metodología empleada para enseñar éstas en las aulas. (European Comision, 2007).

Parece, por ello, evidente que el sistema requiere de nuevas fórmulas metodológicas que motiven a los alumnos y que, en consecuencia, provoquen la salida del estancamiento en el que nos hallamos. Entre las acciones que recoge el ya citado informe Rocard, se defienden la experimentación y la investigación como las mejores metodologías para combatir la falta de interés. (European Comision, 2007).

Será, precisamente, el camino de la experimentación metodológica, a través de una propuesta interdisciplinar, el seleccionado para lograr el objetivo general de este Trabajo Fin de Máster: *revalorizar el papel de la expresión gráfica como herramienta para el aprendizaje significativo del razonamiento matemático*.

2.2.2 Evidencias de la influencia de los conocimientos en matemáticas sobre la capacidad para trabajar colaborativamente

En noviembre de 2017, el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA) publicaba el informe "Collaborative problem solving" en el que se reflejaban los resultados obtenidos en un proceso en el que se evaluaba la capacidad de los alumnos para resolver problemas de forma colaborativa (entendida esta como la habilidad de un individuo de encontrar la solución a una cuestión compartiendo conocimiento y esfuerzos junto a otros agentes). De este informe se desprendía que en España, sólo un 4% de los estudiantes (frente al 20% de Singapur, el país con la mejor puntuación en esta área) están preparados para resolver tareas en grupo situándose además por debajo de la media europea. (Stegmann, 2017).

Pero lo más sorprendente de dicho informe es la correlación que destaca entre la capacidad de los alumnos para trabajar colaborativamente y sus habilidades en Matemáticas, Ciencia y Lectura.

«Como era de esperar, el nuevo estudio PISA muestra que los estudiantes con habilidades de lectura o matemáticas más sólidas también tienden a ser mejores en la resolución colaborativa de problemas, simplemente porque la gestión e interpretación de la información y el razonamiento complejo siempre son necesarios para resolver problemas. Los países con mejores resultados en PISA, como Japón, Corea y Singapur en Asia, Estonia y Finlandia en Europa, o Canadá en América del Norte, también salen bien en la evaluación PISA de solución de problemas en colaboración», explica Schleicher. (Stegmann, 2017).

Todo ello en un contexto en el que la sociedad, progresivamente más y más interdependiente, demanda, acrecentadamente, personas capaces de afrontar y resolver problemas de forma colaborativa. No en vano, la educación en la enseñanza obligatoria debe concebirse como un amplio proyecto educativo con la finalidad de la integración cultural de niños y jóvenes, para darles la oportunidad de adquirir las competencias sociales deseables. (Carreriro da Costa, 1995, p.11).

Es por ello que parece evidente que la escuela del presente (y por ende la del futuro) debe, por tanto, apostar por fomentar las habilidades sociales, alejándose del modelo individualista que prima en la enseñanza tradicional y favoreciendo para ello todos los factores que influyen positivamente sobre estas, tal y como parece ser que ocurre, entre otros, con las habilidades matemáticas.

Y si esto es así, la propuesta que aquí se presenta, no solo estará contribuyendo, a través de la expresión gráfica, a mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas sino que de forma indirecta también estará repercutiendo muy positivamente en el desarrollo de las competencias sociales de los educandos.

2.2.3 La influencia de la metodología docente en el aprendizaje de los alumnos

Entendido por acto didáctico o metodología docente la manera de materializar el proceso de enseñanza del conjunto de contenidos que configuran el currículum (Catañer y Trigo, 1995, p. 76), revisaremos la influencia de éste sobre el proceso de aprendizaje de los alumnos.

En la comunicación que, en julio de 2008, la Comisión de las Comunidades Europeas emitía al Parlamento Europeo y al resto de organismo directivos y consultivos de la UE bajo el título “Mejorar las competencias en el siglo XXI: agenda para la cooperación europea en las escuelas” (Comisión de las Comunidades

Europeas, 2008), y basándose en la información extraída de una consulta pública sobre “La escuela en el siglo XXI” llevada a cabo por la misma Comisión y celebrada un año antes con el fin de recoger datos relevantes sobre los distintos agentes involucrados en la educación, establecía la formación del profesorado como uno de los retos más importantes a los que se enfrentaba el sistema educativo y además describía la calidad del profesorado como el factor interno de la escuela que mayor incidencia tenía sobre el rendimiento escolar. Al mismo tiempo se hacía alusión a las deficiencias en las capacidades docentes que presentaban la mayoría de países y a la escasez de inversiones en formación del profesorado y se ponía de manifiesto la necesidad de presentar la enseñanza como una actividad orientada a la investigación activa de los alumnos.

También el informe Rocard justifica la falta de interés en las materias de ciencias en base a la forma en la que estas se imparten en las aulas (European Comision, 2007).

Por ello, parece imprescindible pensar en un nuevo hacer metodológico como motor de un cambio en el que los alumnos, motivados por su aprendizaje, se transformen en el eje central del sistema.

2.2.4 Las matemáticas y su proceso de enseñanza-aprendizaje

En relación a la didáctica de las matemáticas, pero extensible a la didáctica de cualquier disciplina, sorprende la todavía hoy rabiosa actualidad de estas palabras escritas, con motivo de un homenaje al célebre investigador científico en matemáticas Pedro Puig Adam, hace ya cerca de 35 años:

La evolución de la Didáctica actual se caracteriza por una primacía del acto de aprender sobre el acto de enseñar, y por el desplazamiento consiguiente del centro de la enseñanza. El centro de la Didáctica clásica era el maestro: su acción, transmitir conocimientos. Se pensaba que quien tuviera la fortuna de recibir lecciones de un transmisor claro y ordenado había de aprender necesariamente, porque aprender en tal concepción de la enseñanza era eso: recibir, es decir, lo pasivo, lo condicionado, mientras lo activo, lo determinado era enseñar, era transmitir.

Se ha tardado no poco en tener conciencia clara de que el acto de aprender es mucho más complicado que lo que supone la recepción pasiva de conocimientos transmitidos; que no hay aprendizaje donde no hay acción, y que, en definitiva, enseñar bien ya no es transmitir bien, sino saber guiar al alumno en su acción de aprendizaje. Esta acción del alumno ha terminado así

primando sobre la acción del maestro, condicionándola totalmente y subvirtiendo la primacía inicial de sus papeles. El centro de la enseñanza ya no es hoy el maestro, sino el alumno. Rotunda verdad, que de puro sencilla mucho maestros no han asimilado hoy todavía (Fernández, 1985, p.27).

Por otro lado, la Educación Matemática Realista, corriente fundada en los años 60 por Hans Freudenthal, matemático alemán, como oposición al enfoque de la enseñanza tradicional de la aritmética defiende, como idea fundamental, que las matemáticas deben ser conectadas con la realidad. (Alsina, 2009)

Actualmente la Educación Matemática Realista se fundamenta en seis principios que Alsina (2009) recoge de manera sintética, junto con opciones de trabajo para cada uno de ellos, en la siguiente tabla:

Tabla 2. Principios de la Educación Matemática Realista.

	¿Qué es?	¿Cómo puede trabajarse?
Principio de actividad	Las matemáticas se consideran una actividad humana. La finalidad de las matemáticas es matematizar (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia matemática. La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema.	Matematizar involucra principalmente generalizar y formalizar. Formalizar implica modelizar, simbolizar, esquematizar y definir, y generalizar conlleva reflexión.
Principio de realidad	Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en contextos reales. Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.	El contexto de los problemas que se presentan a los alumnos puede ser el mundo real, pero esto no es necesariamente siempre así. Es necesario que progresivamente se desprendan de la vida cotidiana para adquirir un carácter más general, o sea, para transformarse en modelos matemáticos.
Principio de niveles	Los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión: Situacional: en el contexto de la situación. Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc. General: exploración, reflexión y generalización. Formal: Procedimientos estándares y notación convencional.	Esquematización progresiva (profesor) y reinención guiada (aprendiz): las situaciones de la vida cotidiana son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.

Principio de guía	Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal.	Presentar situaciones problemáticas abiertas que ofrezcan una variedad de estrategias de solución. Permitir que los estudiantes muestren sus estrategias e invenciones a otros. Discutir el grado de eficacia de las estrategias usadas.
Principio de interacción	La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.	La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como una plataforma para alcanzar los formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar.
Principio de interconexión	Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría...) no pueden ser tratados como entidades separadas.	Las situaciones problemáticas deberían incluir contenidos matemáticos interrelacionados.

Fuente: Alsina (2009), pp. 121-122.

A pesar de que, como deja patente tanto esta corriente como la cita recogida anteriormente, la necesidad de un cambio metodológico en la didáctica de las matemáticas era ya un hecho evidente hace más de tres décadas. Todavía hoy, momento en el que se exige a los docentes un cambio de actitud que les lleve a un trabajo en equipo, cooperativo y de colaboración entre departamentos didácticos (Zavala y Salinas, 2017), sigue siendo un tema pendiente.

El presente Trabajo Fin de Máster ahondará en el cambio metodológico, recogiendo todos los principios de la Educación Matemática Realista. Se materializará, por tanto, una propuesta de intervención activa, realista, estructurada en niveles, guiada, con cabida para el trabajo colaborativo y la socialización e interconectada con la asignatura de Educación Plástica, Visual y Audiovisual.

2.2.5 El dibujo como herramienta para comprender las matemáticas

En la literatura que aborda la didáctica matemática son abundantes y continuas las alusiones al poder de la geometría y la representación gráfica como soporte del

aprendizaje significativo de las ciencias exactas. A continuación se recogen algunas muy significativas.

Vivir la geometría en la escuela puede ser una experiencia feliz si basamos su aprendizaje en actividades constructivas, sensibles y lúdicas. De todas las disciplinas matemáticas la Geometría es la que mayores posibilidades ofrece a la hora de experimentar, mediante materiales adecuados, sus métodos, sus conceptos, sus propiedades y sus problemas. Es por ello que la enseñanza geométrica no debe sucumbir a las limitaciones formales, simbólicas y algebraicas de los conocimientos matemáticos: será precisamente en este primer estadio de sensibilidad donde el tacto, la vista, el dibujo y la manipulación permitirán familiarizar al alumno con todo un mundo de formas, figuras y movimientos sobre el cual asentar posteriormente los modelos abstractos (Alsina, Burgués y Fortuna, 1999).

Las Matemáticas, como las otras Ciencias y las otras Artes, no pueden permanecer ancladas en un pasado literario con regusto a pizarra y tiza. Y ahora más que nunca nuevos materiales vienen a posibilitar nuevos horizontes (Alsina, Burgués y Fortuna, 1999).

De todas las ramas de la Matemática, la Geometría es una de las más intuitivas, concretas y ligadas a la realidad que conocemos. Por ello, ofrece numerosas posibilidades para experimentar mediante materiales adecuados, sus métodos, conceptos, propiedades y problemas. ...Sin embargo, son pocos los docentes que están al tanto de ello o que se animan a aplicarlos en sus clases (Villarroel y Sgreccia, 2011, p.73).

De igual modo, existen ya consagrados, aunque escasos, materiales curriculares basados en la interdisciplinariedad de las matemáticas y el dibujo técnico. En este sentido cabe destacar una publicación de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid, en la que bajo el título Dibujo, Matemáticas y Tecnología para vivir en la Comunidad de Madrid, se presenta un proyecto curricular que gira en torno al supuesto práctico de adquirir una vivienda (Ortega, 2002). Esta publicación, que consiguió el Tercer Premio en el Noveno Certamen de Materiales de Desarrollo Curricular, con marcado carácter interdisciplinar se alza como la gran instigadora de este trabajo que, si bien no pretende su ambición en extensión y alcance, sí que recogerá sus mismos principios.

2.2.6 La interdisciplinariedad como metodología de trabajo

Una disciplina es una manera de organizar y delimitar un territorio de trabajo, de concentrar la investigación y las experiencias dentro de un determinado ángulo de visión. De ahí que cada disciplina os ofrezca una imagen particular de la realidad, o sea, de aquella parte que entra en el ángulo de su objetivo. (Torres, 2006, p.58).

Solo conociendo el concepto de disciplina podremos llegar a comprender el significado y alcance de las metodologías multidisciplinar e interdisciplinar. Mientras que la multidisciplinariedad opta por la impartición del conocimiento desde varias disciplinas o departamentos que se limitan a abordar los contenidos desde su campo concreto, corriendo el riesgo de que el conocimiento llegue a fragmentarse y desvincularse de su contexto (Delgado, 2009, p.13), la interdisciplinariedad, que trata de integrar los contenidos y métodos de varias disciplinas para lograr una comprensión global del entorno, nace con la finalidad de corregir la esterilidad que provoca un sistema excesivamente compartimentado y sin comunicación entre disciplinas. (Torres, 2006, p.65).

Si bien, tanto la multidisciplinariedad como la interdisciplinariedad gozan de partidarios acérrimos de una y otra postura, es preciso reconocer que la defensa de la interdisciplinariedad está cobrando un inusitado vigor en los últimos tiempos. (Torres, 2016, p. 47).

El actual interés por la interdisciplinariedad tiene mucho que ver con el carácter multifacético y complejo del entorno sociocultural, que requiere de una comprensión holística que no puede lograrse desde el punto de vista de una única asignatura, sino que necesita de la intervención de varias, es decir, de un tratamiento interdisciplinario. (Figueredo, López y González, 2018).

Alumnos y alumnas con una educación mas interdisciplinar están más capacitados para enfrentarse a problemas que trascienden los límites de una disciplina concreta y para detectar, analizar y solucionar problemas nuevos con los que nunca antes se han visto (Torres, 2016, p. 75).

Pero debe tenerse en cuenta que los beneficios de la metodología interdisciplinar, estarán supeditados a la superación de una serie de dificultades, entre las que destacan las dificultades intrínsecas a la propia interdisciplina tales como la orientación profesional y el lenguaje propio de cada uno de los miembros del equipo docente, las dificultades generadas por el propio equipo docente, tales como la

necesidad innata de las personas de marcar diferencias, y las externas a éste, tales como el tamaño del equipo interdisciplinario, la temporalización o la distribución de tareas (Gastañer y Trigo, 1995, p.92).

3 Propuesta de Intervención

3.1 Presentación de la propuesta

En el presente Trabajo Fin de Máster crearemos una Propuesta, piloto, de Intervención, interdisciplinar, que aglutine contenidos comunes de las materias de Matemáticas y Educación Plástica, Visual y Audiovisual para el primer curso de Educación Secundaria Obligatoria.

La idea es que los profesores de Educación Plástica, Visual y Audiovisual impartan la presente Unidad Didáctica, y las posibles venideras, de manera conjunta, aunando sus horarios en el aula y compartiendo tiempo y espacio, con el objetivo de que los alumnos perciban el contenido asociado al tema de forma ligada y unitaria y no de manera sesgada, bajo la óptica aislada de cada una de las ciencias, tal y como ocurre con el tratamiento disciplinar de la enseñanza ordinaria.

En concreto, esta Unidad Didáctica, bajo el título “Figuras Planas”, le aportará al alumno los conocimientos necesarios para que, a partir de este momento, éste sea capaz de reconocer, distinguir, construir y elaborar representaciones y cálculos relativos a figuras planas; vinculando en todo momento los conceptos de dibujo, geometría y cálculo matemático.

Dado que se trata de una propuesta basada en un enfoque multidisciplinar, actualmente, no se dispone de bibliografía o material alguno que pueda utilizarse como guía o referencia para la docencia de sus contenidos específicos, por lo tanto, será objeto, también, del trabajo que nos ocupa, la elaboración del material didáctico que recoja y vincule los contenidos de ambas disciplinas.

Este material didáctico será confeccionado en forma de Unidad Didáctica, recogerá contenidos propios de ambas disciplinas y les dará un enfoque unitario, fusionando las materias, sus procedimientos y aplicaciones. El material, extraído de diversas fuentes, se adaptará al nivel de 1º de ESO, curso al que va destinada dicha propuesta de intervención, y permitirá su adaptación a los distintos ritmos de aprendizaje. Asimismo, las actividades vinculadas a la unidad estarán fundamentadas en la cognición situada y procurarán en los alumnos un aprendizaje significativo.

Cabe destacar, que en último lugar, el desarrollo de la presente propuesta de intervención estará condicionado por el buen, o no, hacer del equipo docente, fundamentalmente por la actitud que adopten los integrantes de los departamentos

de matemáticas y expresión plástica, que deberán trabajar de forma cooperativa, aunando esfuerzos y compartiendo responsabilidades.

A lo largo de la implementación de la propuesta de intervención en el aula, se realizarán un nutrido número de actividades que permitirán, a través de un proceso de aprendizaje comprometido y activo, desarrollar las competencias clave y alcanzar los objetivos que para tal Unidad Didáctica se concretan.

El objetivo final es que esta Unidad Didáctica, que únicamente recoge, parcialmente, contenidos comunes de las asignaturas de Matemáticas y Expresión Plástica, Visual y Audiovisual del primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria, se vea prolongada con otras tantas Unidades Didácticas, elaboradas bajo el mismo planteamiento metodológico multidisciplinar, que acaben recogiendo la totalidad de los contenidos que son susceptibles de ser vistos bajo un enfoque común y que, para 1º de ESO, básicamente se corresponden con el Bloque 3: Dibujo Técnico de la asignatura Educación Plástica, y con el Bloque 3: Geometría de la asignatura Matemáticas.

Del mismo modo, lo ideal sería dar continuidad a este planteamiento multidisciplinar, haciendo lo propio, con los contenidos aptos para tal metodología, en los sucesivos cursos de secundaria, de modo que los alumnos adquieran conciencia real del valor de la expresión gráfica como instrumento para la asimilación de los conceptos matemáticos.

3.2 Contextualización de la propuesta

3.2.1 Destinatarios

Dado que, mientras que Matemáticas (1º ESO) ha sido catalogada por la LOMCE como asignatura troncal general, la asignatura Educación Plástica, Visual y Audiovisual (1º ESO) ha sido considerada asignatura específica, no todos los alumnos, con carácter general, cursarán esta asignatura, ya que su impartición en los centros depende de la oferta educativa que establecen tanto la Administración educativa como cada institución en concreto.

Por todo ello, debe tenerse en cuenta que la posibilidad de implementar esta unidad didáctica queda reducida a los centros que cuentan con dicha asignatura entre su oferta.

3.2.2 Marco Legislativo

En relación a la legislación, con carácter general para la etapa de secundaria y en particular para lo que se detalla en relación concreta a las materias (Matemáticas y Expresión Plástica, Visual y Audiovisual) que confluyen en la Unidad Didáctica que nos ocupa, ésta responde en el ámbito nacional a lo indicado en la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, y en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre.

Por otro lado, por el hecho de tratarse, Educación Plástica, Visual y Audiovisual, de una asignatura específica, en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, no quedan recogidos los contenidos atribuibles a la misma, ya que éstos son competencia de las Administraciones Autonómicas. Es por ello que, para el desarrollo de la presente unidad didáctica se recurre, por tanto, a los contenidos establecidos para la asignatura de Educación Plástica, Visual y Audiovisual en la Orden EDU/362/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León; así que, en último término, los destinatarios finales de tal unidad, serán los alumnos de dicha comunidad autónoma que cumplan los requisitos anteriormente descritos.

3.3 Intervención en el aula

3.3.1 Objetivos

Las capacidades que va a desarrollar el alumnado, como consecuencia de la aplicación de esta unidad didáctica, son las que se reflejan en los siguientes objetivos:

- En relación a los objetivos que, con **carácter general para la etapa de educación secundaria obligatoria**, establece la legislación estatal en el artículo 23 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, (p. 26), y en el artículo 11 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, (p. 176), en la unidad didáctica “Figuras Planas” se perseguirán los siguientes:

a. Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b. Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

f. Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g. Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

l. Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

- No se detallan objetivos en relación concreta a las materias de Educación Plástica, Visual y Audiovisual y Matemáticas ya que la Orden EDU/362/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León, (p. 214-215), no incluye ninguno.
- Los **objetivos didácticos** serán los que se detallan como estándares de aprendizaje evaluables y que aparecen posteriormente vinculados a los contenidos, competencias y criterios de evaluación

3.3.2 Competencias

Tal y como establece la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) el modelo curricular estará basado en competencias, de modo que los alumnos irán adquiriendo progresivamente mayores niveles de desempeño.

Así, las competencias clave, en relación al marco de referencia europeo, que se trabajarán durante el desarrollo de esta Unidad Didáctica son:

La Comunicación lingüística

Al desarrollo de la competencia Comunicación Lingüística, en sus componentes lingüístico, pragmático-discursivo, sociocultural, estratégico y personal, se contribuirá fundamentalmente desde dos vías:

- Por un lado mediante la explicación, tanto oral como redactada, de los ejercicios elaborados por los propios alumnos.
- Por otro, enriquecerán su vocabulario técnico mediante la incorporación de términos vinculados al tema.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

La competencia matemática implica la capacidad de aplicar el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto (España, 2015, p.6993).

La competencia tecnológica está especialmente ligada al bloque Dibujo Técnico de la asignatura Educación Plástica Visual y Audiovisual, ya que ésta desarrolla los conceptos geométricos que permiten resolver problemas de configuración de formas y analiza su aplicación al mundo científico y técnico (España, 2014, p. 477). Así, mediante la aplicación del razonamiento lógico y matemático y del desarrollo gráfico empleados para describir y estudiar las figuras planas se trabajará la adquisición de la competencia matemática.

Por otro lado, con la utilización de procedimientos, tales como el contraste de ideas, la experimentación o el ejercicio de la técnica, relacionados con el método científico se contribuirá a la adquisición de las competencias en ciencia y tecnología.

De igual modo se inculcarán criterios éticos ligados a la investigación, la ciencia y la tecnología, así como al respeto por el entorno natural y social.

Competencia digital

En el contexto de la presente unidad didáctica, la competencia digital, aquella que implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación (España, 2015, p. 6695), no será trabajada de una forma directa por los alumnos, ya que no se recurrirá al uso del ningún tipo de software como herramienta propia de trabajo de dicha unidad.

Sin embargo, entre los recursos de ampliación que se entregarán a los alumnos, figurará bibliografía web que los alumnos podrán consultar de manera independiente, y que, en caso de hacerlo, redundará muy positivamente en el desarrollo de las destrezas vinculadas a las TIC.

Además las clases magistrales irán acompañadas de presentaciones visuales que serán proyectadas en el aula.

Aprender a aprender

Mediante la resolución de actividades, la investigación individual y la aplicación práctica de los métodos y conocimientos aprendidos se fomentará la capacidad de aprender a aprender.

Se motivará, de igual modo, a que sean los propios alumnos quienes gestionen su tiempo y la información, tanto la que se les proporciona como la que obtienen por sus propios medios, para favorecer sus propios procesos de aprendizaje.

Competencias sociales y cívicas

Mediante la toma de decisiones, la elaboración de respuestas y la resolución de los posibles conflictos que puedan surgir en el contexto del trabajo colaborativo, se trabajarán las habilidades sociales y la capacidad para fomentar el respeto mutuo.

Además, los alumnos deberán mostrar, haciéndolo con convicción, ante sus compañeros de aula su forma particular de responder a los problemas planteados por el profesor. De esta manera, los alumnos desarrollarán la capacidad de comunicarse, no sólo respetando estrategias divergentes a las suyas sino también mostrando seguridad en sus propios métodos.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

Se buscará motivar la actitud del alumno y potenciar su responsabilidad respecto a las fechas de entrega de ejercicios prácticos, así como la capacidad de analizar tanto la información aportada por el profesor como la obtenida por *modus propio*.

La implicación, la capacidad para adoptar responsabilidades así como la capacidad para tomar decisiones, son capacidades todas ellas intrínsecas al emprendedor (Manzano y Calvo, 2007).

Conciencia y expresiones culturales

Con el objetivo de aproximarnos a la cognición situada, se analizará el trazado de figuras planas desde ambas ópticas, la matemática y la gráfica, relacionando en este segundo caso su representación con sus aplicaciones en el patrimonio cultural y artístico. Eso nos llevará a estudiar y comprender distintos estilos y géneros artísticos, así como sus principales obras.

También se trabajara la competencia desde el ámbito de la expresión de las propias ideas, fomentando la iniciativa, y la creatividad de los alumnos, dando lugar a creaciones artísticas personales.

Además, en el transcurso de la Unidad Didáctica, con el objetivo de visualizar *in situ* algunas de las obras anteriormente descritas, se realizará una visita a un centro de arte contemporáneo, con el objetivo de alentar a los alumnos hacia la participación en la actividad cultural de la sociedad.

3.3.3 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

Los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje seleccionados para esta Unidad Didáctica son parte de los recogidos en el tercer bloque, “Dibujo Técnico” de la asignatura Educación Plástica, Visual y Audiovisual (1º ESO) del Anexo I de la Orden EDU/362/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León (p. 32310) así como parte, también, de los detallados en el tercer bloque “Geometría” de la asignatura Matemáticas (1º ESO) del Anexo I del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (p. 409).

La normativa estatal en su Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, únicamente fija, para la asignatura Educación Plástica, Visual y Audiovisual, por ser ésta una asignatura específica, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables, no haciendo mención alguna a los contenidos. Es por ello que, en este caso, se ha decidido seguir las directrices marcadas a nivel autonómico.

De todos los recogidos por las normativas anteriores se seleccionan, para su desarrollo en la presente Unidad Didáctica, los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, los relativos a geometría y figuras planas, que son los que se detallan a continuación.

