

SOBRE LA CURVA COLECTIVA DE TRABAJO INTELLECTUAL

La importancia de esta curva destaca en el hacer escolar, ya que de su existencia y forma habria de depender la actividad docente para adaptarse a la del alumno. Hablamos, como es fácil derivar, del hacer escolar puramente didáctico (1), cuando todo él es dirigido, hasta los mínimos detalles genéricos, por el maestro, ya que en los demás métodos impone parcialmente el discente su personalidad, y el maestro ve condicionada su labor por la reacción o creación de los discipulos.

También puede extenderse la importancia de la curva general o diferenciada de trabajo a toda persona que intenta aprehender cualquier contenido científico, o tan sólo realizar una tarea intelectual de duración prolongada, puesto que, conocido su tipo intelectual de trabajo, debería, para obtener más fruto, acomodarse a él.

Desde la perspectiva investigadora se dibuja una gran diferencia entre ambas consideraciones: *el tiempo*.

El tiempo, puesto que la organización escolar, al distribuir todo el complejo instructivo durante la jornada, conforme al método didáctico, no permite la entrega a una tarea escolar de modo arbitrario y ajustado a los intereses de cada momento, sino que la encuadra dentro de un horario más o menos flexible. Mientras que en la segunda posibilidad, cada individuo puede persistir en la misma labor cuantas horas quiere y resista.

Por esta causa, sería perfectamente legítimo, de acuerdo con los anteriores prenotandos, realizar investigaciones mediante pruebas de larga y continuada duración (una, dos o más horas) en laboratorios, con sujetos que a ellas se prestasen, sin preocuparnos de vencer los cansancios subjetivo y objetivo que pudiesen aparecer, mientras que sería ilegítima la investigación que se realizase en el aula durante un período superior al establecido para cada materia en el horario escolar, sin variar el tipo o contenido de trabajo. Ilegítima, no por el he-

(1) ZARAGÜETA (J.): *Pedagogia fundamental*. Ed. Labor. Barcelona-Madrid, 1947, pág. 458.

cho de someter temporalmente al escolar a un esfuerzo inusitado y a una desviación incidental en la labor didáctica (lo que no es tan perjudicial como algunos pretenden), sino porque los resultados obtenidos en ese aumento extraordinario de la misma tarea no tendrían aplicación en la escuela, por varios motivos: 1.º Porque el trabajo escolar en esa materia duraría normalmente menos tiempo que el de la investigación, no siendo aprovechables el resto de los datos. 2.º Porque el influjo de los cansancios subjetivo y objetivo, destacado al aumentar la duración de la misma tarea, queda claramente disminuido por una distribución racional del hacer discente.

Concluimos, pues, que una investigación didáctica acerca de la curva intelectual, realizada en el aula, no debe consistir en una prueba de un solo tipo de labor que dure más de una hora, sin preocuparnos de que en la investigación psicológica se realice la experiencia con tiempo doble, triple, cuádruple. Cabría, claro es, admitir la investigación de dos, tres o cuatro horas seguidas, siempre que, debidamente preparados y sin descanso, o con descansos prefijados, los escolares variasen de tipo de trabajo cada hora, como máximo. Las conclusiones experimentales podrían ser aleccionadoras.

Después de estas consideraciones previas, podemos adentrarnos en nuestra investigación.

Hemos querido estudiar con la serie de números a sumar ideada por Kräpelin la curva de trabajo intelectual que podría obtenerse durante cuarenta y cinco minutos, bajo la hipótesis de ser el tiempo máximo que se suele conceder en las escuelas a cada una de las materias, descontando los intermedios a la hora legal.

No podemos negar que brotan objeciones en cuanto se piensa detenidamente sobre el procedimiento de Kräpelin y sus series, que nosotros hemos seguido con intención crítica. En primer lugar, parece que se ventila más el estudio de un proceso de atención que de trabajo intelectual (por lo que algunos oral e irreflexiblemente recomiendan, como paralelas, las pruebas de Toulouse y las de Kräpelin, para medir la atención), pero no hemos de olvidar que en todo trabajo intelectual interviene la atención, y que en el acto de la prueba, conforme el sujeto se ejercita en las sumas, elimina los procesos superfluos, hasta lograr la máxima simplicidad, con el consiguiente aumento de sumas realizadas, lo que no se presenta en una prueba de atención.

En segundo lugar, sólo en postura ingenua cabe pensar

que la dificultad, y, por tanto, el tiempo, en la suma de dígitos, es la misma en sujetos que dominan el mecanismo aditivo. No supone el mismo esfuerzo, ni para un adulto, sumar dos y dos que sumar ocho y siete, ya que el primer resultado, cuatro, brota con fluidez, mientras que el segundo exige una pequeñísima fracción de segundo más. Los estudios de Heilman y Shultis (1916) (2) (3) y Clapp (1924) y Knight y Behrens (1925) (4), han servido para ordenar las combinaciones de dígitos en la suma, de acuerdo con el tiempo requerido para responder a cada una, o el número de errores o el esfuerzo requerido para aprenderlas por primera vez. Conforme estos estudios, nosotros proponemos: 1.º Las series de dígitos de Kräpelin han de ser modificadas de modo que sólo se presenten las comprendidas entre los centiles 25 y 75, con lo que adquieren una mayor homogeneidad. 2.º Se han de establecer varios tipos de series de acuerdo con la velocidad al sumar de cada individuo, lo que se determinará previamente. Mas nosotros hemos querido investigar con las series de Kräpelin, con objeto de que las posibles conclusiones pudiesen aplicarse al trabajo de aquel autor.

Convendría, pues, que resumiésemos las características de la metódica de nuestra investigación.

Materia: Suma de series de Kräpelin con su técnica.

Tiempo: Cuarenta y cinco minutos, con señales cada minuto.

Hora: Diez de la mañana.

Escolares: De la edad T e idéntica clase social.

Número: El normal en una clase.

Con los resultados obtenidos puede intentar resolverse, y puede obtenerse, la curva promedio de trabajo intelectual, independiente de si, por causa del tiempo, pueden aparecer los diversos momentos que admiten otros investigadores (5) con sólo determinar el promedio de sumas correspondientes a cada periodo de tiempo y trazar la curva resultante.

(2) HEILMAN (J. D.) and SHULTIS (F.): *A study in addition*. Colorado States Teachers College, cit. por Reed.

(3) CLAPP (F. L.): *The number combination their relative difficulty and the frequency of their appearance in textbooks*. Véase la serie en AGUAYO, *Pedagogia científica*, pág. 320.

(4) KNIGHT (F. B.) and BEHRENS (M. L.): *The learning of the 100 addition combinations and the 100 substraction combinations*. Logmans, Green and Co., 1928.

(5) BINET (A.) et HENRI (V.): *La fatigue intellectuelle*. Ed. Schleicher Frères. París, 1898, pág. 239.