Tabla 3. Educación Plástica, Visual y Audiovisual (1ºESO). Bloque 3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

UNIDAD DIDÁCTICA FIGURAS PLANAS Contenidos relativos a la asignatura: Educación Plástica, Visual y Audiovisual (1º ESO)_ Bloque 3: Dibujo Técnico		
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
Instrumentos y materiales de dibujo técnico. Manejo. La medida: Concepto. Instrumentos. Transporte. Construcciones fundamentales en el plano: paralelismo, perpendicularidad, mediatriz, ángulos y bisectriz. Representación de formas y figuras planas. Triángulos y cuadriláteros. Polígonos regulares inscritos, convexos y estrellados. Elementos. Construcciones particulares de 3, 4, 6 y 8 lados inscritos en una circunferencia. Construcciones particulares de 3, 4 y 6 lados conociendo el lado.	e1. Comprender y emplear los conceptos del punto y la línea en el plano. e2. Construir distintos tipos de rectas, utilizando la escuadra y el cartabón, habiendo repasado previamente estos conceptos. e5. Comprender el concepto de ángulo y bisectriz y la clasificación de ángulos agudos, rectos y obtusos. e6. Estudiar la suma y resta de ángulos y comprender la forma de medirlos. e7. Estudiar el concepto de bisectriz y su proceso de construcción. e8. Diferenciar claramente entre recta y segmento tomando medidas de segmentos con la regla o utilizando el compás. e9. Trazar la mediatriz de un segmento utilizando compás y regla. e10. Comprender la clasificación de los triángulos en función de sus lados y de sus ángulos. e11. Construir triángulos conociendo tres de sus datos	e1.1 Traza la recta que pasan por un par de puntos, usando la regla e2.1. Traza rectas paralelas, transversales y perpendiculares a otra dada, que pasen por puntos definidos, utilizando escuadra y cartabón con suficiente precisión. 5.1. Identifica los ángulos de 30º, 45º, 60º y 90º en la escuadra y en el cartabón. 6.1. Suma o resta ángulos positivos o negativos con regla y compás. 7.1. Construye la bisectriz de un ángulo cualquiera, con regla y compás. 8.1. Suma o resta segmentos, sobre una recta, midiendo con la regla o utilizando el compás. 9.1. Traza la mediatriz de un segmento utilizando compás y regla. También utilizando regla, escuadra y cartabón. 10.1. Clasifica cualquier triángulo, observando sus lados y sus ángulos. 11.1. Construye un triángulo conociendo dos lados y un ángulo, o dos ángulos y un lado, o sus tres lados, utilizando

	<p>(lados y/o ángulos).</p> <p>e12. Conocer las propiedades geométricas y matemáticas de los triángulos rectángulos, aplicándolas con propiedad a la construcción de los mismos.</p> <p>e13. Conocer los diferentes tipos de cuadriláteros.</p> <p>e14. Ejecutar construcciones sencillas de paralelogramos.</p> <p>e15. Clasificar los polígonos en función de sus lados, reconociendo los regulares y los irregulares.</p> <p>e16. Estudiar la construcción de los polígonos regulares inscritos en la circunferencia.</p> <p>e17. Estudiar la construcción de polígonos regulares conociendo el lado.</p>	<p>correctamente las herramientas.</p> <p>12.1. Dibuja un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto.</p> <p>13.1. Clasifica correctamente cualquier cuadrilátero.</p> <p>14.1. Construye paralelogramos sencillos: cuadrado, rectángulo y rombo.</p> <p>15.1. Clasifica correctamente cualquier polígono de 3 a 5 lados, diferenciando claramente si es regular o irregular.</p> <p>16.1. Construye correctamente polígonos regulares de 3, 4, 6 y 8 lados, inscritos en una circunferencia.</p> <p>17.1. Construye correctamente polígonos regulares de 3, 4 y 6 lados, conociendo el lado.</p>
--	--	--

Elaboración propia a partir de Orden EDU/362/2015 (p.32310)

Tabla 4. Matemáticas (1ºESO). Bloque 3. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

UNIDAD DIDÁCTICA FIGURAS PLANAS Contenidos relativos a la asignatura: Matemáticas (1º y 2º ESO)_ Bloque 3: Geometría		
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: Paralelismo y perpendicularidad. Ángulos y sus	<p>m1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.</p>	<p>m1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc.</p> <p>m1.2. Define los elementos característicos de los triángulos,</p>

<p>relaciones. Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades. Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones. Medida y cálculo de ángulos de figuras planas. Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.</p>	<p>m2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución. m3. Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos. m6. Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes y superficies, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los polígonos.</p>	<p>trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos. m1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales. m2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas. m2.2. Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos. m3.1. Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo. m3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en</p>
--	---	---

		contextos geométricos o en contextos reales. m6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.
--	--	---

Elaboración propia a partir del Real Decreto 1105/2014 (p.409)

Y, a partir de las anteriores, se elabora para la presente Unidad Didáctica, una tabla de contenidos propia, que aúna los seleccionados para cada disciplina, y los vincula con sus correspondientes criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. Además se introducen una serie de contenidos básicos que sirven para sentar las bases de contenidos posteriores (los nombrados como C1, C2, C3, C5 y C11), a los que no se asocia ningún criterio de evaluación ni estándar de aprendizaje dado que éstos no son propios del curso y por tanto tampoco son objeto de evaluación.

Tabla 5. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
C1. El Dibujo Geométrico.		
C2. Instrumentos y materiales de dibujo geométrico.		
C3. Elementos básicos de la geometría.		
C4. Determinación de planos, rectas y puntos.	e1. Comprender y emplear los conceptos del punto y la línea en el plano.	e1.1 Traza la recta que pasan por un par de puntos, usando la regla.
C5. Planos y rectas en el espacio.		
C6. Ángulos.	e5. Comprender el concepto de ángulo y bisectriz y la clasificación de ángulos agudos, rectos y obtusos.	e5.1. Identifica los ángulos de 30°, 45°, 60° y 90° en la escuadra y en el cartabón.

<p>C7. Construcciones geométricas sencillas.</p>	<p>e2. Construir distintos tipos de rectas, utilizando la escuadra y el cartabón, habiendo repasado previamente estos conceptos.</p> <p>e7. Estudiar el concepto de bisectriz y su proceso de construcción.</p> <p>e9. Trazar la mediatriz de un segmento utilizando compás y regla.</p>	<p>e2.1. Traza rectas paralelas, transversales y perpendiculares a otra dada, que pasen por puntos definidos, utilizando escuadra y cartabón con suficiente precisión.</p> <p>e7.1. Construye la bisectriz de un ángulo cualquiera, con regla y compás.</p> <p>e9.1. Traza la mediatriz de un segmento utilizando compás y regla. También utilizando regla, escuadra y cartabón.</p>
<p>C8. Transporte de medidas.</p>	<p>e6. Estudiar la suma y resta de ángulos y comprender la forma de medirlos.</p> <p>e8. Diferenciar claramente entre recta y segmento tomando medidas de segmentos con la regla o utilizando el compás.</p> <p>e11. Construir triángulos conociendo tres de sus datos (lados y/o ángulos).</p> <p>e14. Ejecutar construcciones sencillas de paralelogramos.</p>	<p>e6.1. Suma o resta ángulos positivos o negativos con regla y compás.</p> <p>e8.1. Suma o resta segmentos, sobre una recta, midiendo con la regla o utilizando el compás.</p> <p>e11.1. Construye un triángulo conociendo dos lados y un ángulo, o dos ángulos y un lado, o sus tres lados, utilizando correctamente las herramientas.</p> <p>e14.1. Construye paralelogramos sencillos: cuadrado, rectángulo y rombo.</p>
<p>C9. Figuras planas elementales: Polígonos.</p>	<p>e10. Comprender la clasificación de los triángulos en función de sus lados y de sus ángulos.</p> <p>e12. Conocer las propiedades geométricas y matemáticas de los triángulos rectángulos, aplicándolas con propiedad a la construcción de los mismos.</p> <p>e13. Conocer los diferentes tipos de cuadriláteros.</p>	<p>e10.1. Clasifica cualquier triángulo, observando sus lados y sus ángulos.</p> <p>e12.1. Dibuja un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto.</p> <p>e13.1. Clasifica correctamente cualquier cuadrilátero.</p> <p>e15.1. Clasifica correctamente cualquier polígono de 3 a 5 lados, diferenciando claramente si es regular o irregular.</p>

	<p>e15. Clasificar los polígonos en función de sus lados, reconociendo los regulares y los irregulares.</p> <p>m1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.</p>	<p>m1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc.</p> <p>m1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos.</p> <p>m1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.</p>
C10. Construcción de polígonos regulares.	<p>e16. Estudiar la construcción de los polígonos regulares inscritos en la circunferencia.</p> <p>e17. Estudiar la construcción de polígonos regulares conociendo el lado.</p>	<p>e16.1. Construye correctamente polígonos regulares de 3, 4, 6 y 8 lados, inscritos en una circunferencia.</p> <p>e17.1. Construye correctamente polígonos regulares de 3, 4 y 6 lados, conociendo el lado.</p>
C11. Construcción de polígonos estrellados.		
C12. Medida y cálculo de ángulos de figuras planas.	<p>m2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento</p>	<p>m2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.</p> <p>m3.1. Comprende los significados aritmético y</p>
C13. Perímetros y áreas de figuras planas.		

	<p>seguido en la resolución.</p> <p>m3. Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados contruidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.</p> <p>m6. Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes y superficies, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los polígonos.</p>	<p>geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo.</p> <p>m3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.</p> <p>m6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.</p>
--	---	---

Elaboración propia tomando como referencia la Orden EDU/362/2015 y el Real Decreto 1105/2014.

3.3.4 Metodología

Tal y como se indica en el Artículo 17 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, con el objetivo de acomodar el paso del alumnado de la Educación Primaria a la Secundaria, durante el primer curso se otorga a los centros la capacidad de agrupar las materias en ámbitos, siempre y cuando se respeten los contenidos, estándares de aprendizaje, criterios de evaluación y número de horas lectivas de las materias que se agrupan y no se interfiera en los criterios de evaluación y promoción.

Así, aunque el planteamiento multidisciplinar de esta unidad didáctica únicamente es extensible a un tercio del currículum, por ser sólo esta la porción de contenidos comunes a las asignaturas Educación Plástica, Visual y Audiovisual y Matemáticas, del primer curso de educación secundaria, que son las materias seleccionadas para fusionarse, y por tanto no puede plantearse como una integración de materias propiamente dicha, se respetarán, en su desarrollo, los mismos juicios.

Siguiendo los criterios establecidos por la legislación autonómica en el Artículo 8 “Principios Pedagógicos” de la Orden EDU/362/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León, la metodología a seguir será coherente con el enfoque de la educación por competencias, estará basada en los principios de inclusividad y equidad, será eminentemente activa y el aprendizaje se llevará a cabo de forma significativa para el alumnado.

Así, antes de introducirse en el desarrollo de la unidad didáctica, y con tiempo suficiente para que los alumnos puedan asimilar la idea, los profesores informarán a sus estudiantes, si es que no han trabajado nunca antes de modo interdisciplinar, en qué consiste esta metodología, haciendo referencia expresa a la coordinación, prevista de antemano, de dos o más disciplinas para estudiar un concepto determinado (Zabala y Salinas, 2017), y cuál va a ser el modo de proceder. Además, durante la primera sesión, los profesores comunicarán qué se va a aprender y cuáles son los objetivos de tal aprendizaje. Se mencionarán los contenidos que van a tratarse y su secuencia. De igual modo se indicará a los alumnos el criterio de evaluación de dicha unidad didáctica.

La secuencia de contenidos se sucederá desde los conceptos y procedimiento más sencillos hacia los más complejos, con el objetivo de que las capacidades cognitivas de los alumnos se vayan desarrollando de manera progresiva.

Las explicaciones teóricas se alternarán con actividades, según lo detallado en la temporalización de la Unidad Didáctica, en las que los alumnos deberán de poner en práctica los contenidos vistos. Para la secuencia de las actividades se seguirá el mismo criterio que para los contenidos. Se partirá de una revisión del nivel inicial para ir incrementando progresivamente la dificultad de las mismas. Al final de la Unidad Didáctica se planteará una actividad más ambiciosa, en forma de proyecto individual y enfocada a la realidad profesional, que requerirá la implicación activa del estudiante tanto en el proceso de búsqueda como en los procesos de reflexión y aplicación de los conocimientos.

3.3.5 Temporalización

De los treinta periodos lectivos mínimos semanales que establece la normativa autonómica en el *Artículo 13. Horario* de la Orden EDU/362/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y

desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León, tal y como especifica dicha normativa en su *Anexo II: Organización de Materias y Distribución del Horario Semanal*, cuatro periodos lectivos serán destinados a la asignatura troncal Matemáticas y tres lo serán a la asignatura específica Educación Plástica, Visual y Audiovisual, con lo que, dado el planteamiento bidisciplinar de la Unidad Didáctica contaremos con un total de siete periodos lectivos semanales para su desarrollo.

Este tiempo lectivo será distribuido en cuatro sesiones semanales, de las cuales tres de ellas estarán conformadas por dos periodos lectivos. Esta estrategia de aglutinar periodos lectivos permitirá desarrollar actividades que requieran mayor dedicación temporal y que serían inviables sin esta redistribución horaria.

Al desarrollo de la Unidad Didáctica se destinarán cuatro semanas lectivas, cada una de las cuales cuenta, tal y como ya se ha indicado, con siete periodos. La duración de cada periodo lectivo es de 50 minutos, por lo que semanalmente dispondremos de tres sesiones de 100 minutos y una cuarta de 50 minutos.

Excepcionalmente durante una de las semanas, se aglutinarán seis de sus siete periodos lectivos en un día, con el objetivo de realizar, durante esa sesión, una salida fuera del centro escolar.

Tabla 6. Temporalización.

Sesión	Duración	Contenido	Actividades
1	50 minutos		
2	100 minutos	C1. El Dibujo Geométrico. C2. Instrumentos y materiales de dibujo geométrico. C3. Elementos básicos de la geometría. C4. Determinación de planos, rectas y puntos. C5. Planos y rectas en el espacio.	
3	100 minutos	C6. Ángulos C7. Construcciones geométricas sencillas C8. Transporte de medidas	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13
4	100 minutos	C9. Figuras elementales: Polígonos	
5	50 minutos		14
6	100 minutos	C10. Construcción de polígonos regulares	15

7	100 minutos	C11. Polígonos estrellados	16
8	100 minutos	C12. Medidas y cálculo de ángulos de figuras planas.	17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26
9	50 minutos		
10	100 minutos	C13. Perímetro y áreas de figuras planas.	27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34
11	100 minutos		35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43
12	100 minutos		44
13	50 minutos		
14	300 minutos		45

Elaboración propia.

Sesión 1 (Semana 1 | 50 minutos)

Esta primera sesión se destinará a informar a los alumnos sobre la metodología interdisciplinar que se va a emplear para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la presente Unidad Didáctica.

Además, también se aportará a los alumnos información relativa a los objetivos, contenidos, secuenciación, temporalización y sistema de evaluación de la misma.

Posteriormente, se destinará el tiempo restante de la sesión a resolver cuantas dudas surjan en el aula. El objetivo de este primer periodo lectivo será acercar la metodología de la interdisciplinariedad a los alumnos, evitando reticencias o prejuicios iniciales hacia el método (muy probablemente, novedoso para la mayoría de los alumnos) que puedan dificultar el posterior desarrollo de la Unidad Didáctica y, en último término, la consecución de sus objetivos.

Sesión 2 (Semana 1 | 100 minutos)

Durante esta sesión se presentarán los primeros contenidos de la Unidad. Se verán así:

- C1. El Dibujo Geométrico.
- C2. Instrumentos y materiales de dibujo geométrico.
- C3. Elementos básicos de la geometría.
- C4. Determinación de planos, rectas y puntos.
- C5. Planos y rectas en el espacio.

Estos contenidos, que constituyen la introducción del tema, serán impartidos bajo la fórmula de la clase magistral. Dicha clase magistral será ofrecida, tal y como ocurrirá con el resto de fórmulas metodológicas empleadas en el desarrollo de la Unidad, por ambos profesores, el de Matemáticas y el de Educación Plástica, Visual y Audiovisual, quienes intervendrán, haciendo aportaciones relativas a cada materia, intermitentemente y de manera constante y planificada.

Con el objetivo de ordenar dichas intervenciones, la clase magistral se apoyará en una presentación audiovisual que será proyectada como guía del discurso.

Además, de con la presentación audiovisual, la clase magistral se verá complementada con otro tipo de estrategias didácticas que fomentarán el aprendizaje significativo y la cognición situada. Se propone así que, por ejemplo, durante la explicación del primer contenido, *El Dibujo Geométrico*, a los alumnos les sean mostrados, sobre soporte papel, diversos proyectos profesionales cuya esencia sea el Dibujo Técnico. Se podrá recurrir a llevar al aula un proyecto de ejecución de una obra de edificación, otra de ingeniería civil y, una última, de una propuesta de diseño industrial; documentos que serán ojeados y manipulados por los alumnos, a su demanda, durante la sesión.

Para la explicación del segundo contenido, *Instrumentos y materiales de dibujo técnico*, se llevará al aula material con el objetivo de que los alumnos accedan a él, lo manipulen y lo tomen de ejemplo para sus posteriores adquisiciones personales. Se transmitirá la importancia de su cuidado y de forma práctica se enseñará su manejo.

Durante el desarrollo de los contenidos 3, 4 y 5 se procederá, como complemento a la pertinente explicación teórica, a proyectar obras, tanto de pintura y escultura como de arquitectura en las que se haga evidente el uso de los elementos básicos de la geometría. Serán oportunas obras de Mondrian, Kandinsky, Miró, Tapies, Jackson Pollo..., esculturas de Chillida, Richard Serra..., o arquitecturas de Álvaro Siza, Souto de Moura, Alberto Campo Baeza..., entre otras.

De igual modo, durante el desarrollo de estos tres últimos apartados se mostrarán ejemplos de su uso en el campo de las matemáticas, haciéndose referencia, por ejemplo, al campo de la geometría analítica y estableciéndose vínculos entre este área y las experiencias artísticas mostradas anteriormente.

Sesión 3 (Semana 1 | 100 minutos)

La sesión se destinará íntegramente al desarrollo de los siguientes contenidos:

C6. Ángulos

C7. Construcciones geométricas sencillas

C8. Transporte de medidas

Será una sesión fundamentalmente práctica e incluirá, puntualmente, la explicación teórica de los conceptos (ángulo, línea paralela, línea perpendicular, mediatriz y bisectriz) que en ella se trabajan.

Cada alumno, llevará al aula su propio material de dibujo y mediante una secuencia de actividades programadas (de la actividad 1 a la 13) se trabajarán, de manera simultánea desde ambas disciplinas (las matemáticas y la expresión gráfica), la construcción de ángulos, las operaciones con éstos, su clasificación, la determinación de su bisectriz, el trazado de rectas paralelas y perpendiculares y la mediatriz de segmentos.

Sesión 4 (Semana 1 | 100 minutos)

La primera mitad de esta sesión se destinará al repaso de todo lo visto en la sesión anterior. Se resolverán, de forma general, todas cuantas dudas hayan surgido y se garantizará que todos los alumnos hayan finalizado las actividades propuestas en la sesión anterior y que estas hayan sido resueltas satisfactoriamente. Para ello, en un intento de atención más personalizada, ambos profesores irán pasando por las mesas de todos los alumnos verificando que, para cada alumno, ambos objetivos se cumplen.

Los 50 minutos restantes se destinarán a la explicación, mediante clase magistral, del siguiente contenido:

C9. Figuras elementales: Polígonos

Tal y como aparece reflejado en el desarrollo de la Unidad Didáctica dentro de este contenido se darán a conocer los elementos de un polígono, su nomenclatura y clasificación general. Además también se verán las clasificaciones particulares de los triángulos y cuadriláteros.

Al igual que el resto de clase magistrales, ésta se implementará con el apoyo de una proyección audiovisual en la que además del propio contenido teórico se harán referencias a expresiones artísticas que incorporen polígonos en sus creaciones (por ejemplo, el Pabellón Sumika de Toyo Ito) y a cuestiones matemáticas en los que el conocimiento de éstos desempeña un papel relevante para su resolución (Como

muestra, siguiendo la propuesta anterior, cálculo del área de vidrio necesario para cubrir los huecos del Pabellón Sumika de Toyo Ito).

Sesión 5 (Semana 2 | 50 minutos)

Durante esta sesión se llevará a cabo una actividad fuera del aula (actividad 14). La actividad se realizará en parejas.

Los 10 primeros minutos se destinarán a la explicación de dicha actividad y el tiempo restante a su realización. El objetivo será hacer hincapié en los contenidos vistos durante la sesión anterior, trabajándolos de una manera lúdica y situada que favorezca su interiorización y aprendizaje significativo.

Sesión 6 (Semana 2 | 100 minutos)

Esta sesión será destinada íntegramente al desarrollo del décimo contenido:

C10. Construcción de polígonos regulares

Durante esta sesión los profesores irán construyendo sobre el encerado las distintas figuras poligonales, mostrando tanto su método como el correcto manejo de los instrumentos de dibujo. Al finalizar cada construcción se retará a los alumnos a que sean ellos quienes las levanten sobre soporte papel.

Una vez finalizadas las explicaciones generales por parte de los profesores, el tiempo restante se destinará a que los alumnos completen sobre un documento elaborado a tal efecto (actividad 15), y que posteriormente será entregado a los profesores, los siete procedimientos de construcción de polígonos vistos durante la clase.

Si a algún alumno no le diese tiempo a completar la actividad en el aula, éste tendrá la posibilidad de llevarla a casa para terminarla allí. En este caso, la actividad será entregada al comienzo de la siguiente sesión.

Sesión 7 (Semana 2 | 100 minutos)

Al comienzo de esta sesión, durante aproximadamente los 25 primeros minutos, se explicará el siguiente contenido:

C11. Polígonos estrellados

Para ello, se seguirá la misma metodología que en la clase anterior.

Una vez vista y asimilada la construcción de polígonos estrellados se procederá a la realización de una actividad, que será desarrollada durante el tiempo restante.

En esta actividad (actividad 16), fundamentalmente plástica, en la que se dará libertad de creación y composición, se trabajará la construcción de polígonos inscritos en circunferencias conocido su radio.

Sesión 8 (Semana 2 | 100 minutos)

Durante esta sesión se verá:

C12. Medidas y cálculo de ángulos de figuras planas

En esta clase, bajo un enfoque completamente práctico, se trabajará la medida y cálculo de ángulos de triángulos y polígonos en general. Para ello los alumnos construirán, con su material de dibujo, triángulos y polígonos sobre soportes de cartulina y posteriormente trabajarán con ellos tanto desde el punto de vista gráfico como matemático.

Recortando las esquinas de un triángulo y disponiendo cada una a continuación de la otra los alumnos comprobarán de una manera gráfica que efectivamente la suma de los ángulos de un triángulo cualquiera forman un ángulo llano. Lo mismo harán de una manera matemática, midiendo cada ángulo con el transportador y posteriormente haciendo la suma numérica, que deberá dar 180° .

El mismo ejercicio lo abordaremos para el cálculo de los ángulos en polígonos.

Los últimos 40 minutos de la sesión se destinarán a la resolución de una serie de actividades vinculadas a lo anteriormente visto. Estas actividades (de la actividad 17 a la 26) se realizarán de forma individual.

Sesión 9 (Semana 3 | 50 minutos)

Esta sesión, con la intención de adecuar el ritmo de enseñanza al propio ritmo de aprendizaje del grupo y absorber cualquier imprevisto que haya podido surgir durante el transcurso de la Unidad, funcionará a modo de “colchón”, pudiéndose destinar a aquello que los profesores consideren oportuno. Así, podrá destinarse, por ejemplo, a la resolución de dudas, a la realización de aquellas actividades que hayan quedado incompletas o a realizar algún otro ejercicio que los profesores consideren oportuno y que no hubiese sido contemplado en la programación de la Unidad.

El objetivo final de esta sesión será el asegurar que, efectivamente, todos los alumnos han comprendido los conceptos vistos hasta ahora y están aptos para seguir profundizando en el tema.

Sesión 10 (Semana 3 | 100 minutos)

En esta sesión se desarrollará parcialmente el decimotercer contenido:

C13. Perímetro y áreas de figuras planas.

La sesión comenzará con la explicación gráfica del Teorema de Pitágoras. Con el objetivo de hacer esta lo más visual posible se construirán con cartulinas los triángulos y cuadrados que permiten su demostración.

Una vez entendido el renombrado Teorema insistiremos sobre sus distintas aplicaciones.

Aproximadamente, los últimos 50 minutos se destinarán a la realización de una serie de actividades propuestas (de la actividad 27 a la actividad 34). Estas actividades serán abordadas en grupos de 3.

Sesión 11 (Semana 3 | 100 minutos)

En esta sesión se completará el decimotercer contenido:

C13. Perímetro y áreas de figuras planas.

La clase se iniciará con la explicación de los conceptos de superficie y área, y posteriormente se mostrarán las fórmulas que permiten calcular las áreas de las distintas figuras.

Para su explicación se trabajará con modelos de los polígonos en cartulina. Deberá garantizarse que los estudiantes tienen acceso a estos modelos y los manipulan, con el objetivo de que sean capaces de entender y asimilar la procedencia gráfica de tales fórmulas matemáticas.

Aproximadamente, los últimos 50 minutos se destinarán a la realización de una serie de actividades propuestas (de la actividad 35 a la actividad 43), a cerca del cálculo de áreas de distintas figuras, que serán abordadas de manera individual.

Sesión 12 (Semana 3 | 100 minutos)

Esta sesión se destinará a la realización de la primera parte de la actividad final (actividad 44) que engloba prácticamente todo lo visto a lo largo de la Unidad Didáctica.

Durante los primeros 10 minutos se explicará el desarrollo y objetivos de la misma y el resto de sesión se destinará a la realización, sobre un soporte de tamaño A4, de

una composición a base de figuras geométricas tales como triángulos, cuadrados, hexágonos, octógonos, rombos, romboides y trapecios.

Posteriormente, la composición será pintada, mediante técnica libre, en 5 colores distintos.

Sesión 13 (Semana 4 | 50 minutos)

Esta sesión se empleará en completar la actividad iniciada en la sesión anterior.

En esta clase, a la que todos los alumnos deben llegar con la composición finalizada y coloreada, se procederá a calcular el área de cada uno de los tonos empleados en la composición. Para ello se recurrirá al uso de las fórmulas vistas en la sesión 11.

En el caso de no acabar la actividad en el tiempo de clase, los alumnos podrán completarla en casa y entregarla al comienzo de la siguiente sesión.

Sesión 14 (Semana 4 | 300 minutos)

Esta sesión, que abarca toda una jornada lectiva, se destinará a la realización de una actividad extraescolar (actividad 45).

Inspirada en una experiencia didáctica llevada a cabo, hace ya dos años, por el Museo de Bellas Artes de Asturias y titulada *La Geometría en el Arte: Arte y Matemáticas*, realizaremos una visita al Museo de Arte Contemporáneo de Castilla y León (MUSAC), donde procederemos a descubrir diferentes obras que pondrán en evidencia la estrecha relación, vista a lo largo de toda la Unidad Didáctica, del arte con las matemáticas y la geometría.

3.3.6 Actividades

La secuencia de actividades se plantea en orden creciente de complejidad. Así, estas se clasifican en:

- Actividades de iniciación: tratarán de introducir al alumnado en la Unidad Didáctica, repasando los conocimientos previos del estudiante.
- Actividades de desarrollo: ideadas para construir el conocimiento.
- Actividades de acabado o consolidación: pensadas para fijar los conocimientos.

En el caso de que hubiera en el aula algún alumno con necesidades educativas especiales se elaborarán actividades personalizadas y adecuadas para dar respuesta a dichas necesidades concretas.

Además, también se atenderán los distintos ritmos de aprendizaje, ofreciendo actividades de refuerzo y ampliación para los alumnos que presenten mayores dificultades o para aquellos que alcanzan los objetivos de forma temprana, respectivamente. Estas actividades serán creadas por los profesores atendiendo a las necesidades particulares de cada alumno.

La relación de cada bloque de actividades se incluye en el *Anexo 2*.

En la siguiente tabla quedan reflejados las competencias y estándares de aprendizaje que se trabajarán con cada actividad. Algunas de las actividades (2, 3, 4, 5, 13, 21, 22, 23, 24 y 25) han sido concebidas como actividades de repaso de conocimientos de cursos anteriores, motivo por el que no aparecen asociadas a ninguno de los estándares de aprendizaje propios de esta unidad didáctica. Por otro lado, la actividad 45 recoge una salida extraescolar, especialmente orientada al desarrollo de competencias y completamente ajena a cualquier estándar de aprendizaje.

Tabla 7. Actividades.

Actividades	Relación con competencias	Relación con estándares de aprendizaje
Actividades de iniciación		
1	CMCBCT, AA	e1.1 Traza la recta que pasan por un par de puntos, usando la regla.
2, 3, 4, 5	CMCBCT, AA	
6	CMCBCT, AA	e9.1. Traza la mediatriz de un segmento utilizando compás y regla. También utilizando regla, escuadra y cartabón.
7,8	CMCBCT, AA	8.1. Suma o resta segmentos, sobre una recta, midiendo con la regla o utilizando el compás.
9	CMCBCT, AA	e7.1. Construye la bisectriz de un ángulo cualquiera, con regla y compás.
10, 11	CMCBCT, AA	e6.1. Suma o resta ángulos positivos o negativos con regla y compás.
12	CMCBCT, AA	e2.1. Traza rectas paralelas, transversales y perpendiculares a otra dada, que pasen por puntos definidos, utilizando escuadra y cartabón con suficiente precisión.

13	CMCBCT, AA	
Actividades de desarrollo		
14	CL, CMCBCT, AA, CSC, SIEE, CEC	<p>e10.1. Clasifica cualquier triángulo, observando sus lados y sus ángulos.</p> <p>e13.1. Clasifica correctamente cualquier cuadrilátero.</p> <p>e15.1. Clasifica correctamente cualquier polígono de 3 a 5 lados, diferenciando claramente si es regular o irregular.</p>
15	CMCBCT, AA	<p>e16.1. Construye correctamente polígonos regulares de 3, 4, 6 y 8 lados, inscritos en una circunferencia.</p> <p>e17.1. Construye correctamente polígonos regulares de 3, 4 y 6 lados, conociendo el lado.</p>
16	CL, CMCBCT, AA, SIEE	e16.1. Construye correctamente polígonos regulares de 3, 4, 6 y 8 lados, inscritos en una circunferencia.
17	CL, CMCBCT, AA	m1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc.
18	CL, CMCBCT, AA	m1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos.
19	CL, CMCBCT, AA	m1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.
20	CMCBCT, AA	e11.1. Construye un triángulo conociendo dos lados y un ángulo, o dos ángulos y un lado, o sus tres lados, utilizando correctamente las herramientas.
21, 22, 23, 24, 25	CMCBCT, AA	
26	CMCBCT, AA	e5.1. Identifica los ángulos de 30° , 45° , 60° y 90° en la escuadra y en el cartabón.
27, 28, 29, 30, 31, 32,	CMCBCT, AA, CSC	e12.1. Dibuja un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto.

33, 34		<p>m3.1. Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo.</p> <p>m3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.</p>
35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43	CMCBCT, AA	<p>m2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.</p>
Actividades de consolidación		
44	CL, CMCBCT, AA, SIEE, CEC	<p>e14.1. Construye paralelogramos sencillos: cuadrado, rectángulo y rombo.</p> <p>m2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.</p> <p>m6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.</p>
45	CL, AA, CSC, SIEE, CEC	

Elaboración propia tomando como referencia la Orden EDU/362/2015 y el Real Decreto 1105/2014. .

3.3.7 Recursos

Recursos humanos

La Unidad Didáctica será impartida conjuntamente por los profesores de las asignaturas de Matemáticas y Educación Plástica, Visual y Audiovisual quienes compartirán responsabilidades en relación al adecuado desarrollo de la Unidad, la adquisición de competencias y el logro de objetivos.

En el caso de que en el grupo aula haya alumnos con necesidades educativas especiales se recurrirá al asesoramiento del equipo de orientación con el objetivo de dar respuesta de la mejor manera posible a tales necesidades.

Para la actividad extraescolar se contará con el asesoramiento y apoyo de los técnicos del museo (MUSAC).

Instrumentos y materiales

Para la selección de los contenidos incluidos en la Unidad Didáctica se ha recurrido a la consulta . de libros de texto, tales como *Educación Plástica Visual para 1º de secundaria* o *Matemáticas 2º*, y búsqueda en webs como *10 en dibujo*.

Para la explicación de los contenidos teóricos en el aula se emplearán tanto la proyección de material audiovisual previamente elaborado por los profesores como la pizarra tradicional. Para la resolución de dudas se empleará la pizarra como soporte, en el caso de que estas sean generales, y el papel en el caso de que se trate de consultas individualizadas.

A los alumnos se les aportará, en formato papel, un esquema general, teórico, de la Unidad Didáctica, elaborado conjuntamente por ambos profesores. Además se les proporcionará una extensa bibliografía de consulta con el objetivo de que vayan familiarizándose con su consulta y dispongan de un generoso número de fuentes fiables a su alcance.

Se les aportará, también en soporte papel, una batería de actividades que deberán ir completando en el transcurso de la Unidad.

Para el desarrollo de los ejercicios prácticos se requerirán instrumentos de dibujo, tales como escuadra y cartabón, transportador de ángulos, regla y compás, además de materiales fungibles, tales como papel, lápiz y goma de borrar.

Recursos TIC

Las clases magistrales irán apoyadas de presentaciones visuales que se mostrarán a través del ordenador del profesor y del proyector del aula.

Estas presentaciones serán de elaboración propia, a excepción de los recursos sobre movimientos artísticos que quieran mostrarse, que serán extraídos directamente de Internet.

Recursos espaciales

Con carácter general las sesiones tendrán lugar en el aula de dibujo, a excepción de las programadas en otras instalaciones del centro o en el exterior del centro.

En el aula de dibujo se procurará un diseño de espacio abierto, donde el equipamiento se adaptará con flexibilidad a los diferentes agrupamientos del alumnado y al requerimiento de cada tipo de actividades y contará con el material básico al alcance de los alumnos para realizar las actividades propuestas.

Además se dará libertad a los alumnos para que participen en la apropiación del espacio, decidiendo ellos cómo y con quién desean agruparse para trabajar en el aula.

3.3.8 Evaluación

En el caso de la Unidad Didáctica que nos ocupa, y siguiendo las directrices que marca la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE), la evaluación estará diseñada desde un planteamiento integrador (España, 2013, p.20), favoreciendo así, su incorporación en el propio proceso de enseñanza-aprendizaje de la Unidad.

Estará enfocada, además, a la mejora, y constante renovación, del proceso didáctico y estará estrechamente vinculada a la metodología multidisciplinar desde la que ha sido programada. Se llevará a cabo, por tanto, un proceso de evaluación continua, desarrollada de forma conjunta por los profesores de ambas disciplinas.

Con el objetivo de hacer conscientes a los alumnos de la evolución de su propio aprendizaje, éstos serán informados de manera constante sobre este proceso de evaluación. Se les indicará cuáles son las actividades objeto de calificación y se les aportará en cada casa sus correspondientes rúbricas de evaluación.

La evaluación reparará tanto en la asimilación e interiorización de conceptos, como en la puesta en práctica de los mismos y la actitud frente al contexto en el que estas se ejecutan.

Además de la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos (por parte de los profesores), se solicitará también la propia autoevaluación de los alumnos y la de los profesores, así como la evaluación hacia el docente y la propuesta por parte del alumnado.

3.3.8.1 Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación, establecidos, en nuestro caso, por la normativa autonómica para la asignatura Educación Plástica, Visual y Audiovisual y por la estatal para las Matemáticas, muestran los logros que el alumnado debe alcanzar tras la implementación de la Unidad Didáctica y están estrechamente ligados a la adquisición de competencias clave. Éstos aparecen vinculados a los contenidos y estándares de aprendizaje evaluables en la *Tabla 4. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables*.

3.3.8.2 Estándares de aprendizaje

Los estándares de aprendizaje, a los que también se les ha vinculado ya con los contenidos en la citada *Tabla 4*, materializan los criterios de evaluación y concretan los logros que el alumno debe alcanzar con cada materia.

Estos estándares, concretados para las materias que nos ocupan en la legislación nacional y autonómica, son observables, medibles y evaluables y nos permiten graduar, mediante el uso de pruebas estandarizadas, el rendimiento alcanzado por cada alumno.

La relación que se establece entre los criterios de evaluación, los estándares de aprendizaje evaluables y los contenidos es la ya indicada en la *Tabla 4. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables*.

3.3.8.3 Procedimientos

En el caso de la presente Unidad Didáctica los procedimientos de evaluación utilizados serán:

- Realización de actividades durante las sesiones presenciales. Los profesores evaluarán estas actividades, que no serán recogidas, en el transcurso de su realización en el aula, atendiendo tanto a la actitud de los alumnos frente a las mismas como a su nivel de logro.
- Realización de actividades propuestas y que serán posteriormente entregadas a los profesores para su evaluación y calificación.
- Permanente observación del alumnado durante todas las sesiones que conforman la Unidad Didáctica.

Para la evaluación continua de la Unidad Didáctica no se considera la realización de ninguna prueba objetiva de tipo examen.

3.3.8.4 Instrumentos

Los instrumentos empleados en el proceso de evaluación serán:

- Escalas de valoración de la actitud.
- Escalas de valoración de las actividades realizadas en clase pero no entregadas.
- Rúbricas de evaluación y calificación para las actividades, objeto de calificación, que serán recogidas.
- Cuestionario para la autoevaluación del alumno.
- Cuestionario para la autoevaluación del docente.
- Cuestionario para la evaluación del profesorado por parte del alumnado.

Tanto las escalas de evaluación, como las rúbricas y los documentos para la autoevaluación del alumnado y profesorado y la evaluación del profesorado y de la Unidad Didáctica por parte de los estudiantes se adjuntan en el posterior apartado de documentos para la evaluación.

3.3.8.5 Criterios de calificación

La calificación de los alumnos valorará tanto la adquisición de conocimientos teóricos, como la aplicación práctica de estos y la actitud del alumno frente al contexto escolar.

En relación a la actitud:

- Será fundamental la asistencia a cada una de las sesiones con el material de dibujo necesario para la realización de las actividades. La asistencia a tres o más clases sin el correspondiente material supondrá no superar la evaluación continua de la Unidad Didáctica.
- Las actividades planificadas para su realización en grupo deberán ser abordadas de forma colaborativa. Cualquier negativa al trabajo cooperativo supondrá no superar la evaluación continua de la Unidad Didáctica.

En relación a la realización de los ejercicios prácticos:

- Las actividades propuestas servirán para evaluar tanto la adquisición de conceptos teóricos como la puesta en práctica de los mismos (saber y saber hacer).
- Cada una de las actividades calificables lo será sobre un total de 10 puntos, requiriéndose para su superación una calificación igual o superior a 5. Una calificación igual o superior a 4 en una actividad podrá verse compensada

siempre y cuando la media aritmética de todas las actividades calificables sea igual o superior a 5.

- La entrega de las actividades propuestas con tal fin deberá realizarse dentro de los plazos establecidos. Su no entrega supondrá no superar la evaluación continua de la Unidad Didáctica. Las actividades entregadas fuera de plazo nunca tendrán una calificación superior a 5.

Así, los criterios de calificación para la presente UD serán:

- Actitud: (recogida en las escalas de valoración) 20%
- Pruebas objetivas (actividades): 80%, de las cuales:
 - Actividades realizadas en el aula: (calificadas mediante escalas de evaluación) 20%
 - Actividades entregadas para su calificación: (calificadas mediante rúbricas) 60%.

Para la superación de la Unidad Didáctica será requisito necesario obtener al menos una calificación de 5 tanto en actitud como en pruebas objetivas, no siendo en ningún caso compensables notas inferiores a ésta.

En el caso de no superar la Unidad Didáctica, los alumnos dispondrán de la opción de realizar una prueba objetiva tipo examen al término del trimestre.

3.3.8.6 Documentos para la evaluación

Rúbricas de actividades

Los profesores valorarán el desempeño de los alumnos en la realización de las actividades propuestas y recogerán la información obtenida según las siguientes rúbricas.

La escala de valoración empleada es una escala de 1 a 4 siendo 1 insuficiente, 2 suficiente, 3 notable y 4 sobresaliente.

Actividad 14

Tabla 8. Rúbrica. Actividad 14.

%		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
		0-4.9	5-6.9	7-8.9	9-10
10	Actitud	Asume el trabajo colaborativo como una mera imposición mostrándose ajeno a lo que hace/dice su compañero.	Asume el trabajo colaborativo como una mera imposición mostrándose levemente interesado por su compañero.	Manifiesta una buena predisposición para el trabajo colaborativo.	Manifiesta una estupenda predisposición para el trabajo colaborativo que se traduce en óptimos resultados.
20	e10.1.	No clasifica triángulos en función de sus lados y ángulos	Clasifica, cometiendo ciertos errores, triángulos en función de sus lados y sus ángulos.	Clasifica, cometiendo puntualmente errores, triángulos en función de sus lados y sus ángulos.	Clasifica correctamente cualquier triángulo en función de sus lados y ángulos.
20	e13.1.	No clasifica cuadriláteros.	Clasifica cuadriláteros cometiendo ciertos errores.	Clasifica cuadriláteros cometiendo, puntualmente, errores.	Clasifica correctamente cualquier cuadrilátero.
20	e15.1.	No clasifica polígonos de 3 a 5 lados.	Clasifica polígonos de 3 a 5 lados cometiendo ciertos errores.	Clasifica polígonos de 3 a 5 lados cometiendo, puntualmente, errores.	Clasifica correctamente cualquier polígono de 3 a 5 lados, diferenciando si es regular o irregular.
10	Análisis	No se analiza el entorno, tan siquiera el más próximo.	El análisis se centra en el entorno meramente inmediato.	Se analizan diversos espacios, buscándose gran variedad de ejemplos.	Se analizan exhaustivamente las instalaciones, hallándose ejemplos realmente originales.
10	Bocetos	No se realizan bocetos de los elementos hallados	Se realizan bocetos de algunos de los elementos hallados.	Se realizan bocetos de los elementos hallados.	Se realizan bocetos, de gran calidad, de todos los elementos hallados.

10	Presentación	En la actividad no se emplea el vocabulario específico y su presentación es sucia y desordenada.	La actividad es correcta, pero presenta opciones sustanciales de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	La actividad es correcta, pero puntualmente presenta opciones de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	La actividad es correcta, se emplea el vocabulario técnico y su presentación es limpia y ordenada.
----	--------------	--	---	---	--

Elaboración propia.

Actividad 15

Tabla 9. Rúbrica. Actividad 15.

%		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
		0-4.9	5-6.9	7-8.9	9-10
10	Actitud	Manifiesta una actitud negativista hacia la actividad, desaprovechando totalmente el tiempo en el aula.	Asume la actividad como una mera imposición pero aprovecha parcialmente el tiempo en el aula.	Manifiesta una buena actitud hacia la actividad, aprovechando el tiempo en el aula.	Se muestra especialmente motivado por la actividad y aprovecha al máximo el tiempo en el aula.
10	e16.1.	No construye un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia.	Construye un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos.	Construye un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia.
10		No construye un cuadrado inscrito en una circunferencia.	Construye un cuadrado inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos.	Construye un cuadrado inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un cuadrado inscrito en una circunferencia.
10		No construye un hexágono inscrito en una circunferencia.	Construye un hexágono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos	Construye un hexágono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un hexágono inscrito en una circunferencia.

10		No construye un octógono inscrito en una circunferencia.	Construye un octógono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos	Construye un octógono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un octógono inscrito en una circunferencia.
10	e17.1.	No construye un triángulo equilátero conocido su lado.	Construye un triángulo equilátero conocido su lado, cometiendo errores significativos.	Construye un triángulo equilátero conocido su lado, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un triángulo equilátero conocido su lado.
10		No construye un cuadrado conocido su lado.	Construye un cuadrado conocido su lado, cometiendo errores significativos.	Construye un cuadrado conocido su lado, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un cuadrado conocido su lado.
10		No construye un hexágono conocido su lado.	Construye un hexágono conocido su lado, cometiendo errores significativos.	Construye un hexágono conocido su lado, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un hexágono conocido su lado.
20	Presentación	Los trazados son imprecisos y su presentación es sucia y desordenada.	Los trazados son precisos pero presenta opciones sustanciales de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	Los trazados son precisos pero puntualmente presenta opciones de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	Los trazados son muy precisos y su presentación es limpia y ordenada.

Elaboración propia.

Actividad 16

Tabla 10. Rúbrica. Actividad 16.

%		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
		0-4.9	5-6.9	7-8.9	9-10
10	Actitud	Manifiesta una actitud negativista hacia la actividad, desaprovechando totalmente el tiempo en el aula.	Asume la actividad como una mera imposición pero aprovecha parcialmente el tiempo en el aula.	Manifiesta una buena actitud hacia la actividad, aprovechando el tiempo en el aula.	Se muestra especialmente motivado por la actividad y aprovecha al máximo el tiempo en el aula.
10	e16.1.	No construye un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia.	Construye un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos.	Construye un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia.
10		No construye un cuadrado inscrito en una circunferencia.	Construye un cuadrado inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos.	Construye un cuadrado inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un cuadrado inscrito en una circunferencia.
10		No construye un hexágono inscrito en una circunferencia.	Construye un hexágono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos	Construye un hexágono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un hexágono inscrito en una circunferencia.
10		No construye un octógono inscrito en una circunferencia.	Construye un octógono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores significativos	Construye un octógono inscrito en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente un octógono inscrito en una circunferencia.

10	Pol. estrellados	No construye polígonos estrellados inscritos en una circunferencia.	Construye polígonos estrellados inscritos en una circunferencia, cometiendo errores significativos.	Construye polígonos estrellados inscritos en una circunferencia, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente polígonos estrellados inscritos en una circunferencia.
20	Composición	Las figuras aparecen como elementos independientes, no constituyentes de una misma composición	Las figuras aparecen vinculadas con clara intención de generar composición.	Las figuras aparecen integradas en una idea compositiva común.	Las figuras aparecen integradas en una idea compositiva común dando lugar a creaciones innovadoras.
20	Presentación	Los trazados son imprecisos y su presentación es sucia y desordenada.	Los trazados son precisos pero presenta opciones sustanciales de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	Los trazados son precisos pero puntualmente presenta opciones de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	Los trazados son muy precisos y su presentación es limpia y ordenada.

Elaboración propia.

Actividad 44

Tabla 11. Rúbrica. Actividad 44.

%		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
		0-4.9	5-6.9	7-8.9	9-10
10	Actitud	Manifiesta una actitud negativista hacia la actividad, desaprovechando totalmente el tiempo en el aula.	Asume la actividad como una mera imposición pero aprovecha parcialmente el tiempo en el aula.	Manifiesta una buena actitud hacia la actividad, aprovechando el tiempo en el aula.	Se muestra especialmente motivado por la actividad y aprovecha al máximo el tiempo en el aula.
10	e14.1	No construye paralelogramos sencillos o lo hace cometiendo numerosos errores	Presenta errores en la construcción de alguno de los paralelogramos sencillos.	Construye paralelogramos sencillos, cometiendo errores puntuales.	Construye correctamente paralelogramos sencillos.

30	m2.1	No calcula el perímetro de las figuras sencillas	Presenta errores en el cálculo del perímetro de alguna figura sencilla.	Calcula el perímetro de las figuras, cometiendo errores puntuales.	Calcula correctamente el perímetro de cualquier figura.
30	m6.1	No calcula el área de las figuras sencillas.	Presenta errores en el cálculo del área de alguna figura sencilla.	Calcula el área de las figuras, cometiendo errores puntuales.	Calcula correctamente el área de cualquier figura.
10	Composición	Las figuras aparecen como elementos independientes, no constituyentes de una misma composición.	Las figuras aparecen vinculadas con clara intención de generar composición.	Las figuras aparecen integradas en una idea compositiva común.	Las figuras aparecen integradas en una idea compositiva común dando lugar a creaciones innovadoras.
10	Presentación	Los trazados son imprecisos y su presentación es sucia y desordenada.	Los trazados son precisos pero presenta opciones sustanciales de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	Los trazados son precisos pero puntualmente presenta opciones de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	Los trazados son muy precisos y su presentación es limpia y ordenada.

Elaboración propia.

Actividad 45

Tabla 12. Rúbrica. Actividad 45.

%		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
		0-4.9	5-6.9	7-8.9	9-10
10	Actitud	Manifiesta una actitud negativista hacia la actividad, desaprovechando totalmente el tiempo en el aula.	Asume la actividad como una mera imposición pero aprovecha parcialmente el tiempo en el aula.	Manifiesta una buena actitud hacia la actividad, aprovechando el tiempo en el aula.	Se muestra especialmente motivado por la actividad y aprovecha al máximo el tiempo en el aula.

15	Selección obra	La obra seleccionada no cumple ninguno de los requisitos exigidos en el enunciado.	La obra seleccionada cumple parcialmente los requisitos exigidos en el enunciado.	La obra seleccionada cumple con casi todos los requisitos exigidos en el enunciado.	La obra seleccionada cumple con todos los requisitos exigidos en el enunciado.
40	Análisis	No se analizan ni la mitad de los aspectos trabajados en la Unidad Didáctica.	Se analizan superficialmente la mayoría de los aspectos trabajados en la Unidad Didáctica.	Se analizan superficialmente todos los aspectos trabajados en la Unidad Didáctica.	Se analizan en profundidad todos los aspectos trabajados en la Unidad Didáctica.
20	Redacción	No realiza memoria de la actividad.	Realiza memoria con errores en su estructura y redacción.	Realiza memoria correcta en cuanto a estructura y redacción. Únicamente comete leves faltas de ortografía.	Realiza memoria correcta en cuanto a estructura, redacción y ortografía.
15	Presentación	La presentación es sucia y desordenada.	Presenta opciones sustanciales de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	Puntualmente presenta opciones de mejora en relación a su limpieza y/o orden en la presentación.	La presentación es limpia y ordenada.

Elaboración propia.

Escala para la valoración de las actividades realizadas en el aula

Los profesores observarán el comportamiento de los alumnos en el aula, su desempeño en la realización de las actividades propuestas y recogerán la información obtenida en las siguientes escalas de valoración.

La escala de valoración elegida es una escala de 1 a 4, significando 1 mal, 2 regular, 3 bien y 4 óptimamente.

Cada sesión, se completará una de estas tablas, y hará referencia al conjunto de actividades desarrolladas durante la misma.

Tabla 13. Escala para la valoración de las actividades realizadas en el aula.

Actividades:		
Observaciones:		
Indicador		Valoración
Actitud	Atiende con interés a las explicaciones de la actividad.	
	Muestra una actitud positiva hacia la actividad.	
	Trabaja individual o colaborativamente según requiera la actividad.	
	Acude a clase con todo el material necesario para la realización de las actividades.	
Saber	Demuestra haber interiorizado los contenidos teóricos.	
	Pregunta para solventar cuantas dudas le surgen.	
Saber hacer	Demuestra la aplicación práctica de los conceptos.	
	Responde a los estándares de aprendizaje asociados a cada actividad.	
	Es autocrítico con su propio desempeño.	

Elaboración propia.

Escala para la valoración de la actitud observada en el aula

Durante aquellas sesiones en las que no se programen actividades, los profesores observarán el comportamiento de los alumnos en el aula y recogerán la información obtenida a través de la siguiente escala de valoración.

La escala de valoración elegida es una escala de 1 a 4, significando 1 mal, 2 regular, 3 bien, 4 óptimo.

En cada sesión, se completará una de estas escalas.

Tabla 14. Escala para la valoración de la actitud.

Sesión:	
Observaciones:	
Indicador	Valoración
Atiende con interés a las explicaciones de los profesores.	
Muestra una actitud positiva hacia el contenido que se está viendo.	
Participa activamente en el desarrollo de la clase, contestando a las preguntas que plantea el profesor y participando voluntaria y reflexivamente.	
Respeto las intervenciones de sus compañeros y fomenta el buen clima	

en el aula.	
Pregunta para solventar cuantas dudas conceptuales le surgen.	
Interactúa con todos los miembros del grupo, haciéndolo, con respeto, de igual a igual.	

Elaboración propia.

Cuestionario para la evaluación del docente

Los alumnos cumplimentarán un cuestionario por cada docente. En dicho cuestionario valorarán el nivel de cumplimiento de las funciones, descritas a través de los indicadores, propias del docente.

La escala de valoración elegida, es una escala de 1 a 4, significando 1 mal, 2 regular, 3 bien y 4 óptimamente.

Tabla 15. Cuestionario para la evaluación del docente.

Profesor		
Aspecto	Indicador	Valoración
Aptitud	Domina la materia que imparte.	
	Programa sus sesiones.	
	Explica con claridad.	
Actitud	Conoce al grupo-clase.	
	Contribuye a la creación de un buen clima en el aula.	
	Resuelve con claridad las dudas que se le plantean.	
	Atiende a la diversidad.	
	Trabaja colaborativamente con otros docentes.	
Metodología	Conoce la metodología de la interdisciplinariedad y se le ve cómodo en este ámbito.	
	Fomenta la participación activa de todos los alumnos.	
	Incentiva el trabajo colaborativo.	
Recursos	Emplea recursos diversos en el proceso de aprendizaje.	
	Ofrece libertad en el uso de recursos para la resolución de los ejercicios prácticos.	
	Su uso del tiempo y el espacio son flexibles y se adaptan a las actividades que se realizan.	
	Hace uso tanto de los recursos propios del centro, como de los externos (museos, instituciones...)	

Evaluación	Lleva a cabo un proceso de evaluación formativa.	
	Proporciona criterios de evaluación y de calificación al comienzo de la Unidad.	
	La evaluación se ciñe a los contenidos trabajados en el aula.	
	Es autocrítico y valora la opinión de los alumnos.	

Elaboración propia.

Cuestionario para la autoevaluación del alumnado

Los alumnos cumplimentarán un cuestionario en el que valorarán el nivel de cumplimiento de sus propias acciones, descritas a través de los indicadores que se detallan.

La escala de valoración elegida, es una escala de 1 a 4, significando 1 mal, 2 regular, 3 bien y 4 óptimamente.

Tabla 16. Cuestionario para la autoevaluación del alumnado.

Alumno		
Aspecto	Indicador	Valoración
Actitud	Me muestro motivado por la Unidad Didáctica.	
	Contribuyo, con mi participación, a la creación de un buen clima en el aula.	
	Pregunto cuantas dudas se me plantean.	
	Respeto las opiniones y actitudes de mis compañeros.	
	Cumplo con las fechas de entrega de las actividades.	
	Me esfuerzo en realizar correctamente las actividades.	
	Respeto las normas del aula.	
Metodología	Acepto la metodología de la interdisciplinariedad.	
	Cuando se requiere, trabajo de forma colaborativa con otros alumnos.	
	Ayudo a resolver las dudas de mis compañeros.	
Recursos	Empleo recursos diversos en el proceso de aprendizaje.	
	Uso diversidad de recursos para la resolución de los ejercicios prácticos.	
	Hago uso tanto de los recursos propios del centro, como de los externos (museos, bibliotecas...)	
Evaluación	Reconozco mis fallos y procuro evitarlos.	

	Valoro, para mi proceso de mejora continua, los informes formativos que me aporta el profesor.	
	Soy autocrítico y valoro la opinión de mis compañeros.	

Elaboración propia

Cuestionario para la autoevaluación del docente

Los docentes cumplimentarán un cuestionario en el que valorarán el nivel de cumplimiento de sus propias funciones, descritas a través de los indicadores.

La escala de valoración elegida, es una escala de 1 a 4, significando 1 mal, 2 regular, 3 bien y 4 óptimamente.

Tabla 17. Cuestionario para la autoevaluación docente.

Aspecto	Indicador	Valoración
Aptitud	Domino la materia que imparto.	
	Programo las sesiones.	
	Coordino mis intervenciones con las de mi compañero en el aula.	
Actitud	Conozco al grupo-clase.	
	Contribuyo a la creación de un buen clima en el aula.	
	Resuelvo con claridad las dudas que se me plantean.	
	Atiendo a la diversidad.	
	Trabajo colaborativamente con otros docentes.	
Metodología	Conozco la metodología de la interdisciplinariedad y me siento cómodo en este ámbito.	
	Fomento la participación activa de todos los alumnos.	
	Incentivo el trabajo colaborativo.	
Recursos	Empleo recursos diversos en el proceso de aprendizaje.	
	Ofrezco libertad en el uso de recursos para la resolución de los ejercicios prácticos.	
	Uso el tiempo y el espacio de manera flexible y adaptada a las actividades que se realizan.	
	Hago uso tanto de los recursos propios del centro, como de los externos (museos, instituciones...)	
Evaluación	Llevo a cabo un proceso de evaluación formativa.	
	Proporciono criterios de evaluación y de calificación al comienzo de la Unidad Didáctica.	

	La evaluación se ciñe a los contenidos trabajados en el aula.	
	Soy autocrítico y valoro la opinión de mis alumnos.	

Elaboración propia.

3.4 Evaluación de la propuesta

Antes de profundizar en la evaluación de la propuesta, y por tanto en la valoración del alcance de sus objetivos, cabe recordar tanto el fin de la propuesta, *revalorizar el papel de la expresión gráfica como herramienta para el aprendizaje significativo del razonamiento matemático*, como el medio seleccionado para alcanzar tal fin, *la interdisciplinariedad*.

Efectivamente, la unidad didáctica que materializa esa intención, se concreta en una propuesta interdisciplinar Matemáticas-Educación Plástica, Visual y Audiovisual que otorga a la expresión gráfica un papel relevante tanto en contenidos como en actividades prácticas y la vincula inequívocamente a la disciplina matemática. Además, con el objetivo de motivar al educando y poner resistencia a los actuales resultados en las materias de ciencias, ésta ha sido programada para ser implementada en el aula de forma activa, otorgando el papel protagonista al alumnado.

No en vano puede afirmarse que la verdadera aportación de este trabajo radica en la muestra del potencial de la interdisciplinariedad como metodología.

Pero, a pesar de la evaluación positiva de la propuesta, cabe destacar que, su logro real, es decir, el que ésta sea implementada con éxito en el aula, materializando sus tipificados objetivos, depende de una serie de factores, algunos internos o innatos a la propia propuesta (debilidades y fortalezas) y otros externos (amenazas y oportunidades), que son susceptibles de afectar a su desarrollo y que quedan recogidos en la siguiente matriz DAFO.

Tabla 18. Matriz DAFO.

Aspectos Internos	Fortalezas	
	F1	No requiere de grandes recursos materiales ni humanos.
	F2	Aporta al centro un carácter diferenciador.
	F3	Capacidad para extenderse y abarcar otras materias.
	F4	Contribuye al aprendizaje significativo de los alumnos.

Aspectos Externos	Debilidades	
	D1	Requiere la implicación y compromiso de los docentes.
	D2	Requiere de una exhaustiva y coordinada programación previa.
	D3	La interdisciplinariedad es una metodología con escaso arraigo.
	D4	Dificultad para implantarlo en centros con cierta movilidad del profesorado.
	D5	Falta de material didáctico.
	Oportunidades	
	O1	Apoyo de las instituciones educativas.
	O2	Colaboración de las entidades del entorno.
	O3	Compromiso de la sociedad del momento con la innovación.
	O4	Gran cantidad de recursos online.
	Amenazas	
	A1	Desconfianza de las familias hacia la aplicación de nuevas metodologías.
	A2	Rechazo de determinados alumnos hacia el trabajo cooperativo.
	A3	Desconocimiento de la metodología por parte del profesorado.
	A4	Falta de implicación de los docentes.

Elaboración propia.

Esta matriz ofrece, a quien pretenda poner en marcha la Unidad Didáctica, valiosa información que permitirá actuar, directamente o indirectamente, sobre los factores que en ella se recogen con el fin de garantizar los mejores resultados tras su implementación.

La toma de decisiones deberá estar orientada a actuar, fundamentalmente, sobre los aspectos internos, minimizando las debilidades y potenciando las fortalezas. Al tratarse, las debilidades y fortalezas, de aspectos intrínsecos a la propuesta, tendremos la capacidad de actuar directamente sobre éstos.

Y, aunque nuestra influencia sobre ellos sea mínima, también se deberán atender los aspectos externos, aprovechando, para la consecución de los objetivos marcados, cuantas oportunidades se nos presenten y tratando de anular las consecuencias negativas de las amenazas que nos acechan.

Así, por ejemplo, en el caso concreto que nos ocupa, trataremos de potenciar el carácter diferenciador que la propuesta puede aportar al centro, lo que se traducirá

en una mejor valoración de la tarea de sus docentes, tratando de influir así, de este modo, sobre la motivación del profesorado.

Por otro lado, una posible fórmula para luchar contra el escaso arraigo de la interdisciplinariedad y la falta de compromiso con el trabajo colaborativo entre departamentos didácticos (Zavala y Salinas, 2017), puede ser poner en valor los beneficios que aporta dicha metodología al proceso de aprendizaje en los alumnos, haciendo énfasis en el aprendizaje significativo y la cognición situada.

Las oportunidades también deberán ser canalizadas con el objetivo de minimizar las debilidades, así la falta de material didáctico concreto para el desarrollo de materias de forma multidisciplinar puede verse satisfactoriamente compensada con la edición del propio material pedagógico a partir de la gran variedad de recursos de calidad de los que se dispone online.

También podrá trabajarse, de manera indirecta, sobre las amenazas que se recogen en la matriz, por ejemplo, formando e informando, desde la dirección de centro, a los agentes que las crean.

4 Conclusiones

Este Trabajo Fin de Máster nace, fundamentalmente, con dos objetivos *ex aequo*. Por un lado, la expresa voluntad personal de potenciar el aprendizaje significativo de los contenidos matemáticos ligados a la geometría y la expresión gráfica; y por otro, poner en valor la materia Educación Plástica, Visual y Audiovisual, evidenciando su papel como herramienta necesaria para el aprendizaje significativo de las matemáticas.

Y si bien, la motivación para la realización del presente Trabajo Fin de Máster tiene su raíz en cierta experiencia personal en el campo de la educación no reglada, (durante la cual se ha sido testigo directo de las dificultades a las que se enfrentan, especialmente, aquellos alumnos que carecen de conocimientos de expresión gráfica para asimilar ciertos contenidos matemáticos ligados a éstos), la profundización sobre el tema, mediante consulta de fuentes bibliográficas, llevada a cabo con motivo de la redacción del marco teórico, avaló dichas ideas iniciales y reforzó, todavía más si cabe, la motivación intrínseca que impulsaba el desarrollo del trabajo.

Del análisis del actual estado de declive de las ciencias se dedujo, dada la influencia de la metodología docente en el aprendizaje de los alumnos, que las aulas requieren de técnicas activas, especialmente en estas áreas, que motiven al alumno. Profundizando en el estado de la didáctica se conoció que, a pesar de que la ciencia de la educación era antigua conocedora de tal necesidad, a tal falta de motivación todavía no se le había dado respuesta en las aulas. Indagando en la didáctica de la disciplina de las matemáticas se descubrió que el conocimiento de éstas tiene influencias positivas sobre el trabajo colaborativo. E indagando en la didáctica de la educación plástica se corroboró la idea de su gran potencial como soporte del aprendizaje significativo de las ciencias exactas.

Se concluyó tras ello que el trabajo debía recoger una propuesta activa, motivadora y susceptible de ser llevada al aula, en la que la expresión gráfica sirviese de base para el conocimiento profundo de las matemáticas.

Esa intención se focalizó en un único objetivo general: *Desarrollar una propuesta de intervención educativa, revalorizar, mediante la interdisciplinariedad de las materias de dibujo técnico y matemáticas, el papel de la expresión gráfica como herramienta para el aprendizaje significativo del razonamiento matemático*, que, ahora, una vez elaborada la propuesta de intervención, parece satisfactoriamente logrado.

Y en relación concreta a los Objetivos Específicos, dictados como eslabones necesarios para la consecución del Objetivo General, cabe destacar el satisfactorio logro de los objetivos específicos:

- OE1: *Elegir un curso o cursos y desarrollar una unidad didáctica (UD) que aglutine los conocimientos matemáticos y de dibujo anteriormente detectados y que permita impartirlos de forma interdisciplinar.* Tras analizar los contenidos que dicta el currículo oficial para las asignaturas de Matemáticas y Educación Plástica, Visual y Audiovisual en el primer curso de ESO y de entre todos los susceptibles de ser mostrados simultáneamente bajo la óptica de ambas disciplinas se seleccionaron los más básicos, configurando así una Unidad Didáctica que funcionará como germen de una propuesta que nace con la intención de crecer y abarcar no sólo el resto de contenidos comunes para este primer curso sino, con la ambición de hacer lo propio, a lo largo de todos los cursos de la Educación Secundaria Obligatoria.
- OE3: *Implementar la interdisciplinariedad como metodología para el desarrollo de la UD.* Conscientes de la necesidad, tras el análisis del estado actual de la didáctica, de un cambio metodológico la propuesta selecciona la interdisciplinariedad como medio para conseguir su objetivo final.
- OE4: *Mostrar a los alumnos las aplicaciones prácticas de los contenidos adquiridos en las materias de dibujo y matemáticas mediante el desarrollo de actividades basadas en la cognición situada, y vinculadas con sus propios intereses;* En la propuesta, con los recursos que en ella se invita a mostrar y con las actividades que se recogen, se hace consciente al alumnado del alcance de la aplicación práctica de ambas materias.

Y el ya no tan satisfactorio logro, por creerse posible una profundización todavía mayor en los temas que abordan, de los objetivos:

- OE2: *Investigar sobre la interdisciplinariedad como metodología docente.* Dada la limitación de los recursos temporales es inviable llevar a cabo una investigación en profundidad.
- OE5: *Fomentar el arraigo de la interdisciplinariedad como metodología docente.* Si bien la propuesta se basa, y pone en valor, la metodología interdisciplinar no se considera que ésta tenga la suficiente entidad y alcance como para suponer una mejora sustancial y apreciable del arraigo de la metodología interdisciplinar en la sociedad educativa, sino que se requerirá

de muchas propuestas como ésta para la verdadera consecución de este objetivo.

La fundamental aportación de este trabajo es, por tanto, la muestra del potencial de la metodología interdisciplinar; el hacer ver como la visión conjunta y unitaria de un tema concreto desde la óptica de las distintas disciplinas redundará en una mejora del proceso de aprendizaje. Un proceso que únicamente será fructífero si va ligado a un proceso de enseñanza comprometido, programado e intencionado.

5 Limitaciones y prospectiva

Como ya se ha mencionado anteriormente, el desarrollo del presente Trabajo Fin de Máster se ha visto condicionado por algunas limitaciones. Entre ellas, cabe destacar la escasez de recursos funcionales, siendo la falta de tiempo la más destacada entre éstos. La no disponibilidad del tiempo deseado ha llevado a condicionar la propuesta, fundamentalmente, en dos aspectos:

- En primer lugar, en lo relativo al desarrollo del marco teórico. Los requisitos en relación a la extensión de este contenido junto con el tiempo del que se dispone para su elaboración hacen inviable llegar a la totalidad de estudios vinculados al estado de la ciencia que nos ocupa. Es por ello, que en las conclusiones se hace referencia a la posibilidad de continuar con la investigación en los campos de la interdisciplinariedad y la cognición situada.
- En segundo lugar, en referencia a la extensión de la propuesta de intervención. Si bien, como ya se ha señalado, la intención inicial hubiese sido crear una propuesta mucho más ambiciosa, que albergase un mayor número de contenidos y que fuese extensible a más de un curso, una vez más, la falta de tiempo, junto con la limitación de la extensión de la propuesta, hizo inviable dicho deseo, teniendo que acotar la propuesta a un único curso y a una selección parcial de contenidos.

Como consecuencia de esta segunda limitación surgen las necesarias y futuras líneas que darán continuidad a este trabajo. Y es que, la propuesta de Unidad Didáctica que se recoge en este Trabajo Fin de Máster, debe entenderse como una propuesta piloto, que únicamente cobrará sentido si se ve continuada con una secuencia de propuestas de intervención que, utilizando idénticos principios y misma metodología, recojan los contenidos, de las materias de Matemáticas y Educación Plástica, Visual y Audiovisual, susceptibles de ser afrontados de forma interdisciplinar, de cursos sucesivos.

6 Referencias bibliográficas

- Acacio, A. (1993). *Matemáticas 4. Primaria*. Madrid, España: Everest.
- Acaso, M. y Megías, C. (2019). *Art Thingking*. Cómo el arte puede transformar la educación. Barcelona: Paidós
- Almodóvar, J.A., García, P., Gil, J., y Nortes Checa, A. (1997). *Matemáticas 2º*. Madrid, España: Santillana.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuna, J.M. (1999). Materiales para construir la geometría. *Matemáticas: Cultura y aprendizaje*. (11). Síntesis.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. En R. Lesh & M.Landau. (Eds). *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York, US: Academic Press.
- Carreriro da Costa, F. (1995). Prólogo. En Castañer, M. y Trigo, A. (Eds.), *La interdisciplinariedad en la educación secundaria obligatoria. Propuestas teórico-prácticas* (pp.9-10). Zaragoza: Inde.
- Castañer, M. y Trigo, A. (1995). La interdisciplinariedad en la educación secundaria obligatoria. *Propuestas teórico-prácticas*. Zaragoza: Inde.
- Comisión de las Comunidades Europeas. (2008). Comunicación de la Comisión al Parlamento Europeo, al Consejo, al Comité Económico y Social Europeo y al Comité de las Regiones. *Mejorar las competencias en el siglo XXI: agenda para la cooperación europea de las escuelas*.
- Delgado, R. (2009). La integración de los saberes bajo el enfoque dialéctico globalizador: la interdisciplinariedad y la transdisciplinariedad en educación. *Investigación y postgrado*, 24(3), 11-44. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3674409>
- España. Ley Orgánica 8/2013, de 9 de Diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 295, de 10 de diciembre de 2013.
- España. Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por al que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 25, de 29 de enero de 2015.

- España. Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, núm. 3, de 3de enero de 2015.
- Figueredo, C.R., López, P.A. y González, G.C. (2018). Estrategia didáctica para interrelacionar los contenidos de las ciencias exactas, mediante los objetos de la cultura del entorno. *Opuntia Brava*, 10(1), 184-193. Recuperado de <http://opuntiabrava.ult.edu.cu>
- Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. SUMA. Recuperado de [http:// revistasuma.es](http://revistasuma.es)
- Manzano, G. y Calvo, J.C. (2007). ¿Puede la psicología positiva ayudar a comprender el comportamiento emprendedor? *Conocimiento, innovación y emprendedores*. Universidad de la Rioja.
- Marchesi, A. (2013). El fracaso escolar en España. Fundación Alternativas. Recuperado de: <https://www.elmundo.es/universidad/2003/06/18/actualidad/1055957868.html>
- European Comision. (2007). Science Education NOW: A Renewed Pedagogy for the future of Europe. Bruselas. Recuperado de <http://ec.europa.eu/research/rtdinfo/indexen.html>
- Fernandez, J. (1985). La obra científica de Puig Adam. *Didáctica de las matemáticas*, (7), pp. 27-36.
- [Fotografía Anónima]. (Sin fecha). AliExpress. Recuperado de <https://es.aliexpress.com/item/TrueColor-522002-Geometry-Drafting-Compass-Set-with-pencil-lead-good-painting-tool-for-office-and-school/>
- [Fotografía de Javier Callejas]. (Madrid, 2015). Alberto Campo Baeza. Cala House. Recuperado de <https://www.campobaeza.com>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2016). TIMSS 2015. Estudio internacional de tendencias en Matemáticas y Ciencias. IEA. Informe español: resultados y contexto. Recuperado de <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:4fc1ecde-6414-4255-aa98-2a6acb8a09dd/timss2015final.pdf>
- Montesinos Sirera, J.L. (2000). Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria. España. Síntesis.

- Museo de Bellas Artes de Asturias. (2017). Experiencia Didáctica. La Geometría en el Arte: Arte y Matemáticas. Museo de Bellas Artes de Asturias. Recuperado de: <http://www.museobbaa.com>.
- OCDE. (2016). PISA 2015 Resultados Clave. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Ortega, A. (2002). Dibujo, Matemáticas y Tecnología para vivir en la Comunidad de Madrid. Madrid: B.O.C.M.
- Rodríguez, I., Soler, I., y Díez, E. (1996). Educación Plástica y Visual. 1 secundaria. Madrid, España: SM.
- Stegmann, J.G. (21 de noviembre de 2017). Informe PISA: España suspende en la capacidad de los alumnos para resolver problemas en equipo. ABC. Recuperado de https://www.abc.es/sociedad/abci-informe-pisa-espana-suspende-capacidad-alumnos-para-resolver-problemas-equipo-201711210812_noticia.html
- Teresa, A. y Viciosa, M. (18 de junio de 2014). La fórmula para ser un crack de las matemáticas. El Mundo. Recuperado de <https://www.elmundo.es/elmundo/2013/04/10/ciencia/1365598895.html>
- Torres, J. (2006). Globalización e interdisciplinariedad: el currículum integrado. Madrid: Morata.
- Torres, O., Oyarbide, M. A., y Oyarbide, A. (1999). *Educación Plástica y Visual. 4 secundaria*. Madrid, España: Anaya.
- Villarroel, S. y Sgreccia, N. (2011, noviembre). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números* (78), 73-94.
- Vizmanos, J. R., y Anzola, M. (1996). *Aritmos matemáticas. 1 secundaria*. Madrid, España: SM.
- Zavala, C. M. y Salinas, J. R. (2017, julio). La interdisciplinariedad en el aula de educación secundaria: Una Investigación a través de la opinión del profesorado de las áreas de música, lengua castellana y literatura, y ciencias sociales. *European Scientific Journal*, 13 (19), 281-291 .doi: 10.19044/esj.2017.v13n19p281
- Domingo, P. (2014). Los polígonos regulares dado el lado: siempre pueden caer en el examen. 10 en dibujo. Recuperado de <https://www.10endibujos.com>

7 Anexos

7.1 Anexo 1. Trazados geométricos y figuras planas: desarrollo de contenidos.

Trazados Geométricos y Figuras Planas

1 EL DIBUJO GEOMÉTRICO

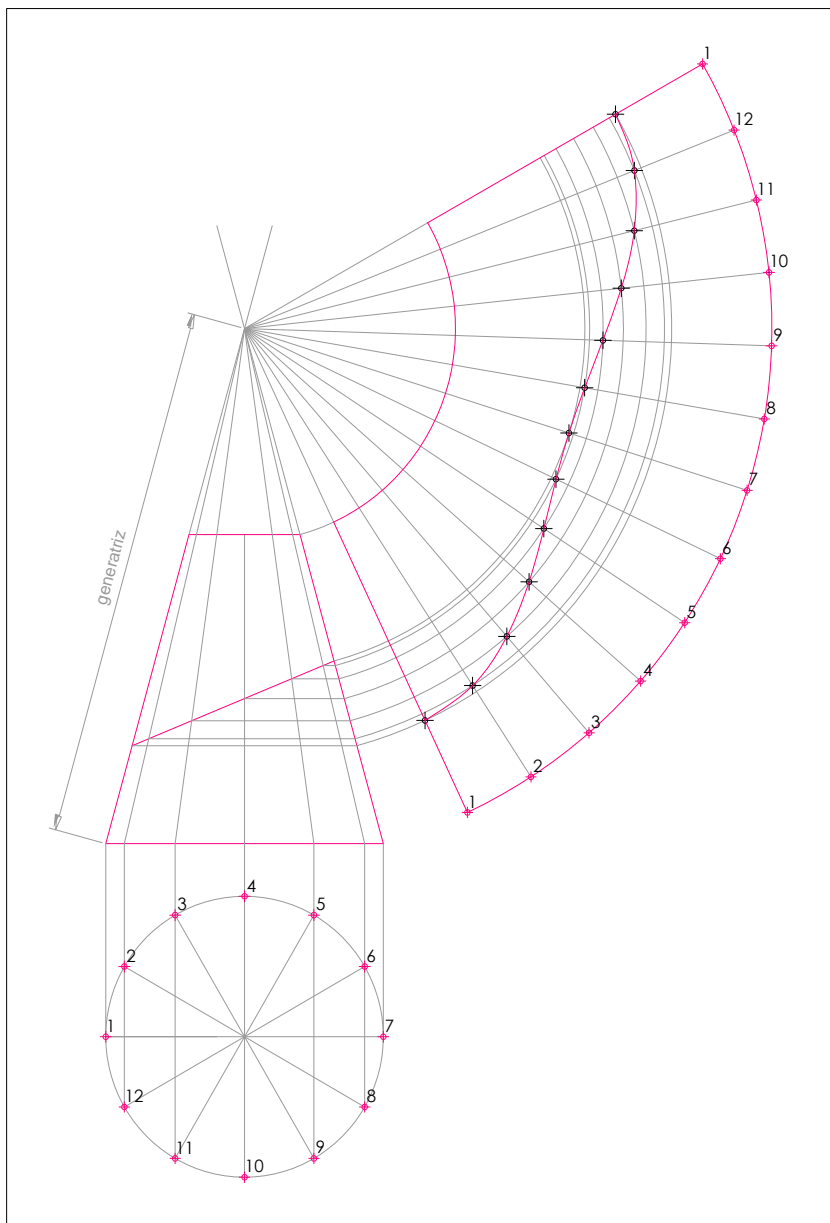


Figura 1. El dibujo geométrico. Elaboración propia.

Como puedes ver en el gráfico adjunto, el grosor de las líneas que lo conforman es uniforme y además, estas están trazadas con compás y regla; a esas líneas, exactas y simples, se les denomina geométricas y a su conjunto, sometido a las reglas precisas de la geometría, trazado geométrico.

Rodríguez, Soler y Díez, 1996, p. 28.

2 INSTRUMENTOS Y MATERIALES DE DIBUJO TÉCNICO

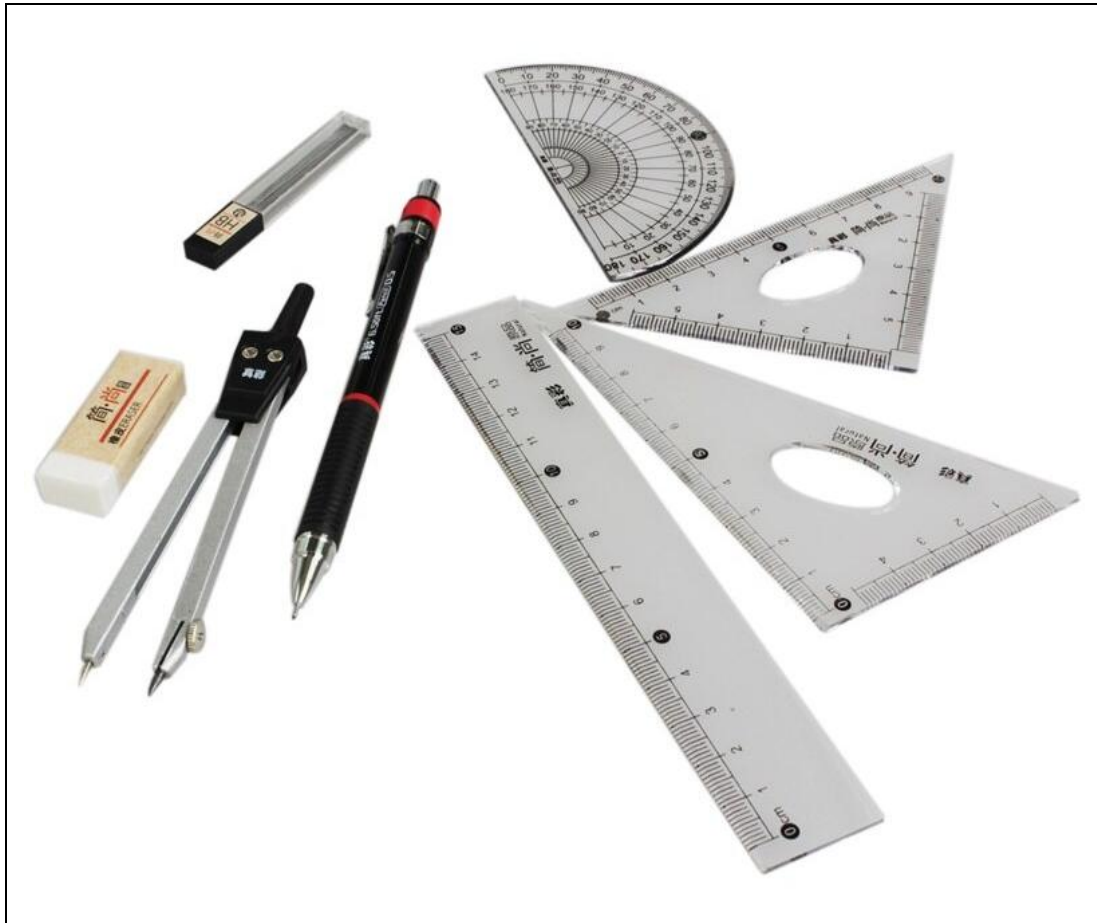


Figura 2. Instrumentos de dibujo. Extraída de <https://es.aliexpress.com>.

Realizar trazados geométricos requiere de:

- **Lápices de mina dura** tales como H, 2H ó 3H (Ya que utilizar lápices de mina blanda ensuciaría el dibujo y proporcionaría menor precisión en las medidas).
- **Papel adecuado**, lo suficientemente satinado para que sobre él se pueda borrar con facilidad.
- Una **goma de borrar** grafito.
- **Compás**, para construir arcos y circunferencias.
- **Regla**.
- **Escuadra y cartabón**, con ellos, además de rectas paralelas y perpendiculares, se pueden conseguir diversos ángulos.
- **Estilógrafo**, para pasar a tinta los trazados.

Rodríguez *et al.*, 1996, p. 29-30.

3 ELEMENTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA



Figura 3. Casa Cala de Alberto Campo Baeza. Extraída de <https://www.campobaeza.com>

Los objetos que observas en la naturaleza, los edificios en la arquitectura, las obras de arte en la escultura o los utensilios que utiliza el hombre, adoptan formas muy variadas; sin embargo, muchos de ellos se aproximan a cuerpos geométricos.

En el edificio de la imagen, cuya volumetría se aproxima a un cubo, se observan los tres elementos básicos de la geometría: planos, rectas y puntos.

- Las caras del cubo son trozos de **planos**.
- Las aristas del cubo son segmentos de **rectas**.
- Los vértices son **puntos** determinados por dos aristas o tres caras que se cortan.

Vizmanos y Anzola, 1996, p. 128-129.

4 DETERMINACIÓN DE PLANOS, RECTAS Y PUNTOS

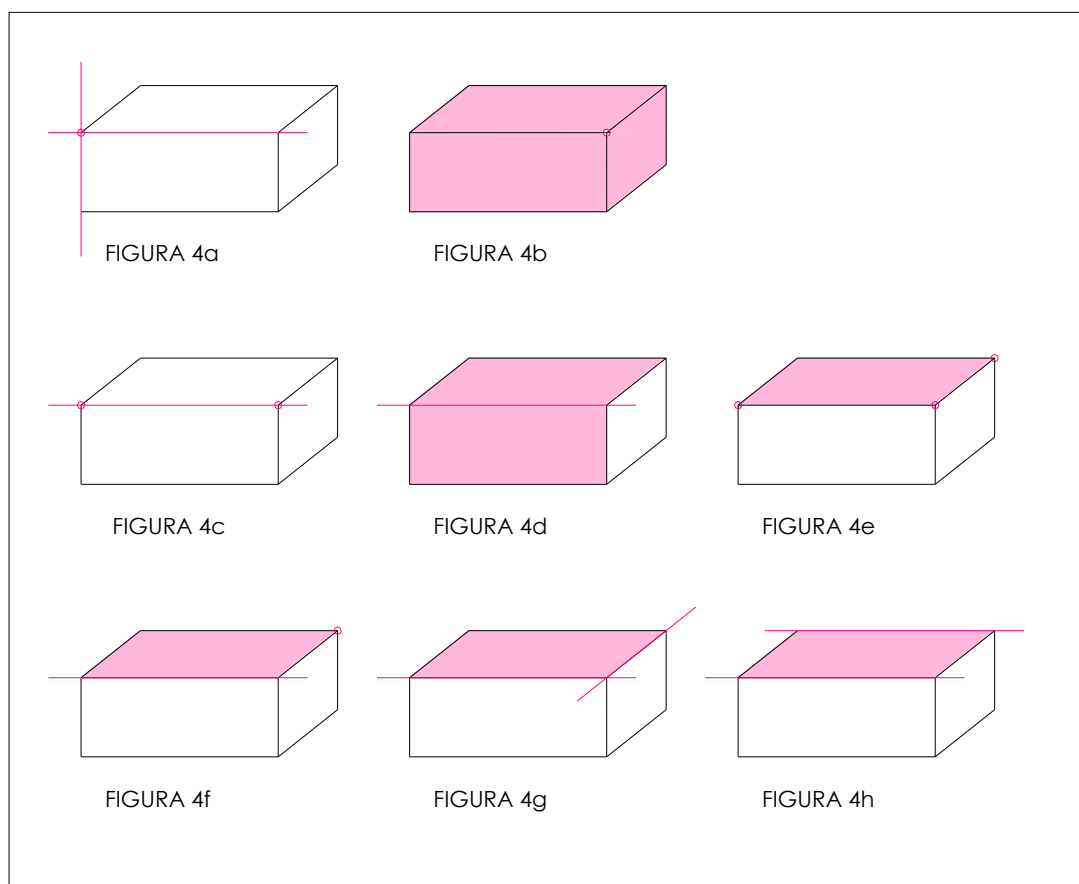


Figura 4. Determinación de planos, rectas y puntos. Elaboración propia.

Determinación de un punto

- Dos rectas que se cortan determinan un punto (figura 4a).
- Tres planos que se cortan determinan un punto (figura 4b).

Determinación de una recta

- Dos planos que se cortan determinan una recta (figura 4c).
- Dos puntos determinan una recta (figura 4d).

Determinación de un plano

- Tres puntos no alineados determinan un plano (figura 4e).
- Una recta y un punto exterior a ella determinan un plano (figura 4f).
- Dos rectas que se cortan determinan un plano (figura 4g).
- Dos rectas paralelas determinan un plano (figura 4h).

5 PLANOS Y RECTAS EN EL ESPACIO

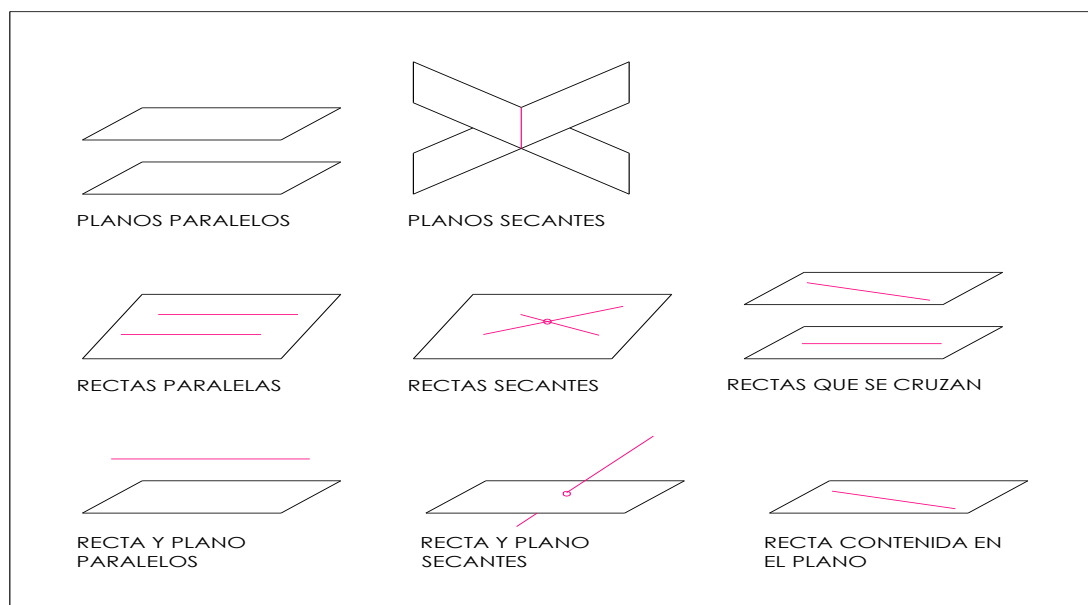


Figura 5. Planos y rectas en el espacio. Elaboración propia.

Posición relativa entre dos planos

- **Planos paralelos:** dos planos paralelos no tienen ningún punto en común.
- **Planos secantes:** dos planos se cortan cuando tienen una recta en común.

Posición relativa entre dos planos

- **Rectas paralelas:** dos rectas son paralelas cuando no tienen ningún punto en común y están situadas en un mismo plano.
- **Rectas que se cruzan:** dos rectas se cruzan cuando no tienen ningún punto en común y no están situadas en un mismo plano.
- **Rectas secantes:** dos rectas se cortan cuando tienen un punto en común. Están situadas en un mismo plano.

Posición relativa de recta y plano

- **Recta paralela a un plano:** una recta es paralela a un plano si no tiene ningún punto en común con él.
- **Recta secante a un plano:** una recta y un plano son secantes si tienen un único punto en común.
- **Recta contenida en un plano:** todos los puntos de la recta son comunes a ambos.

Almodóvar, García, Gil, Nortes Checa, 1997, p. 185.

6 ÁNGULOS

Un ángulo es la porción de plano limitado por dos semirrectas que tienen el mismo origen:

- El punto de origen de las semirrectas es el vértice.
- Las dos semirrectas son los lados.

Tipos de ángulos

- **Ángulo recto:** está definido por dos semirrectas perpendiculares. Mide 90° sexagesimales.
- **Ángulo llano:** está definido por dos semirrectas alineadas. Mide 180° sexagesimales.
- **Ángulo agudo:** su amplitud es inferior a la de un ángulo recto.
- **Ángulo obtuso:** su amplitud es mayor que la de un ángulo recto.

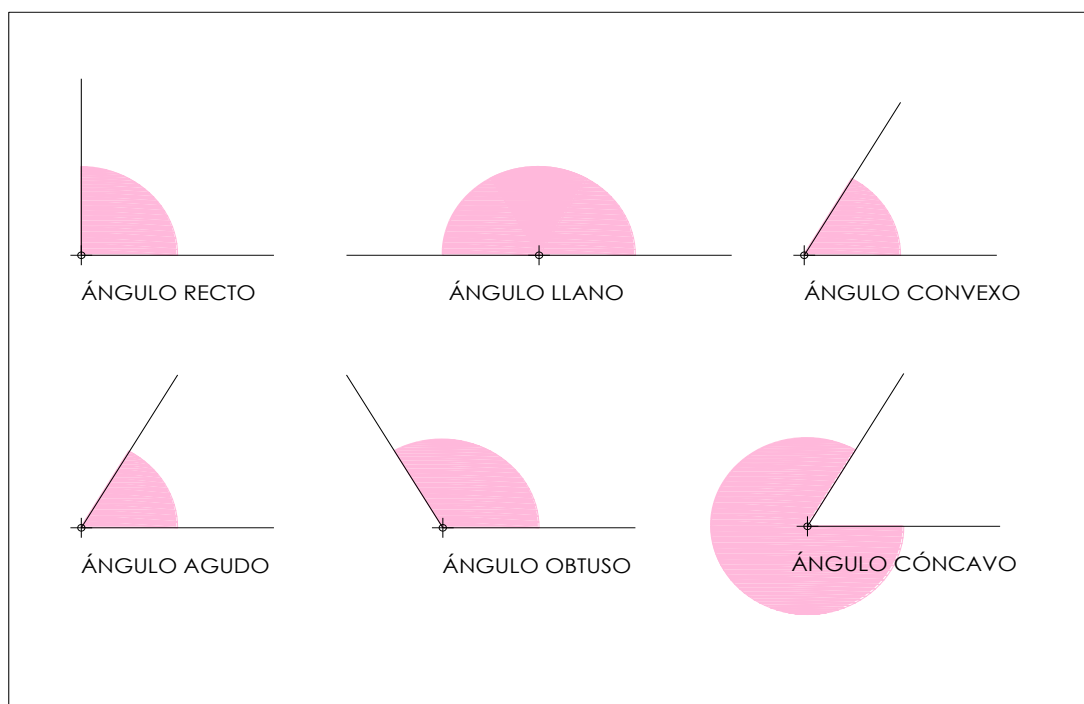


Figura 6. Tipos de ángulos. Elaboración propia.

Ángulos complementarios y suplementarios

- Dos ángulos son **complementarios** si suman un ángulo recto (90°).
- Dos ángulos son **suplementarios** si suman un ángulo llano (180°).

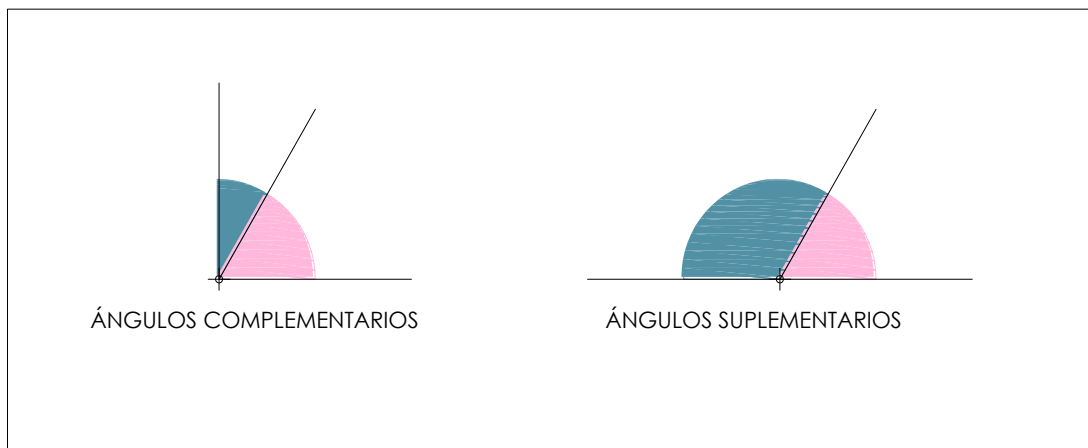


Figura 7. Ángulos complementarios y suplementarios. Elaboración propia.

Observa que:

- En un polígono regular todos los ángulos son iguales.
- Si el polígono es un cuadrado, los ángulos son rectos.
- Dos rectas secantes son perpendiculares cuando forman cuatro ángulos rectos.

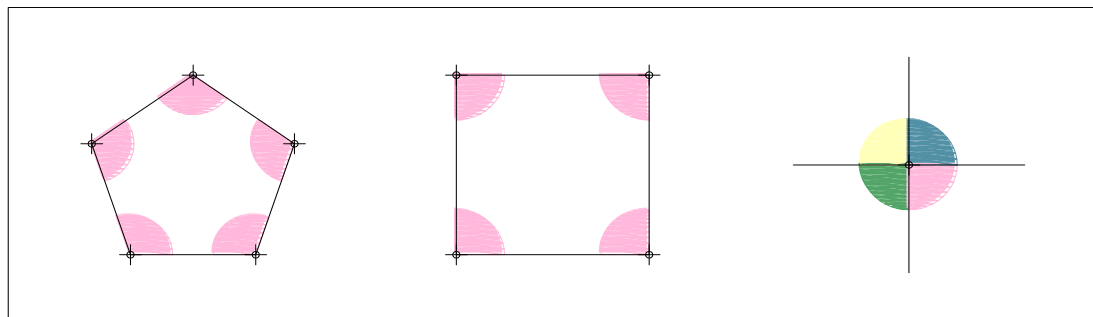


Figura 8. Ángulos y polígonos. Elaboración propia.

Vizmanos y Anzola, 1996, p. 131.

7 CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS SENCILLAS

Paralelismo y perpendicularidad

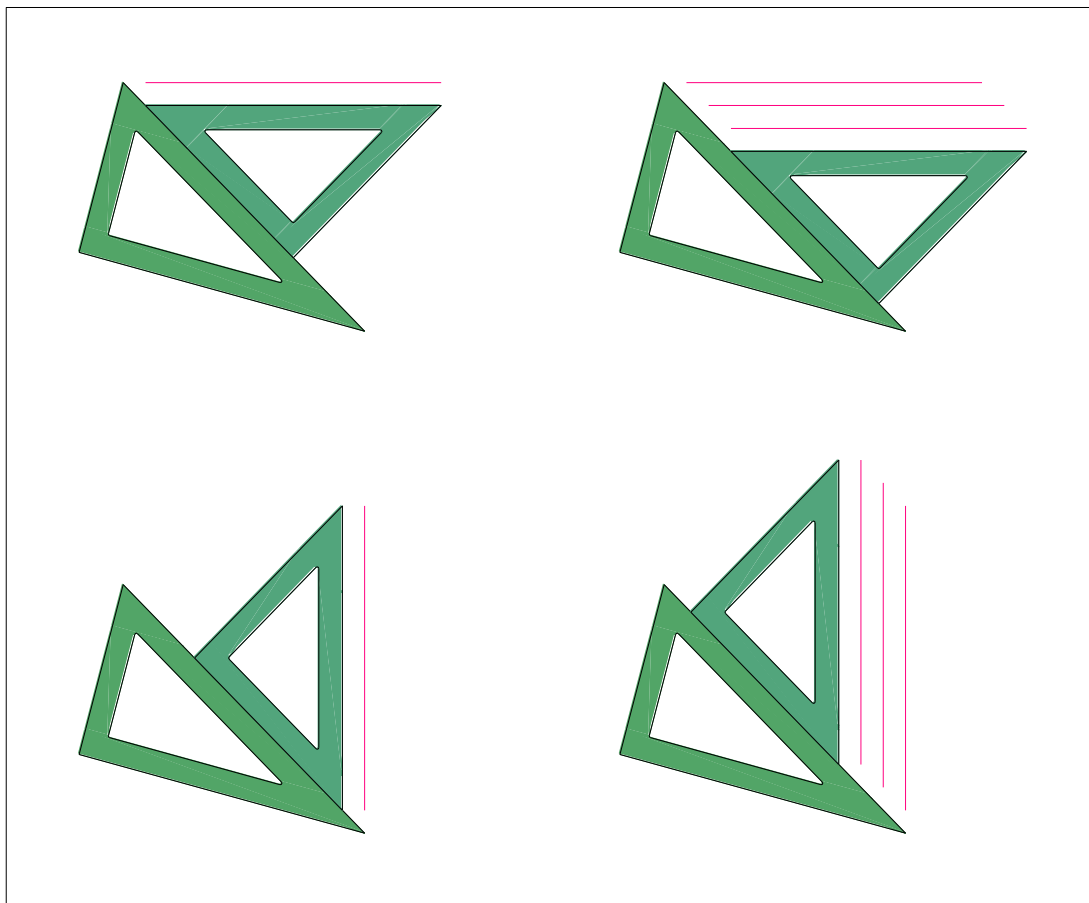


Figura 9. Trazado de paralelas y perpendiculares. Elaboración propia.

El trazado de líneas paralelas y perpendiculares se realiza con la escuadra y el cartabón. Basta colocarlos sobre el soporte en el que queremos trazar las líneas y deslizar una plantilla sobre otra para trazar líneas paralelas.

Para trazar líneas perpendiculares recurriremos al uso del ángulo recto que tanto la escuadra como el cartabón poseen, disponiendo adecuadamente los lados de cada plantilla correspondientes a dicho ángulo.

Mediatriz de un segmento

La línea que divide perpendicularmente un segmento en dos partes iguales se llama mediatriz. Todos los puntos de la mediatriz están a igual distancia de los extremos del segmento.

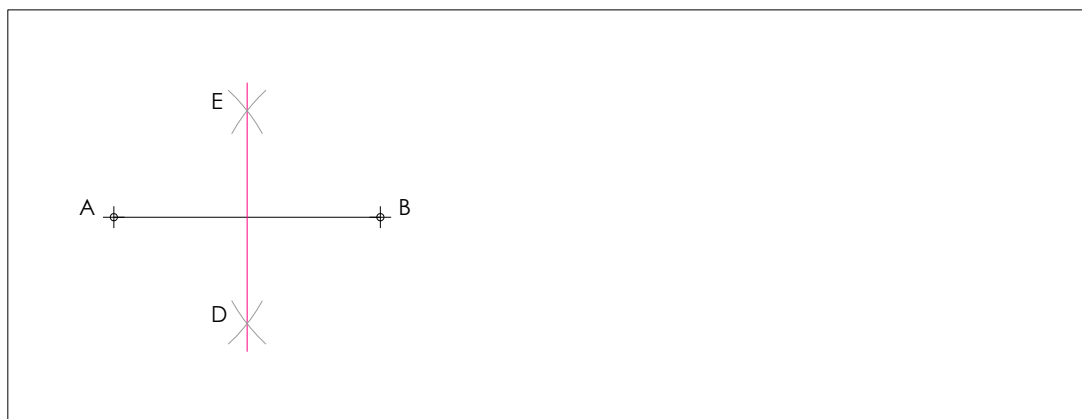


Figura 10. Mediatriz de un segmento. Elaboración propia.

Trazado: Tomando como radio cualquier distancia mayor que la mitad del segmento AB, se hace centro con el compás en A y en B y se trazan sendos arcos a un lado y a otro del segmento. Se unen C y D, puntos de corte de dichos arcos y se obtiene la mediatriz del segmento dado.

Bisectriz de un ángulo

La línea que divide un ángulo en dos partes iguales se llama bisectriz. Todos los puntos de la bisectriz están a igual distancia de los lados del ángulo.

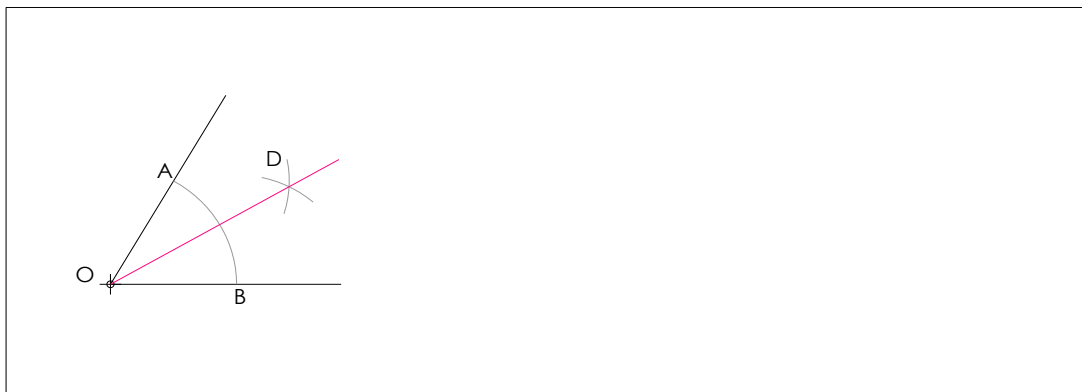


Figura 11. Bisectriz de un ángulo. Elaboración propia.

Trazado: Dibuja el arco AB haciendo centro en O y con un radio cualquiera. Con centro en A y en B se trazan dos arcos cuyo radio sea de una medida no inferior a la mitad del arco AB. Los dos arcos se cortan en D. Se une O con D y se obtiene la bisectriz del ángulo propuesto.

Torres, Oyarbide y Oyarbide, 1999, p. 96.

8 TRANSPORTE DE MEDIDAS

El compás como transportador de segmentos

Dos segmentos son iguales cuando tienen la misma longitud, así podemos obtener un segmento igual a otro dado siguiendo el siguiente procedimiento:

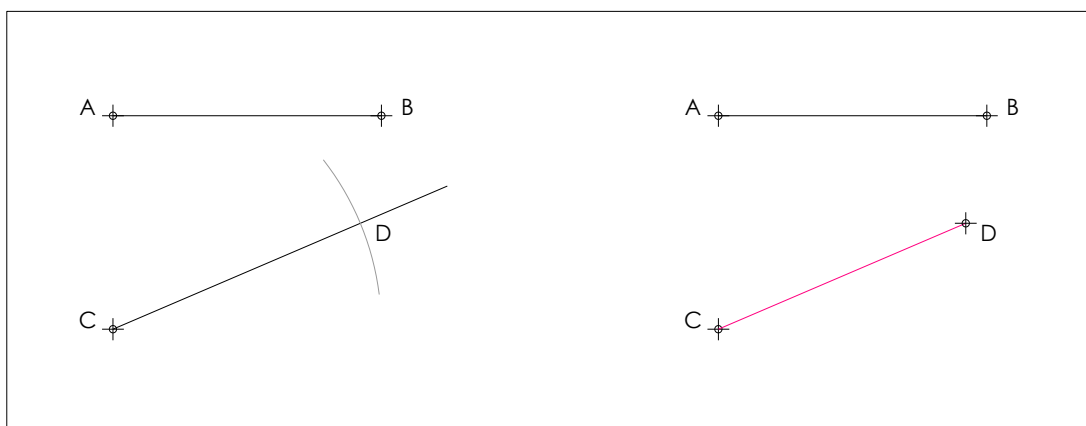


Figura 12. El compás como transportador de segmentos. Elaboración propia.

Dibuja una semirrecta con origen en C y traza un arco de centro C y radio AB. Punto de corte D. El segmento CD será igual que el segmento AB.

El compás como transportador de ángulos

Dos segmentos son iguales cuando tienen la misma abertura, así podemos obtener un ángulo igual a otro dado siguiendo el siguiente procedimiento:

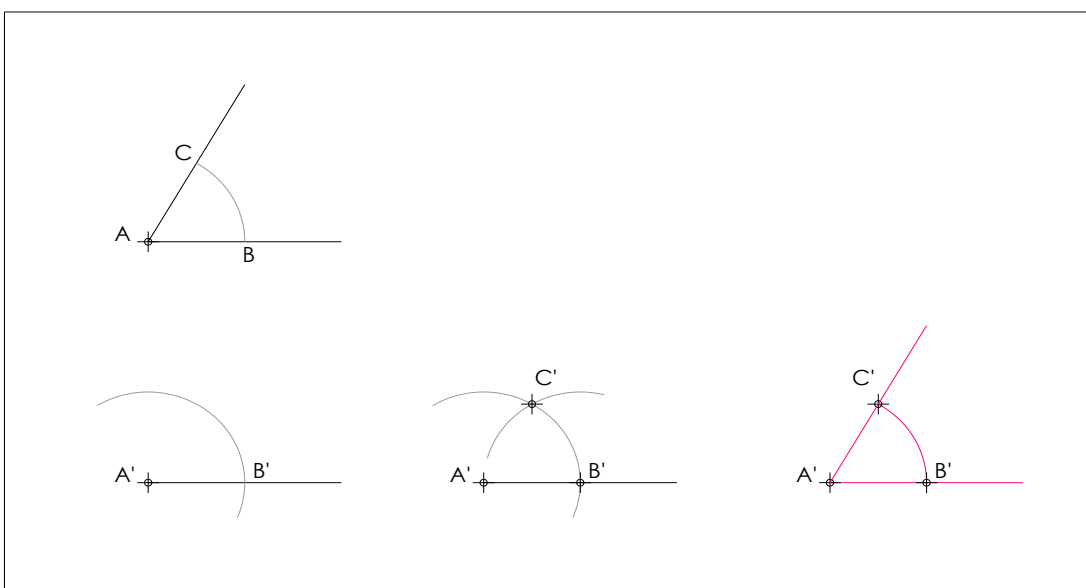


Figura 13. El compás como transportador de ángulos. Elaboración propia.

Sobre un segmento traza un arco de centro A' y radio AB . Punto de corte B' . Traza un nuevo arco de centro B' y radio BC . Punto de corte C' . La semirrecta $A'C'$ es el segundo lado.

Vizmanos y Anzola, 1996, p. 148-149.

9 FIGURAS PLANAS ELEMENTALES: POLÍGONOS

Un **polígono** es la región del plano limitada por un número finito de segmentos.

Elementos de un polígono

- **Lados:** cada uno de los segmentos que lo limitan.
- **Vértices:** puntos de intersección de dos lados.
- **Ángulos:** los determinados por dos lados contiguos.
- **Diagonales:** segmentos que determinan vértices no consecutivos.

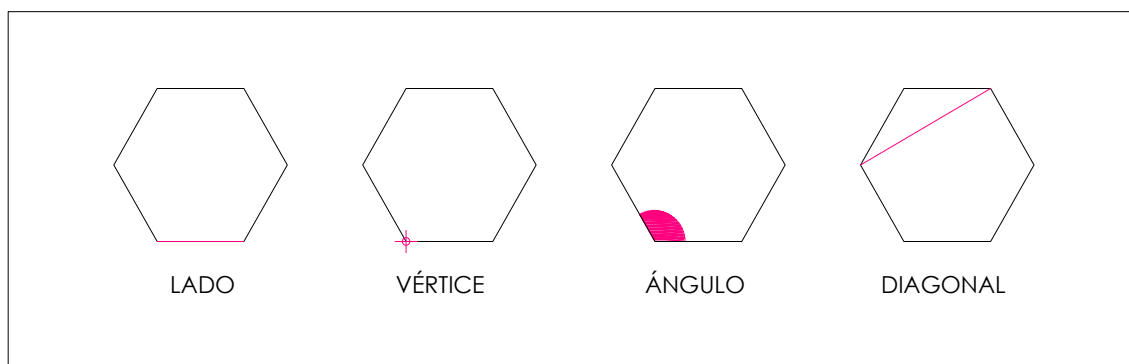


Figura 14. Elementos de un polígono. Elaboración propia.

Nomenclatura de un polígono

Para nombrar un polígono designamos a cada vértice con una letra mayúscula y estas se leen consecutivamente.

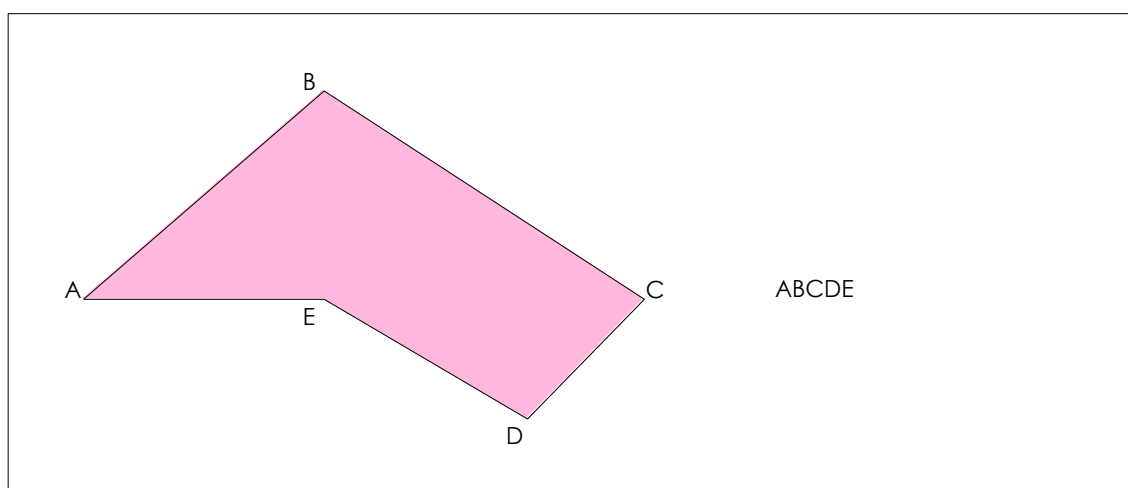


Figura 15. Nomenclatura de un polígono. Elaboración propia.

Clasificación de los polígonos

- **Por su número de lados**

Los polígonos se nombran en función del número de sus lados. Se llaman triángulo (3 lados), cuadrilátero (4 lados), pentágono (5 lados), hexágono (6 lados), Heptágono (7 lados)...

- **Polígonos regulares e irregulares**

Un polígono es **regular** cuando tiene todos sus lados y todos sus ángulos iguales.

Un polígono es **irregular** cuando tiene sus lados o sus ángulos desiguales.

- **Polígonos convexos y cóncavos**

Un polígono **convexo** tiene todos sus ángulos convexos.

Un polígono **cóncavo** tiene algún ángulo cóncavo.

Vizmanos y Anzola, 1996, p. 132.

Clasificación de triángulos

Un triángulo es un polígono que tiene 3 lados.

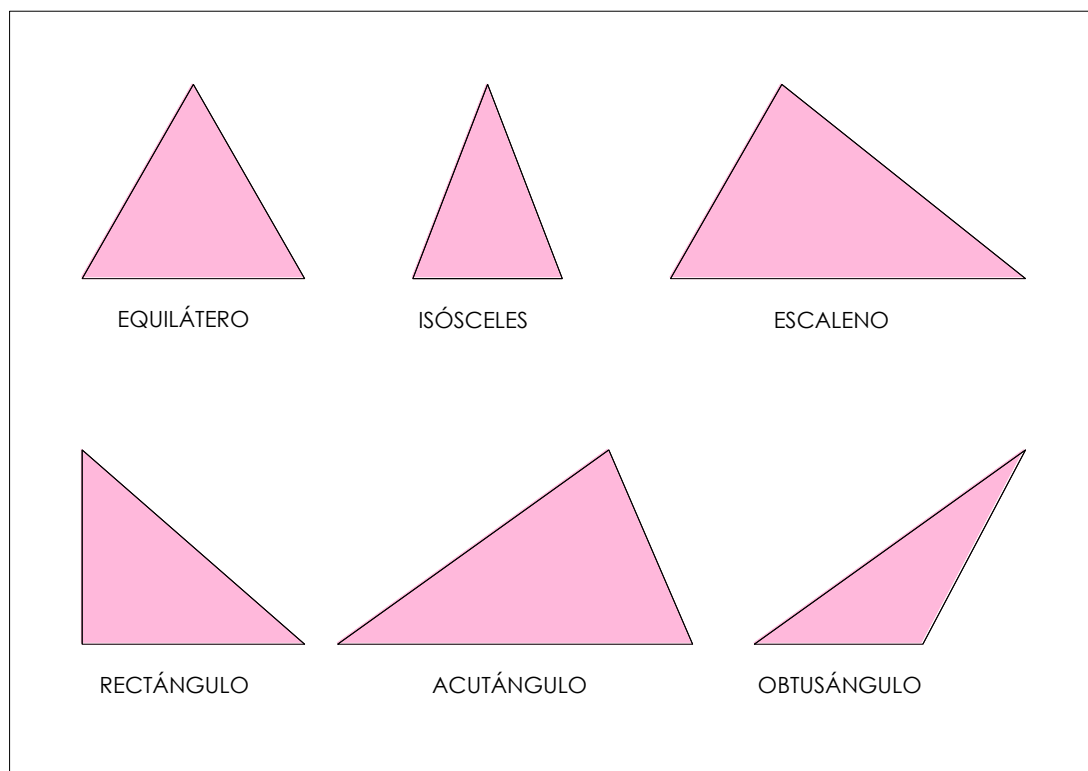


Figura 16. Clasificación de los triángulos. Elaboración propia.

Clases de triángulos según sus lados:

- **Equilátero:** tiene sus tres lados iguales.
- **Isósceles:** tiene dos lados iguales y uno desigual.
- **Escaleno:** sus tres lados son diferentes.

Clases de triángulos según sus ángulos:

- **Rectángulo:** si tiene un ángulo recto y los otros dos agudos.
- **Acutángulo:** si tiene los tres ángulos agudos.
- **Obtusángulo:** si tiene un ángulo obtuso y los otros dos son agudos.

Acacio, 1993, p. 119-120.

Clasificación de cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono que tiene 4 lados.

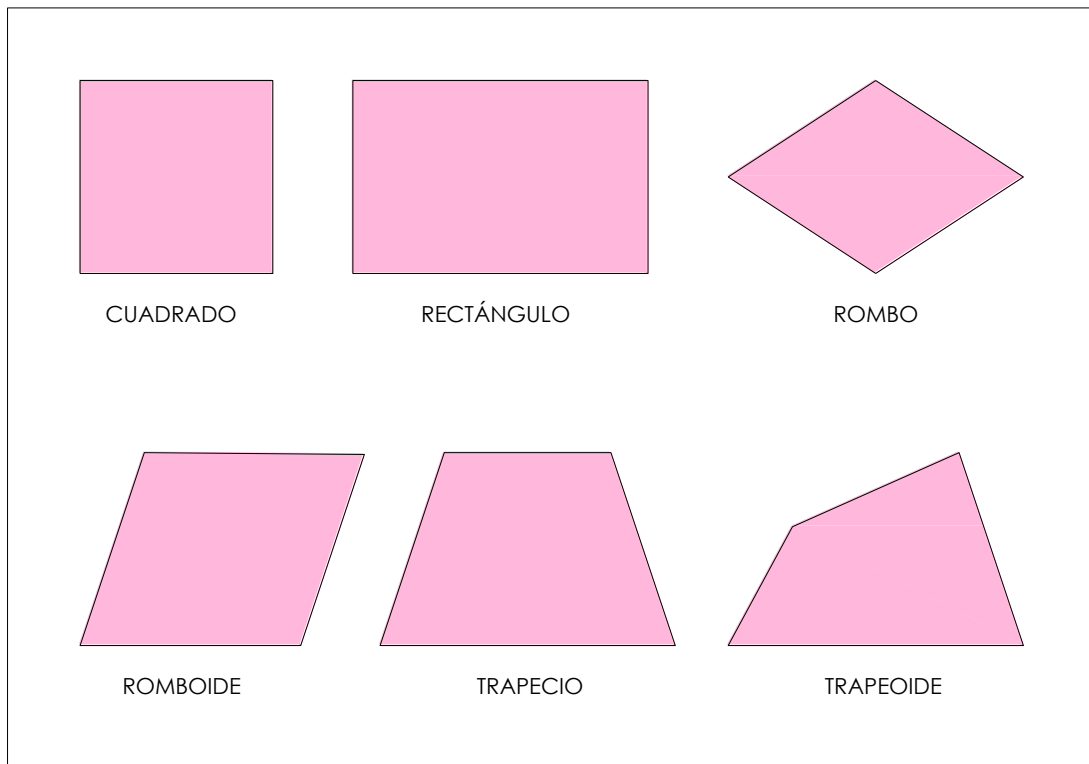


Figura 17. Clasificación de los cuadriláteros. Elaboración propia.

Clases de cuadriláteros:

- Paralelogramos: si tienen sus cuatro lados paralelos dos a dos.
 - Rectángulo:
 - Sus lados son paralelos dos a dos.
 - Sus cuatro ángulos son rectos.
 - Sus lados son iguales dos a dos.
 - Cuadrado:
 - Sus lados son paralelos dos a dos.
 - Sus cuatro ángulos son rectos.
 - Sus cuatro lados son iguales.
 - Rombo:
 - Sus lados son paralelos dos a dos.
 - Sus ángulos son iguales dos a dos.
 - Sus cuatro lados son iguales.
 - Romboide:
 - Sus lados son paralelos dos a dos.
 - Sus ángulos son iguales dos a dos.
 - Sus lados son iguales dos a dos.
- No paralelogramos: si no tienen los cuatro lados paralelos dos a dos.
 - Trapecio:
 - Tiene dos lados paralelos, pero los otros dos no.
 - Trapezoide:
 - No tiene ningún lado paralelo

Acacio, 1993, p. 122-123.

10 CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES

Métodos particulares conocido el lado

Triángulo equilátero

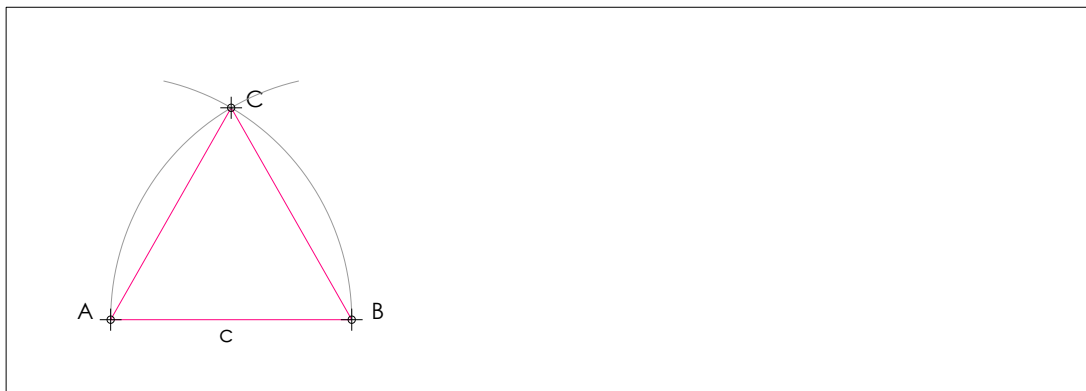


Figura 18. Construcción del triángulo equilátero conocido el lado. Elaboración propia.

Comenzamos trazando un segmento con la medida del lado. Con centro en sus extremos A y B se dibujan dos arcos de radio igual al lado. Al cortarse los arcos tenemos el vértice C, opuesto al lado AB. Uniendo AC y BC obtenemos el triángulo buscado.

Rodríguez *et al.*, 1996, p. 36.

Cuadrado

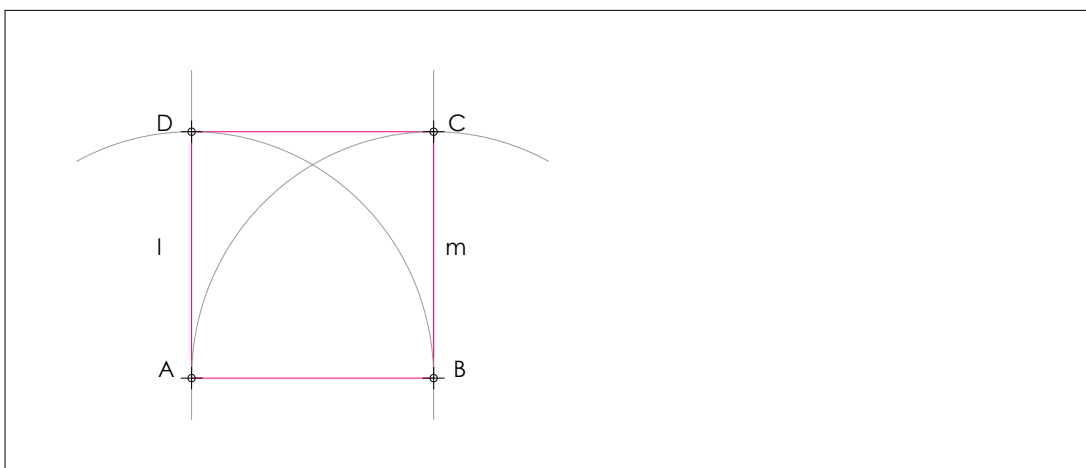


Figura 19. Construcción del cuadrado conocido el lado. Elaboración propia.

La medida dada será el primer lado, AB. Se levantan las perpendiculares en A y en B (l y m). Sobre éstas se lleva la medida del lado. Para ello, con centro en A y radio AB, trazamos un arco de circunferencia que corta a l en D. Repetimos el arco con centro en B cortando a m en C. Unimos D y C y obtendremos el cuadrado.

Rodríguez *et al.*, 1996, p. 34.

Hexágono

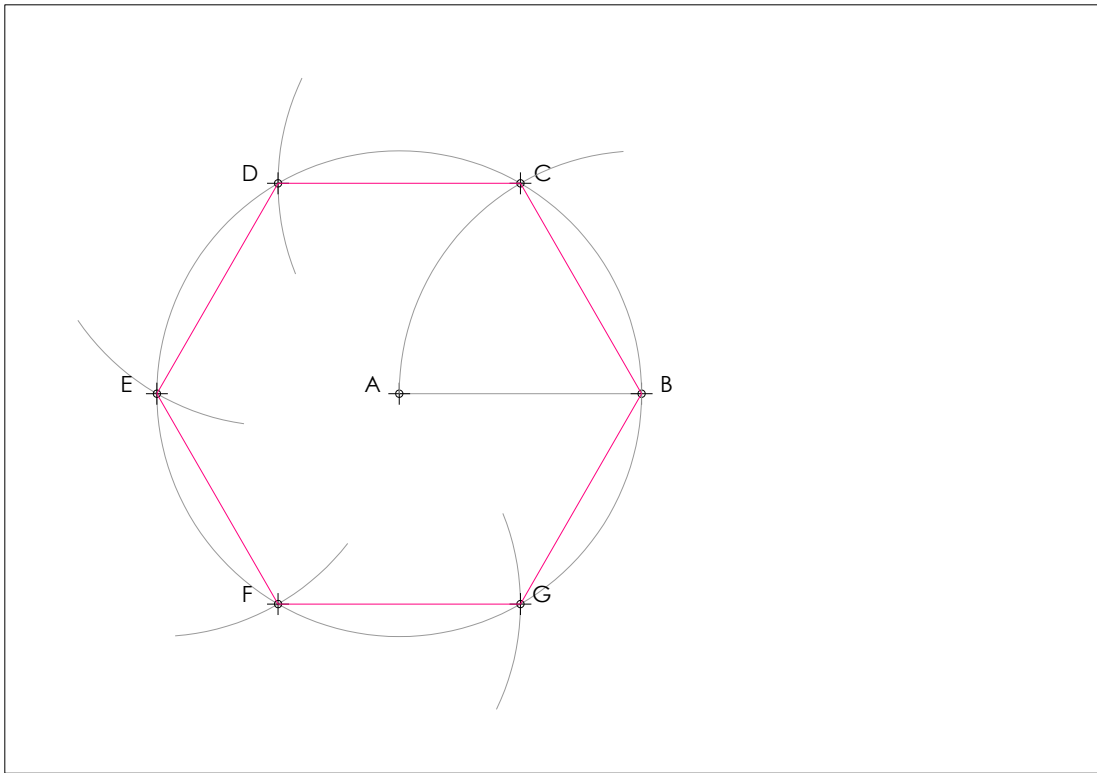


Figura 20. Construcción del hexágono conocido el lado. Elaboración propia.

Dada la medida del lado AB, con centro en A y radio AB traza el arco de circunferencia. Con centro en B y el mismo radio AB dibuja otro arco que cortará a la circunferencia en C. Desde C traza otro arco con el mismo radio AB que dará un nuevo vértice del hexágono D. Repite sucesivamente hasta obtener los 6 vértices.

Domingo, 2014.

Métodos particulares conocido el radio de la circunferencia en la que están inscritos

Triángulo equilátero

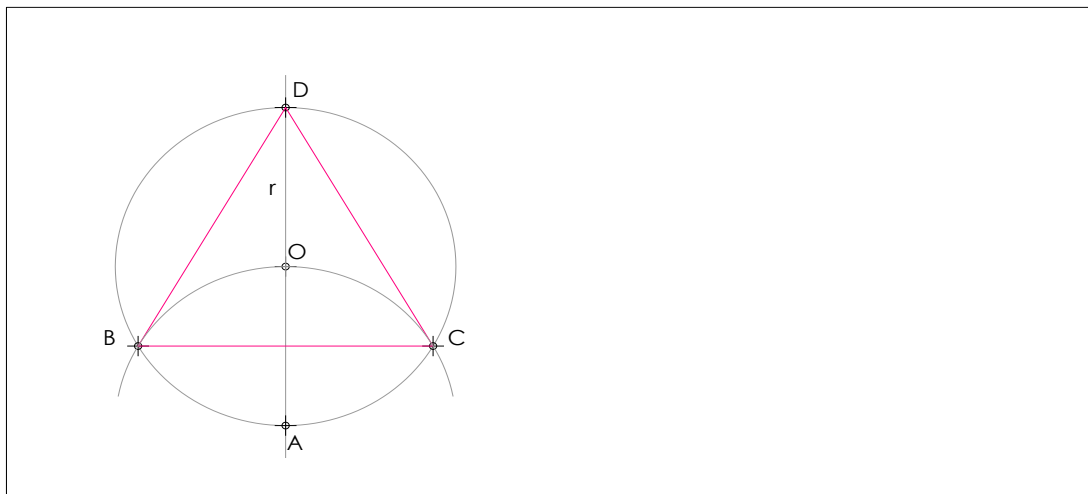


Figura 21. Construcción del triángulo equilátero conocido el radio. Elaboración propia.

Se dibuja la circunferencia de radio conocido r . Con centro en el extremo A de un diámetro AD, se traza un arco de radio AO. Al cortar el arco en dos puntos de la circunferencia se formarán los vértices B y C; en D estará el tercer vértice. Uniendo B, C y D tenemos el triángulo inscrito.

Rodríguez *et al.*, 1996, p. 36.

Cuadrado

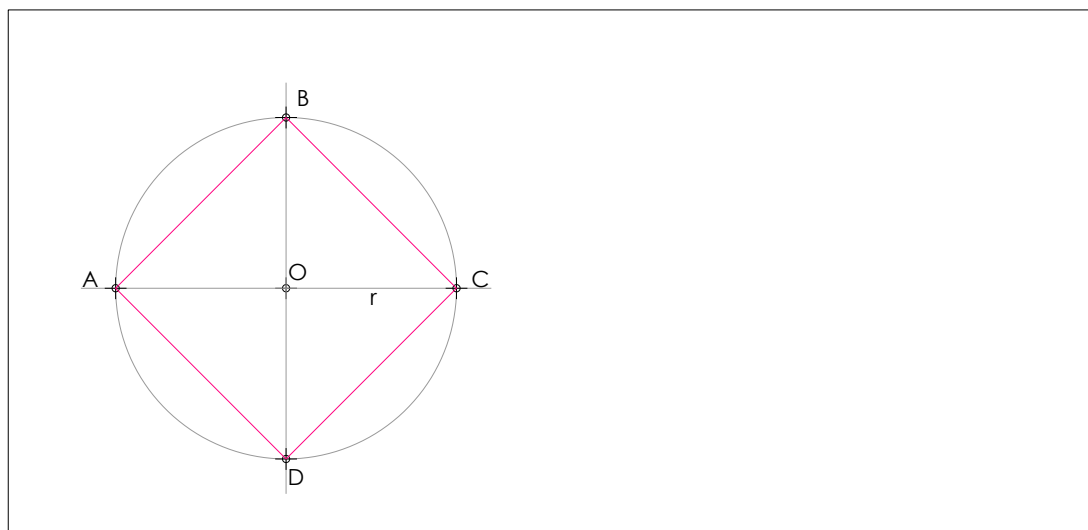


Figura 22. Construcción del cuadrado conocido el radio. Elaboración propia.

Se dibuja la circunferencia de radio conocido r . Sobre los extremos AB y CD de dos diámetros perpendiculares estarán los vértices del cuadrado. Uniendo A, B, C y D tendremos los lados del cuadrado.

Rodríguez *et al.*, 1996, p. 34.

Hexágono

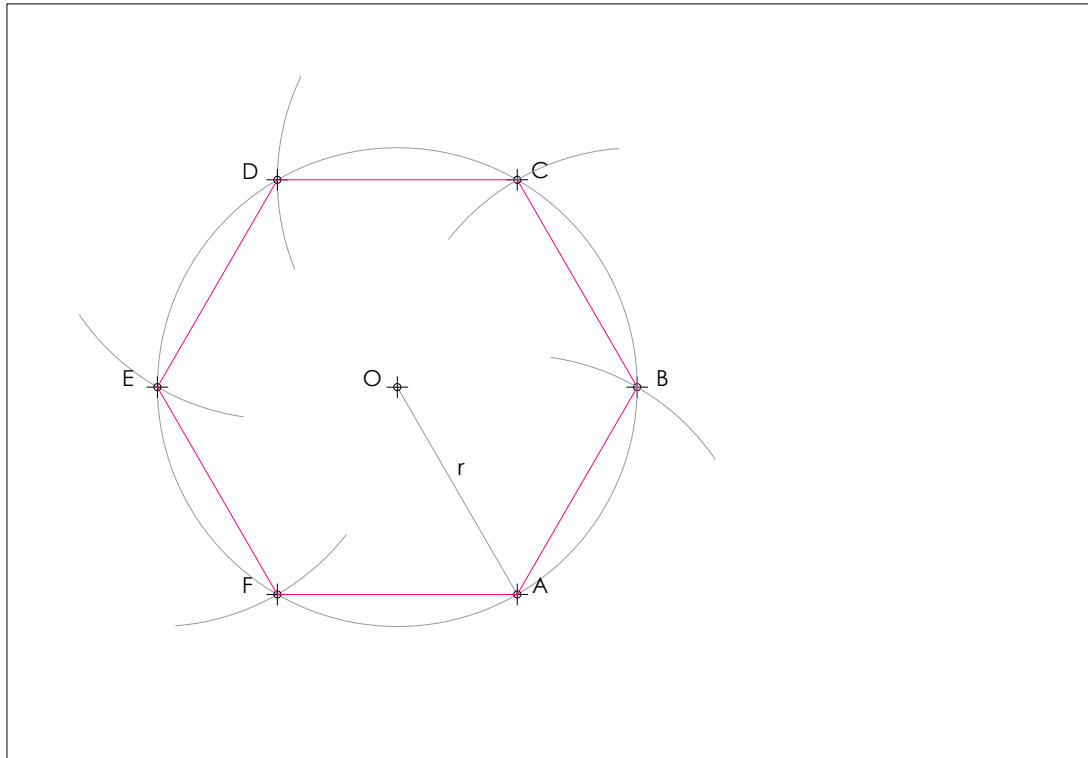


Figura 23. Construcción del hexágono conocido el radio. Elaboración propia.

Se dibuja la circunferencia de radio conocido r . Con centro en un punto cualquiera de la circunferencia, se traza un arco con radio r . Con centro en los puntos de corte de este arco anterior sobre la circunferencia vuelven a trazarse arcos con el mismo radio r . Así hasta obtener los 6 vértices del hexágono.

Octógono

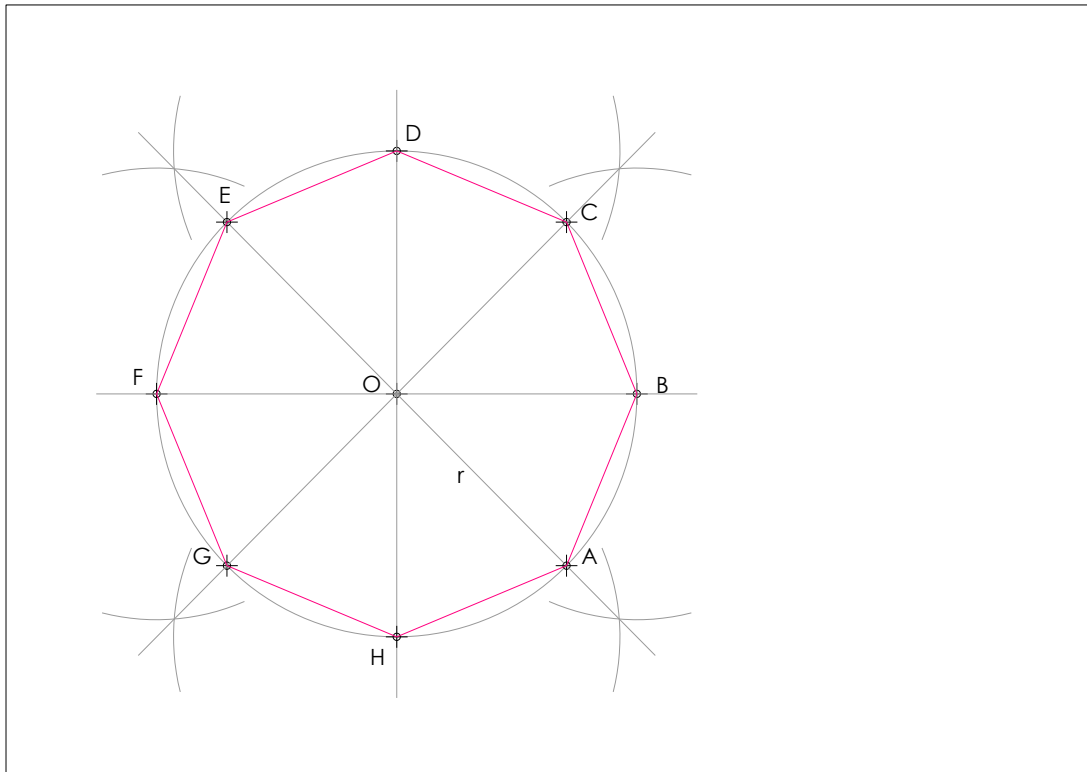


Figura 24. Construcción del octógono conocido el radio. Elaboración propia.

Se dibuja la circunferencia de radio conocido r . Se divide la circunferencia en 8 partes iguales; para ello traza un diámetro cualquiera, su diámetro perpendicular y halla las bisectrices de los ángulos rectos que originan los dos diámetros anteriores. La intersección de ambos diámetros y las bisectrices sobre la circunferencia darán lugar a los 8 vértices del octógono.

11 CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS ESTRELLADOS

Para construir un polígono estrellado basta con dividir una circunferencia en tantas partes iguales como vértices queramos que tenga el polígono.

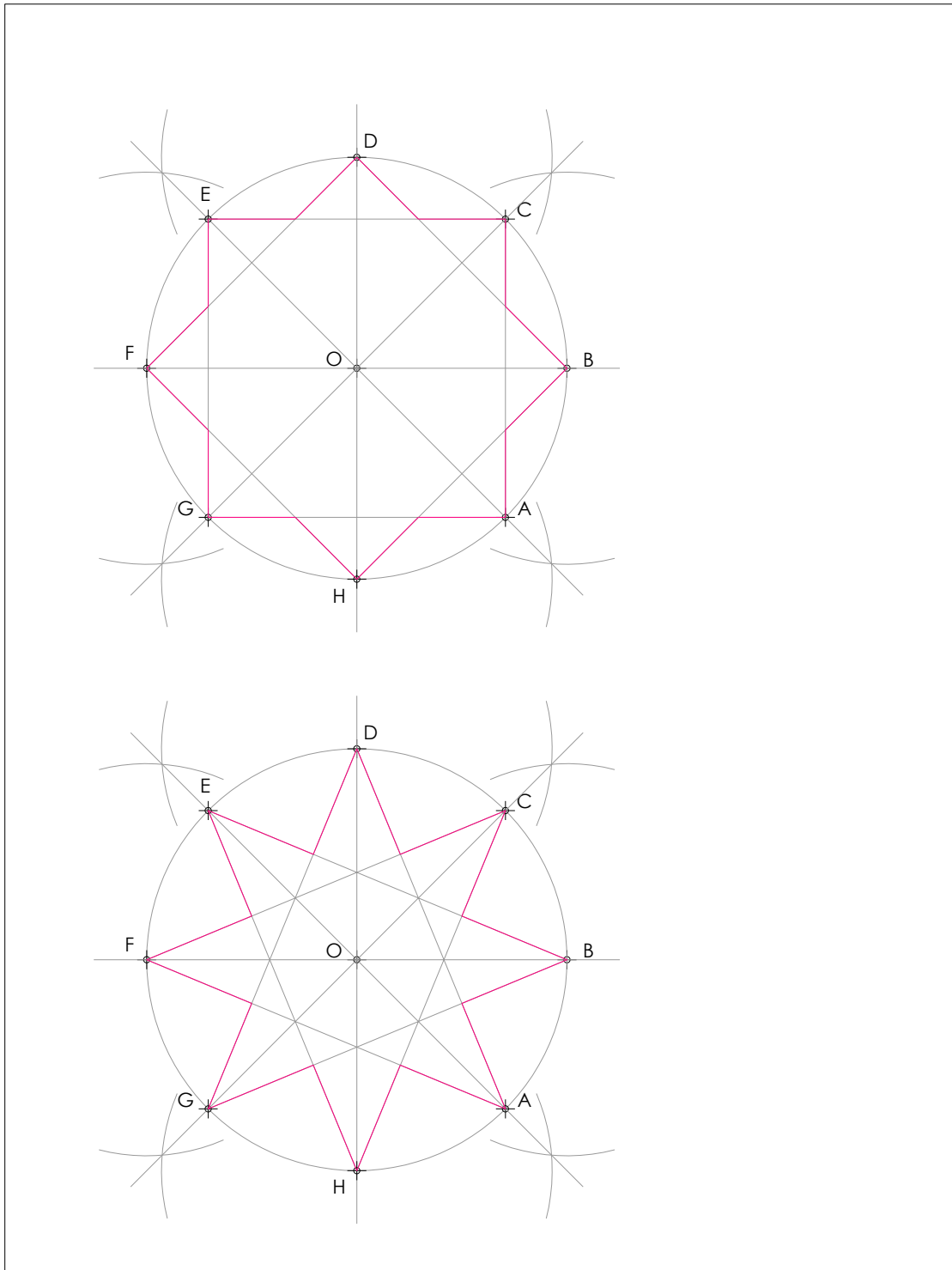


Figura 25. Construcción de polígonos estrellados. Elaboración propia.

Una vez que tenemos la circunferencia dividida (por ejemplo en 8 partes iguales) tomaremos un vértice al azar y lo uniremos con el segundo siguiente (es decir, saltándonos el vértice consecutivo). Repetiremos así, sucesivamente, hasta que el polígono contenga todos los vértices.

De la misma manera, puede construirse otro polígono estrellado, si se conecta un vértice con el tercer vértice consecutivo (es decir, nos saltamos dos), y así sucesivamente.

Las formas de ambos polígonos estrellados son diferentes, a pesar de tener el mismo número de vértices.

12 MEDIDA Y CÁLCULO DE ÁNGULOS DE FIGURAS PLANAS

Suma de los ángulos de un triángulo

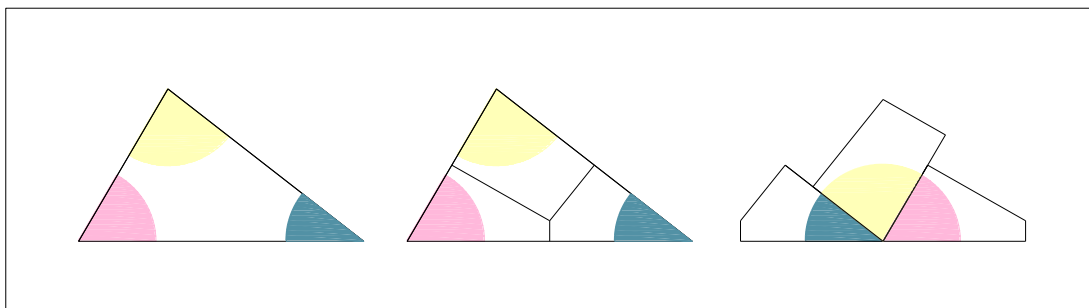


Figura 26. Suma de los ángulos de un triángulo. Elaboración propia.

Dibuja un triángulo cualquiera y repite los pasos de la figura. Dibuja otros triángulos y en todos los casos verás que con los tres ángulos de un triángulo se puede formar un ángulo llano.

La suma de los ángulos de un triángulo es 180° .

Suma de los ángulos de un polígono

Observa la siguiente figura:

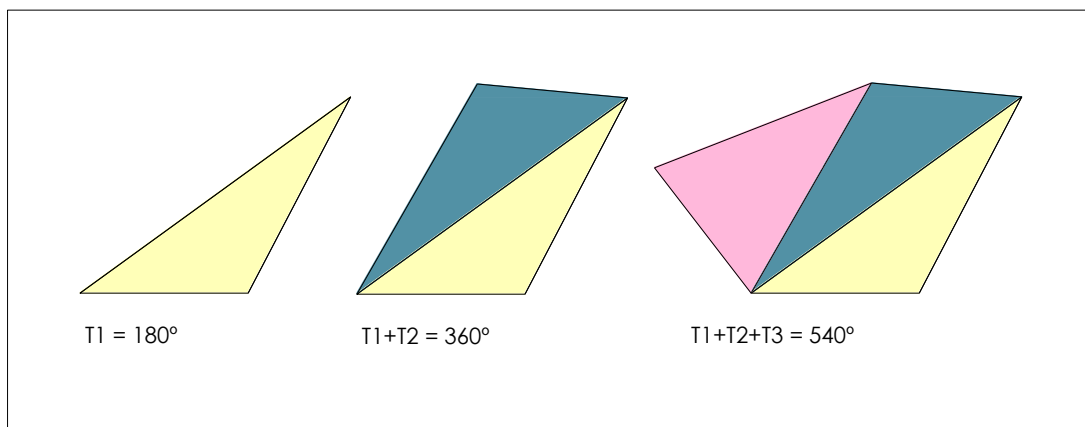


Figura 27. Suma de los ángulos de un polígono. Elaboración propia.

Trazando las diagonales desde un vértice se descomponen los polígonos en triángulos. Si el número de lados es n , el número de triángulos es $n-2$.

Así, la suma de los ángulos de un polígono de n lados vale $180(n-2)^\circ$.

Vizmanos y Anzola, 1996, p. 133.

13 PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Teorema de Pitágoras

Pitágoras fue un filósofo y matemático griego que vivió hacia el año 500 antes de Cristo. Viajó a Egipto y a la India, donde asimiló los conocimientos de geometría que desarrollaron estos países y tuvo el mérito de percibir que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

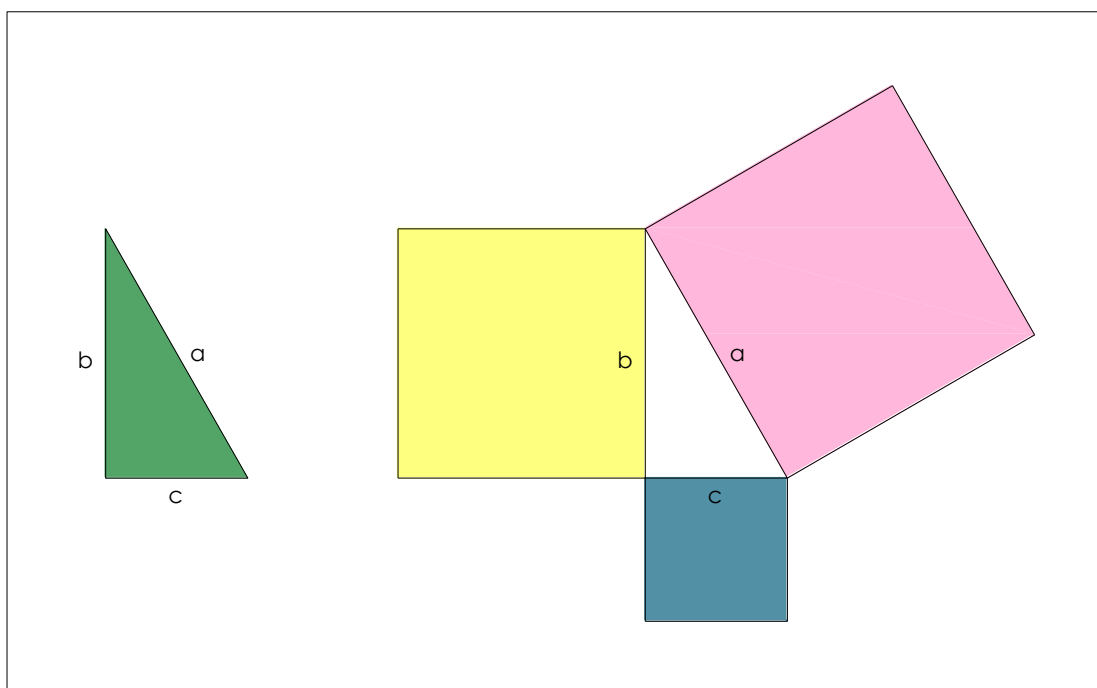


Figura 28. Teorema de Pitágoras. Elaboración propia.

Así, para un triángulo rectángulo en el que las longitudes de sus lados son a , b y c , se verifica:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Una de las demostraciones más sencillas del Teorema de Pitágoras es la que ilustra las siguientes figuras.

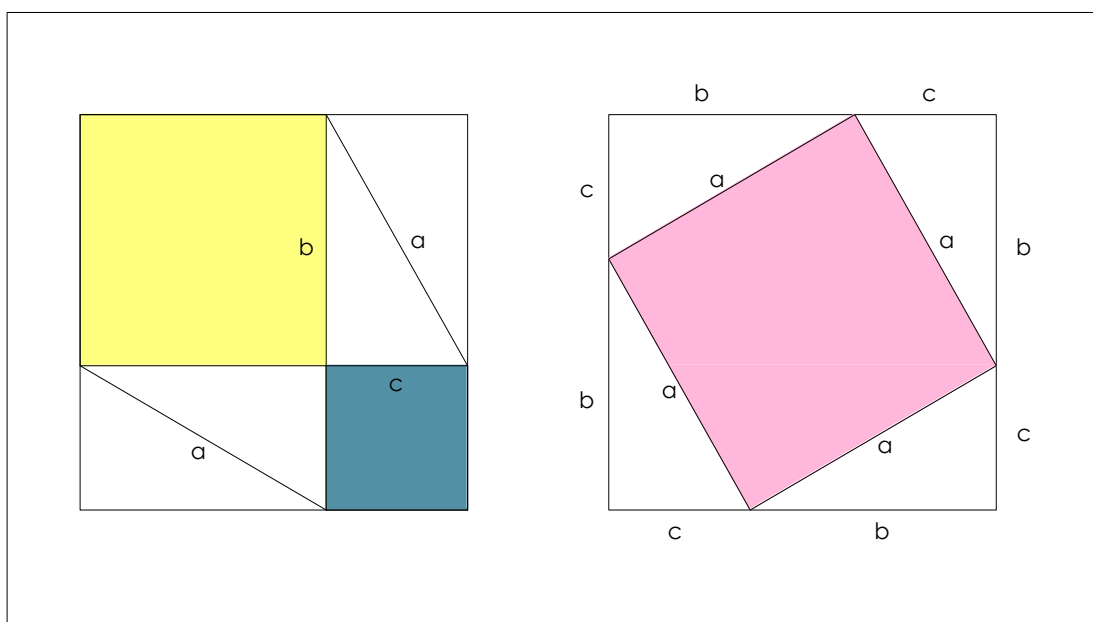


Figura 29. Demostración teorema de Pitágoras. Elaboración propia.

Observa que:

- Los cuadrados grandes de las dos figuras son iguales porque la longitud de cada lado es $b + c$.
- El área de los cuatro triángulos de la figura del centro es igual al área de los cuatro triángulos de la figura de la derecha.

Por tanto, el área coloreada de la figura de la derecha es igual al área coloreada de la figura de la izquierda.

Aplicaciones del Teorema de Pitágoras

De la igualdad $a^2 = b^2 + c^2$, que expresa el teorema de Pitágoras, se obtienen las siguientes igualdades:

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$ para hallar la hipotenusa a .

$b = \sqrt{a^2 - c^2}$ para hallar el cateto b .

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$ para hallar el cateto c .

Observa que:

Estas igualdades nos permiten conocer, por ejemplo:

- La altura de un triángulo equilátero conocido su lado.
- La diagonal de un cuadrado conocido su lado
- La apotema de un hexágono conocido su lado.

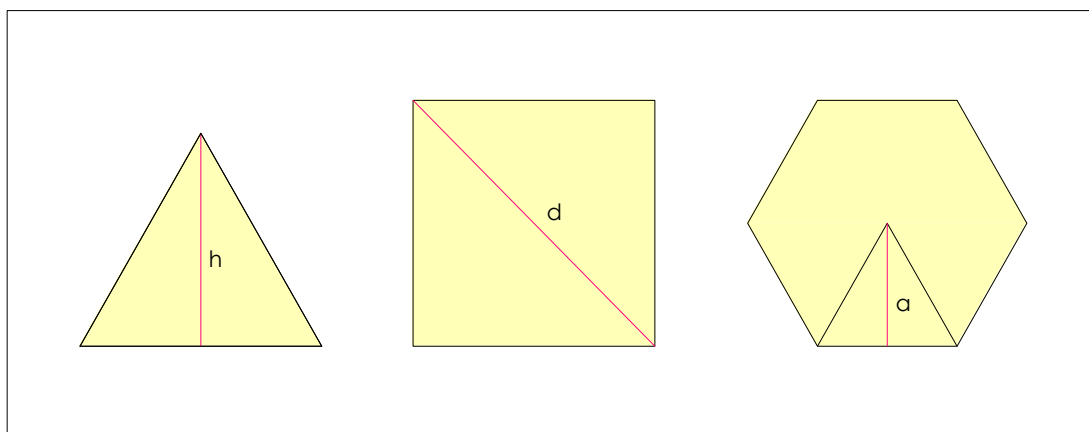


Figura 30. Aplicaciones del Teorema de Pitágoras. Elaboración propia.

El concepto de área

El área de una superficie plana indica las veces que esa superficie contiene a una unidad de superficie dada.

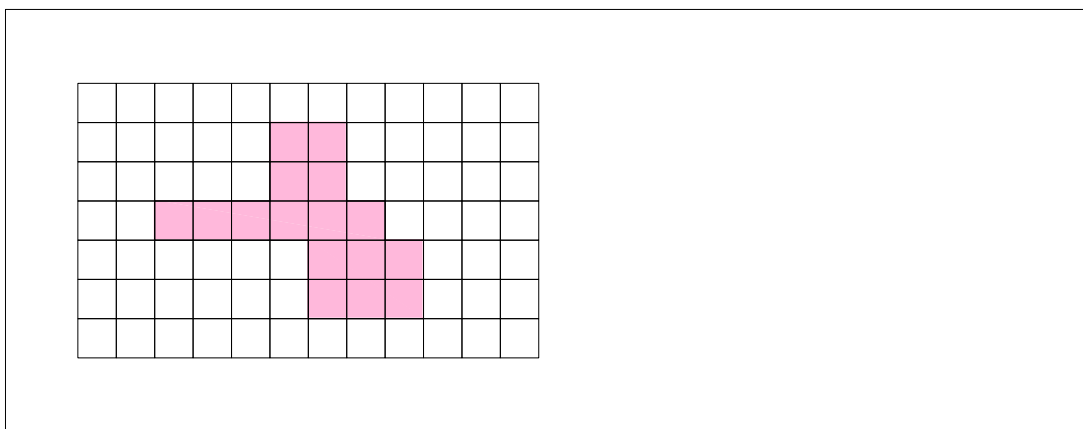


Figura 31. Concepto de área. Elaboración propia.

Así, el área de la superficie coloreada en la cuadrícula es $16\Box$, si se toma como unidad de superficie el cuadradito de la cuadrícula.

En la práctica se toma como unidad de superficie el metro cuadrado, sus múltiplos y submúltiplos.

Ahora bien, como para medir superficies no disponemos de ningún instrumento que, aplicado a una superficie, nos dé directamente su área, el área de las figuras se obtiene indirectamente mediante fórmulas.

Área del rectángulo y del cuadrado

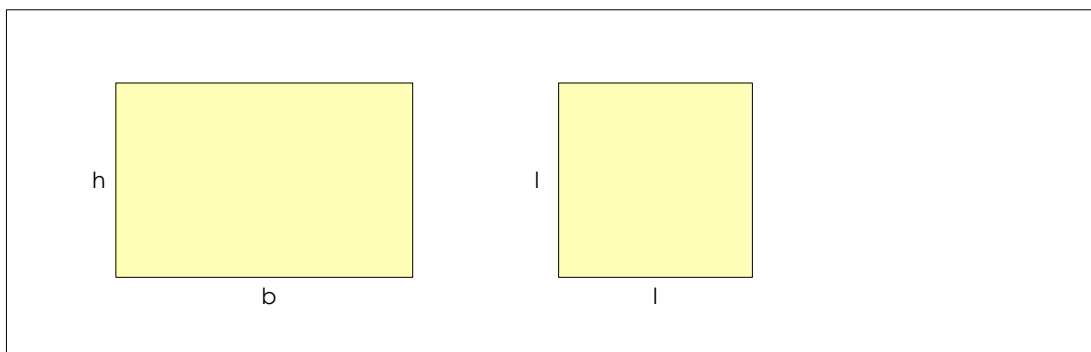


Figura 32. Área del rectángulo y del cuadrado. Elaboración propia.

El área de un **rectángulo** es igual al producto de la base por la altura.

$$A = b * h$$

El área del **cuadrado** es igual al cuadrado del lado.

$$A = l * l = l^2$$

Y el lado del cuadrado es igual a la raíz cuadrada del área:

$$l = \sqrt{A}$$

Área del romboide

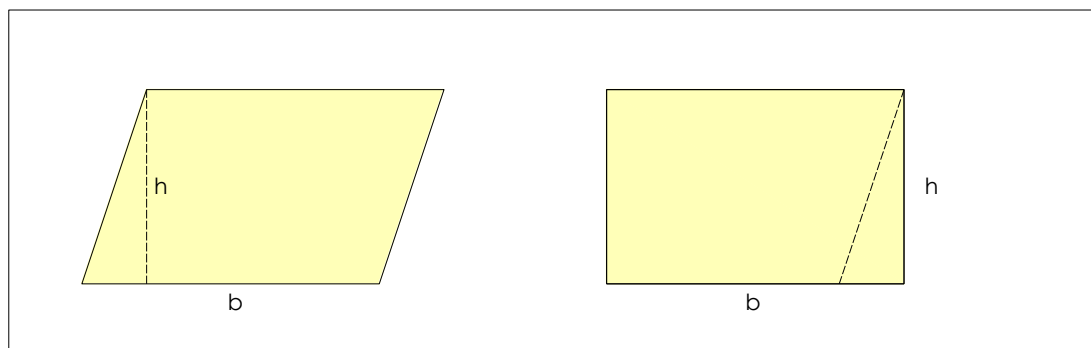


Figura 33. Área del romboide. Elaboración propia.

En la figura aparece un romboide, que es el paralelogramo más general. Si lo recortamos por la línea de puntos, con las dos partes que resultan podemos construir un rectángulo de la misma base y altura que el romboide.

Por tanto, el área del romboide es:

$$A = b * h$$

Área del triángulo

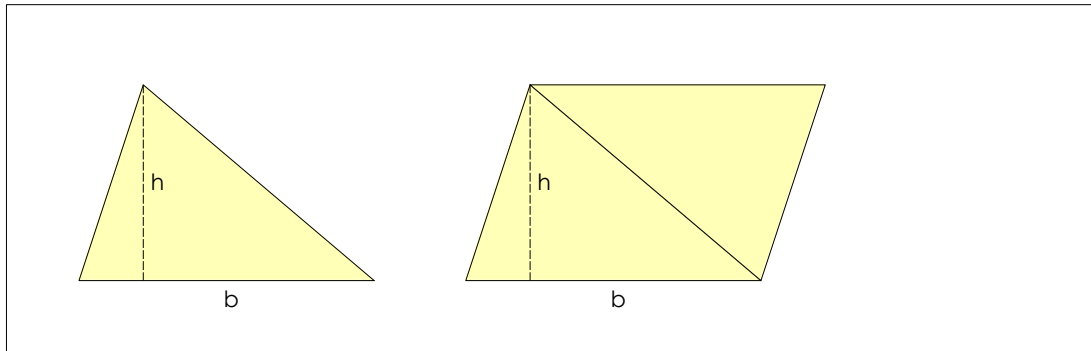


Figura 34. Área del triángulo. Elaboración propia.

El área del triángulo puede obtenerse a partir del área del romboide, construyendo, tal y como se indica en la figura, un romboide de la misma base y altura que el triángulo.

Así el área del triángulo será:

$$A = \frac{b * h}{2}$$

Área del rombo

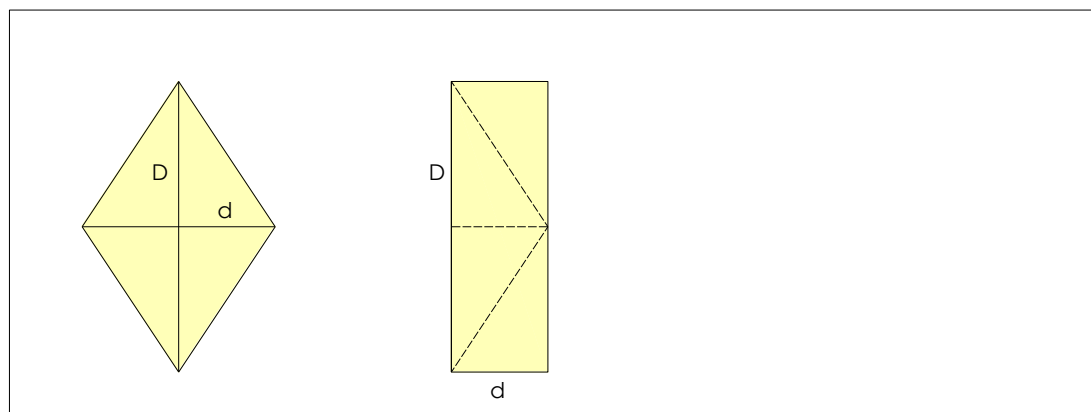


Figura 35. Área del rombo. Elaboración propia.

El área del rombo puede obtenerse a partir del área de un rectángulo, construyendo, tal y como se indica en la figura, un rectángulo de base la mitad de la diagonal menor (d) y altura la diagonal mayor (D).

Así el área del rombo será:

$$A = \frac{D * d}{2}$$

Área del trapecio

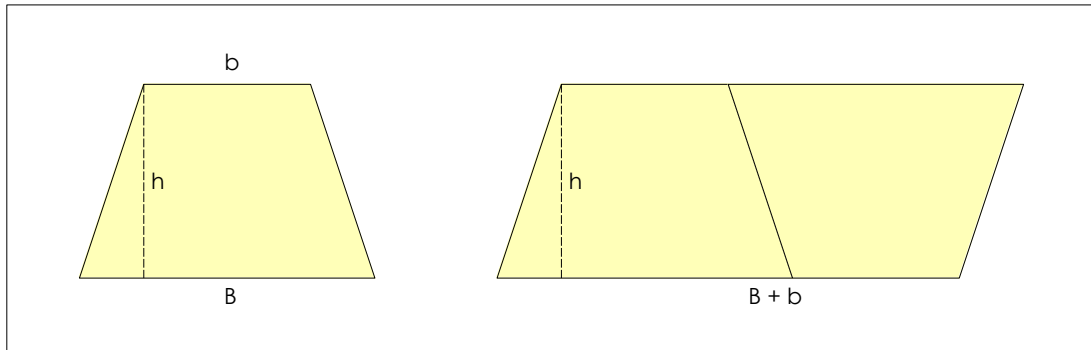


Figura 36. Área del trapecio. Elaboración propia.

El área del trapecio se puede deducir a partir del área del romboide. Dado el trapecio de la figura cuyas bases son B y b se ha dibujado otro igual con las bases invertidas, formándose un romboide.

Así, el área del trapecio será:

$$A = \frac{\text{Área del romboide}}{2} = \frac{B + b}{2} * h$$

Área de un polígono regular

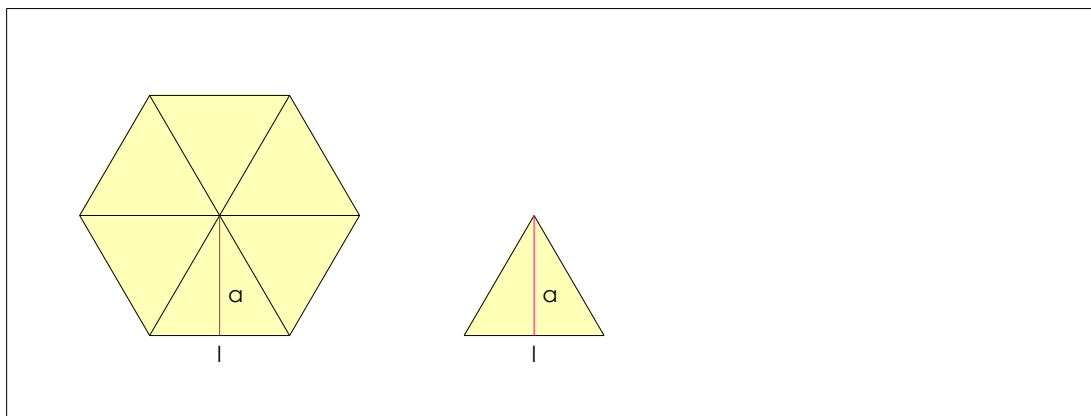


Figura 37. Área de un polígono regular. Elaboración propia.

Al trazar los radios de un polígono regular, el polígono queda dividido en triángulos iguales, luego:

$$A = n^{\circ} \text{ lados} * \text{Área de uno de los triángulos} = n * \frac{l * a}{2}$$
$$= \frac{\text{perímetro} * \text{apotema}}{2}$$

Área de un polígono irregular

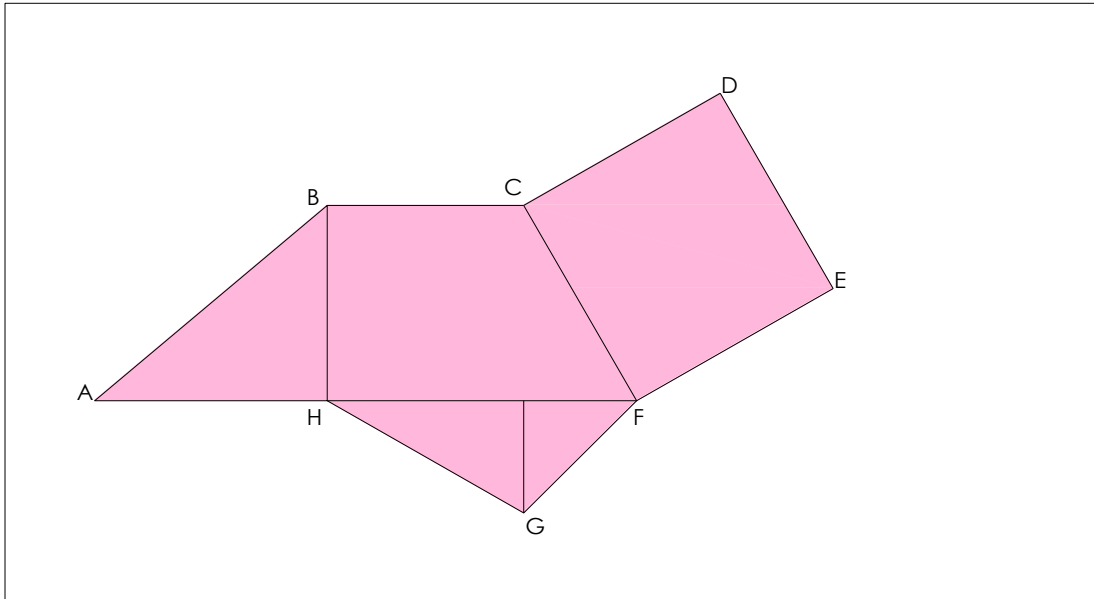


Figura 38. Área de un polígono irregular. Elaboración propia.

El área de un polígono irregular, o de figuras poligonales complicadas, se puede calcular de un modo sencillo descomponiendo el polígono en triángulos, rectángulos, trapecios, etc., y sumando después el área de cada uno de ellos.

Almodóvar et al., 1997, p. 170-174.

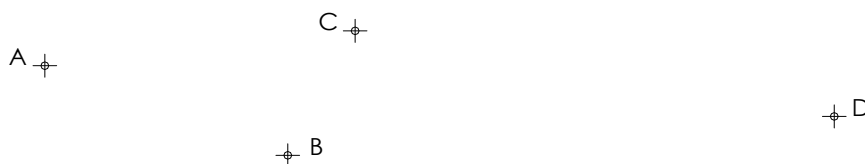
7.2 Anexo 2. Actividades.

Actividades Trazados Geométricos y Figuras Planas

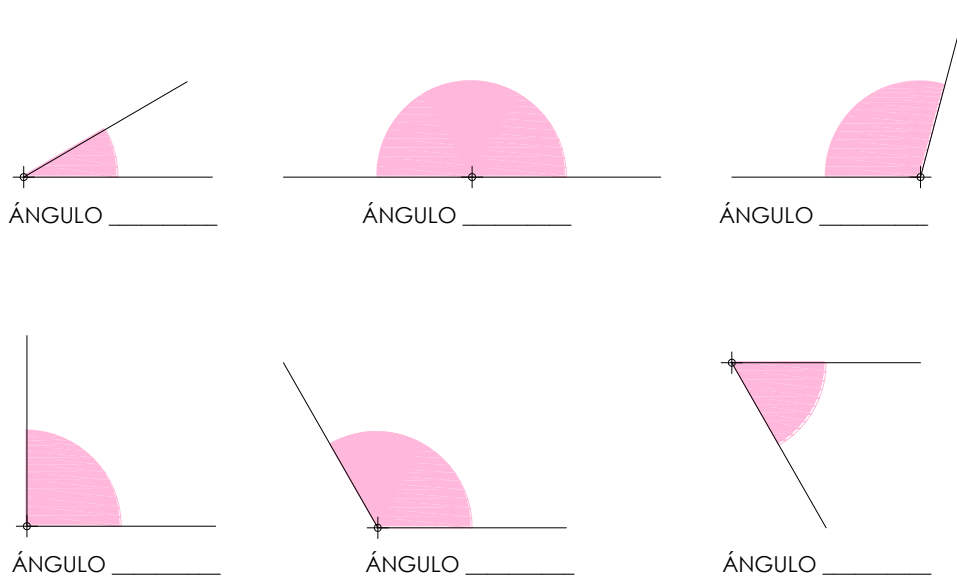
+ ACTIVIDADES DE INICIACIÓN

Act. 1 Utilizando la regla traza:

- La recta que pasa por los puntos A y B.
- El segmento definido por los puntos C y D.
- ¿Es posible trazar una recta que contenga los puntos A, B y D?



Act. 2 Clasifica los siguientes ángulos según sean rectos, agudos, obtusos o llanos.



Act. 3 Observa tu entorno en el aula y localiza, al menos, cuatro elementos o estructuras que contenga los distintos tipos de ángulos.

Ejemplo: El encerado contiene 4 ángulos rectos.

Act. 4 ¿Son complementarios los ángulos A: $28^{\circ} 42'$ y B: $61^{\circ} 18'$?

y ¿C: $35^{\circ} 20'$ y D: $20^{\circ} 47'$?

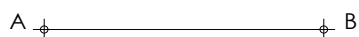
Demuestra tus repuestas matemática y gráficamente.

Act. 5 ¿Son suplementarios los ángulos A: $98^{\circ} 46'$ y B: $61^{\circ} 18'$?

y ¿C: $135^{\circ} 20'$ y D: $44^{\circ} 40'$?

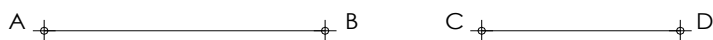
Demuestra tus repuestas matemática y gráficamente.

Act. 6 Traza la mediatriz del segmento AB.

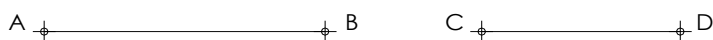


¿Cuánto mide cada uno de los semisegmentos obtenidos? Hállalo tanto gráfica como matemáticamente.

Act. 7 Dados los segmentos AB y CD dibuja otro segmento que sea la suma de los dos.

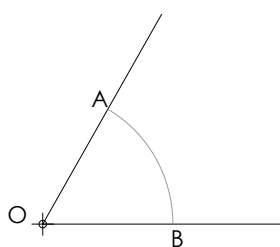


Act. 8 Dados los segmentos AB y CD dibuja otro segmento que sea la diferencia de los dos.

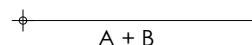
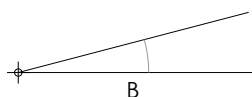
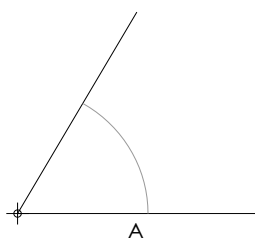


Act. 9 Traza la bisectriz del ángulo AOB.

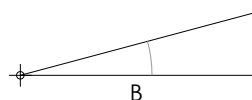
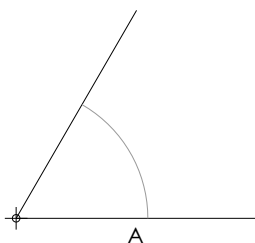
¿Cuánto mide cada uno de los semiángulos obtenidos? Hállalo tanto gráfica como matemáticamente.



Act. 10 Dados los ángulos A y B dibuja otro ángulo cuya amplitud sea la suma de los dos.

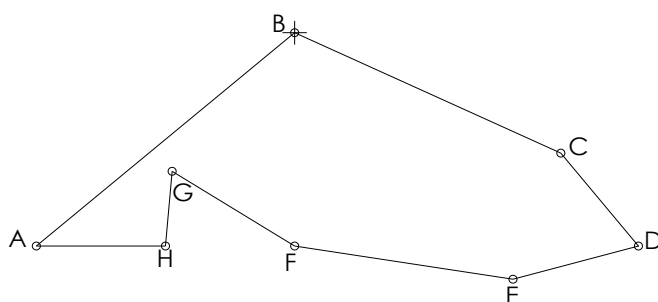


Act. 11 Dados los ángulos A y B dibuja otro ángulo cuya amplitud sea la diferencia de los dos.



Act. 12 Toma un papel tamaño A4 y dibuja sobre él, recurriendo al trazado de líneas paralelas y perpendiculares, una cuadrícula en la que cada lado mida 3 cm.
¿Cuántos cuadrados se obtienen? ¿Cómo podemos contabilizarlos sin necesidad de contarlos?

Act. 13 Reproduce la siguiente figura, haciendo uso del compás para el traslado de segmentos y ángulos.



+ ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Act. 14 Actividad para realizar fuera del aula.

Los alumnos, organizados en parejas, dispondrán de 40 minutos para la realización de la actividad, que se desarrollará en las instalaciones exteriores del centro. Durante este tiempo las parejas de alumnos deberán localizar, en la volumetría del propio edificio del centro, en sus paramentos o entre su mobiliario ejemplos de elementos cuya forma se aproxime a los polígonos vistos en clase durante la cuarta sesión.

Se localizarán así, al menos:

- 5 elementos con forma de triángulo, siendo cada uno de ellos de un tipo distinto (equilátero, isósceles, escaleno, rectángulo, acutángulo o obtusángulo),
- 2 con forma de cuadrado,
- 2 con forma de rectángulo,
- 1 con forma de rombo,
- 1 con forma de romboide,
- 1 con forma de trapecio,
- 1 con forma de trapezoide y
- 1 con forma hexagonal u octogonal.

El ejercicio deberá acompañarse con la realización de un boceto de cada uno de los elementos hallados.

Act. 15 Traza, siguiendo en cada caso el procedimiento oportuno, las siguientes figuras poligonales:

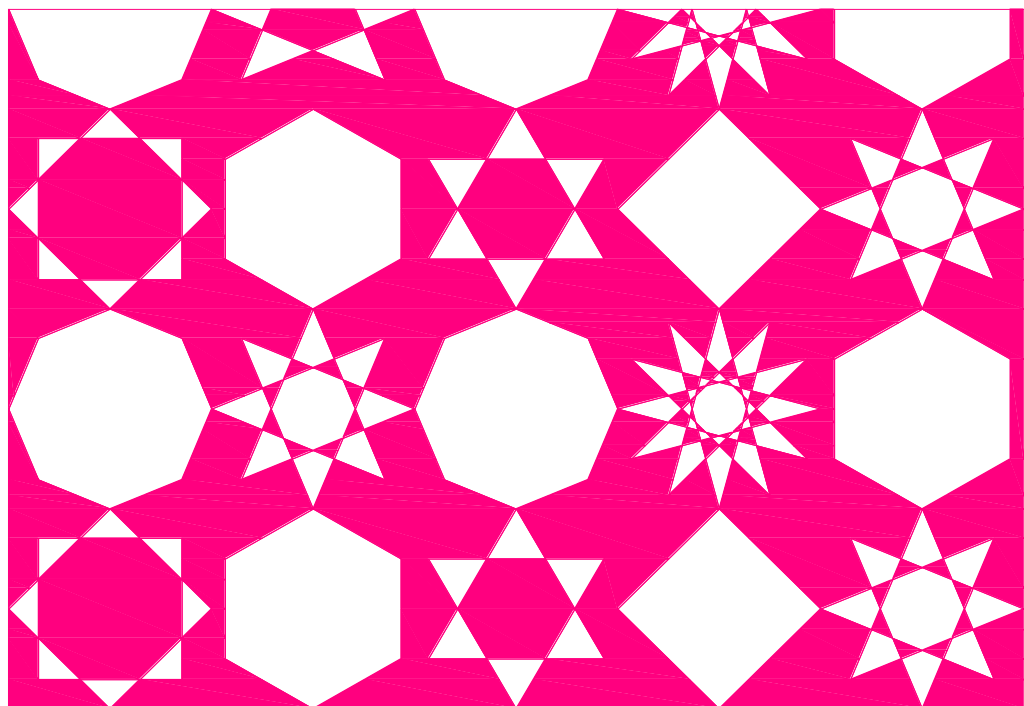
- Un triángulo equilátero de lado 4 cm.
- Un cuadrado de lado 4 cm.
- Un hexágono de lado 3 cm.
- Un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio 3 cm.
- Un cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 3 cm.
- Un hexágono inscrito en una circunferencia de radio 3 cm.
- Un octógono inscrito en una circunferencia de radio 3 cm.

Act. 16 Sobre soporte papel de tamaño A4 elabora una composición plástica basada en polígonos inscritos en circunferencias de 3 cm de radio.

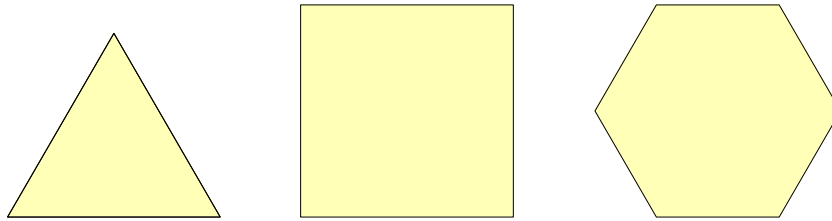
La composición que, salvo la premisa dada para el radio de las circunferencias, será completamente libre deberá incluir como mínimo el trazado de:

- 2 triángulos equiláteros
- 2 cuadrados
- 2 hexágonos
- 2 octógonos
- 4 polígonos estrellados

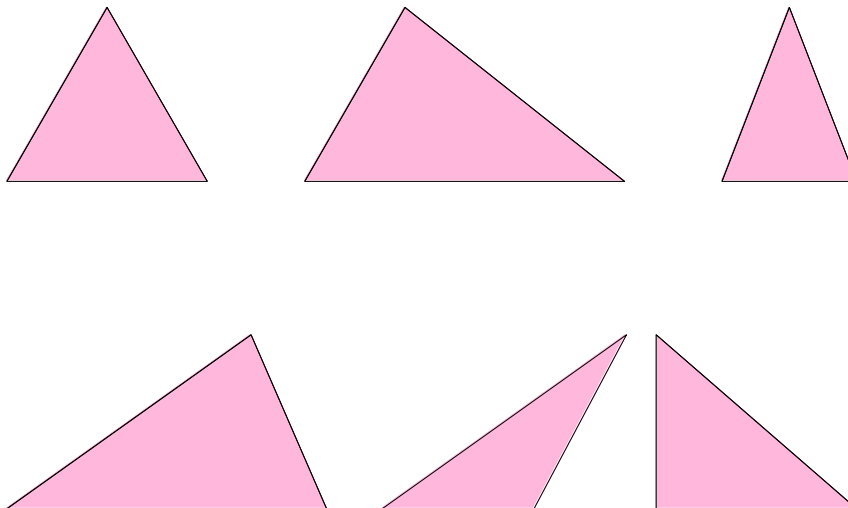
Un ejemplo de trazado puede ser:



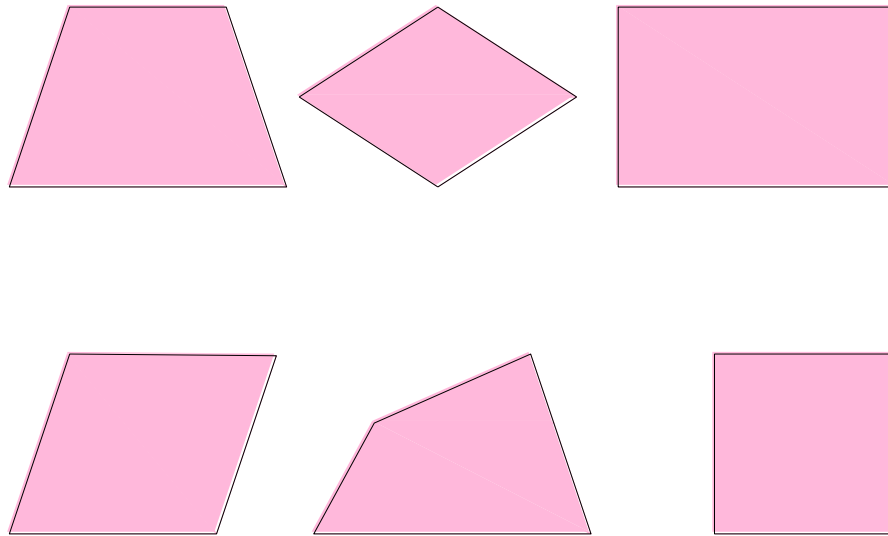
Act. 17 Indica, para cada uno de los siguientes polígonos regulares, el número de diagonales, la localización de sus apotemas, sus ejes de simetría, el valor de sus ángulos y otras características destacables.



Act. 18 Clasifica los siguientes triángulos, indicando sus elementos característicos.



Act. 19 Atendiendo al paralelismo entre sus lados, así como a sus ángulos, clasifica los siguientes cuadriláteros.



Act. 20 Construye los triángulos de los que se conocen los siguientes datos:

a/ Lado a: 4cm, lado b: 7 cm y ángulo C: 30°

b/ Lado a: 5cm, ángulo B: 75° y ángulo C: 45°

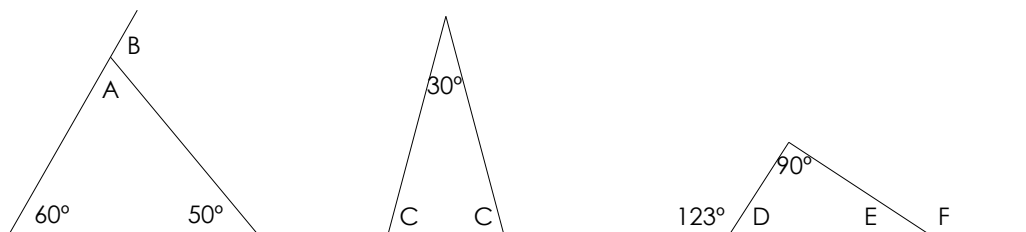
c/ Lado a: 7cm, lado b: 10 cm, lado c: 4cm

Act. 21 Dibuja un triángulo cuyos lados, todos iguales, midan 4 cm. Utilizando el transportador mide cada uno de sus ángulos. ¿Son todos iguales?

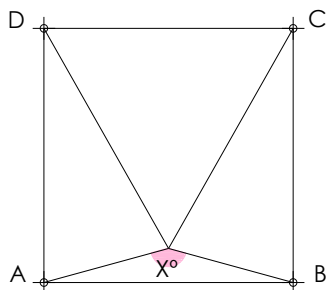
Act. 22 Dibuja un octógono irregular y calcula cuánto vale la suma de sus ángulos. Resuélvelo tanto de forma matemática como gráfica.

Act. 23 ¿Cuánto vale cada uno de los ángulos de un hexágono regular?

Act. 24 Calcula el valor de los ángulos no dados en cada figura:



Act. 25 El cuadrado de la figura se ha dividido en un triángulo equilátero y tres isósceles. Calcula el valor del ángulo X.



Act. 26 Con ayuda de la escuadra y el cartabón construye los siguientes ángulos (en ningún caso hagas uso del transportador).

- 15°
- 30°
- 45°
- 60°
- 75°
- 90°
- 105°
- 120°
- 135°
- 120°
- 165°

Act. 27 Sobre una cartulina dibuja tres cuadrados de lados 3, 4 y 5 cm respectivamente. Recórtalos y forma con uno de los lados de cada uno de ellos un triángulo.

- Atendiendo a sus ángulos ¿Qué tipo de triángulo se forma?
- ¿Cuál es el área de cada uno de los cuadrados?
- ¿Puede establecerse alguna relación entre el área de dichos cuadrados?

Act. 28 ¿Cuánto vale la altura de un triángulo equilátero de lado 6 cm?

Act. 29 ¿Cuánto vale la diagonal de un cuadrado de lado 5 cm?

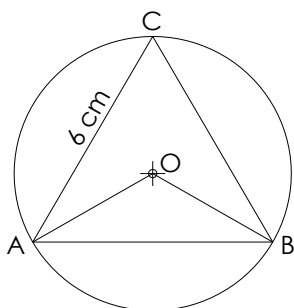
Act. 30 ¿Cuánto vale la apotema de un hexágono regular de lado 5 cm?

Act. 31 Los catetos de un triángulo rectángulo miden 7 y 12 cm respectivamente. ¿Cuánto mide su perímetro?

Act. 32 Calcula el área de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de sus catetos mide 10 cm y su hipotenusa 18cm. Dibújalo.

Act. 33 Observa la figura dada y calcula:

- El valor del ángulo AOB.
- El área del triángulo ABC.



Act. 34 Actividad para pensar

Dibuja una circunferencia de radio 4 cm y un punto P situado a una distancia de 6 cm del centro. Calcula la longitud del segmento de la recta tangente PT, siendo T el punto de tangencia.

Act. 35 Tomando como unidad de superficie un cuadrado de lado 1 cm, construye 3 superficies distintas pero formadas todas ellas por 7 de estos cuadrados. Las áreas de todas esas superficies serán por tanto 7 cm². Pero, ¿Qué ocurre con sus perímetros?, ¿Todas las superficies, a pesar de tener la misma área, tienen el mismo perímetro?

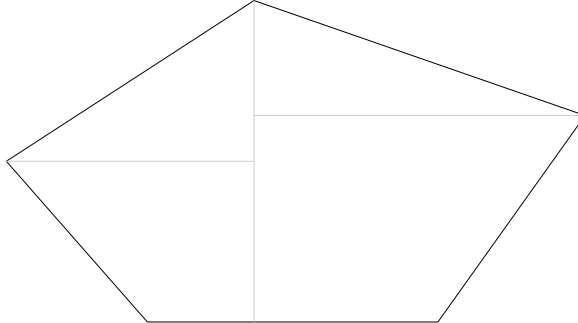
Act. 36 Dos figuras geométricas, un rectángulo y un cuadrado, poseen la misma área. Sabiendo que el lado del cuadrado es de 8 cm y la base del rectángulo 4, calcula la altura de dicho rectángulo.

Act. 37 Calcula el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 8 cm.

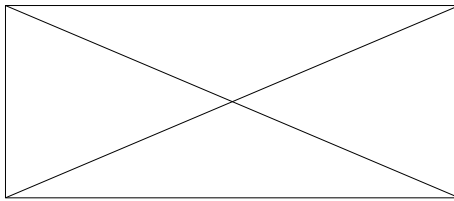
Act. 38 Calcula el lado de un cuadrado sabiendo que su área es de 64 cm².

Act. 39 Calcula el área de un hexágono regular cuyo lado mide 9 cm.

Act. 40 Calcula el área del polígono irregular dado. Para ello descomponlo en figuras elementales y toma las medidas pertinentes.

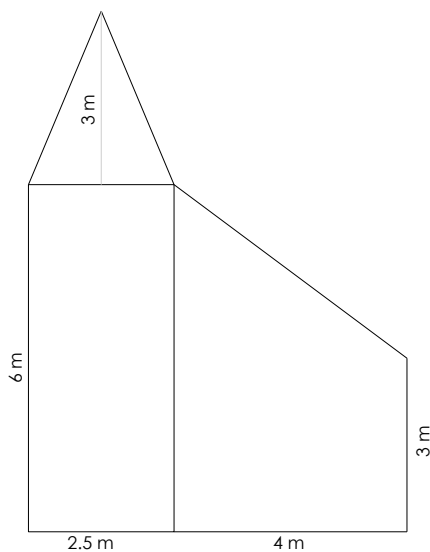


Act. 41 Calcula el área de cada uno de los triángulos de la siguiente figura, sabiendo que su base mide 60 m y su altura 25 m.



Act. 42 Juan tiene una parcela de forma rectangular cuyas dimensiones son 400 m de largo y 250 metros de ancho. Sobre ella quiere edificar una casa de planta cuadrada y lado 12 m. ¿Cuánto terreno le queda a Juan para destinarlo a jardín?

Act. 43 Calcula la cantidad de pintura necesaria para pintar el solado de un parque infantil, cuya forma es la que se muestra en la figura, sabiendo que se requieren 0.75 kg de pintura por cada metro cuadrado.



+ ACTIVIDADES DE CONSOLIDACIÓN

Act. 44 Actividad final

Sobre soporte papel de tamaño A4 elabora una composición plástica a base de figuras geométricas tales como triángulos, cuadrados, rectángulos, hexágonos, octógonos, rombos, romboides y trapecios.

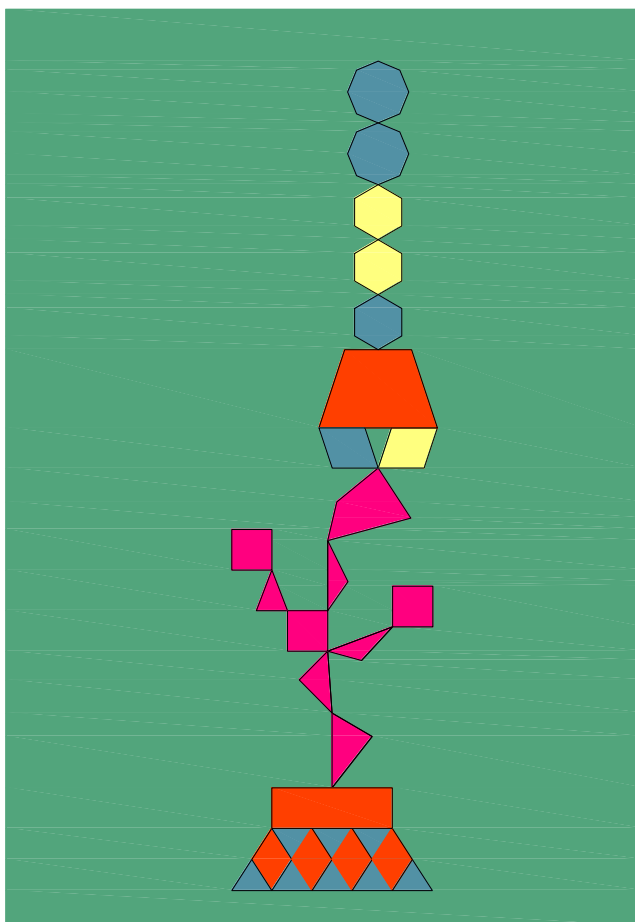
Posteriormente colorea la composición, utilizando los materiales y la técnica que desees, con 5 tonos distintos.

Por último calcula el área del total de las superficies pintadas de cada color.

La composición que, será completamente libre, deberá incluir como mínimo el trazado de:

- 3 triángulos
- 2 cuadrados
- 1 rectángulo
- 2 hexágonos
- 2 octógonos
- 1 rombo
- 2 romboides
- 1 trapecio

Un ejemplo de trazado puede ser:



Act. 45 Actividad extraescolar

Esta actividad, que será desarrollada a lo largo de toda una jornada escolar, está inspirada en una experiencia organizada por el Museo de Bellas Artes de Asturias bajo el título *La Geometría en el Arte: Arte y Matemáticas* (Museo de Bellas Artes de Asturias, 2017)

Siguiendo la línea de lo que proponía la citada experiencia, realizaremos una visita, en este caso, al Museo de Arte Contemporáneo de Castilla y León (MUSAC), donde, previa selección de obras por parte de los docentes en función de las exposiciones que estén mostrándose en el momento de realizar la actividad, descubriremos y analizaremos composiciones que pongan en evidencia el vínculo entre las matemáticas, la geometría y el arte.

Tras el recorrido por el museo, realizaremos una actividad práctica en la que nos centraremos en el recurso de las matemáticas como lenguaje artístico y buscaremos sobre las composiciones figuras simétricas, juegos de proporciones o la presencia del número áureo.

Una vez finalizada la visita, cada alumno elegirá una obra de arte de las expuestas en el museo y realizara un breve análisis de la misma, poniendo en relación todo lo aprendido en la Unidad Didáctica.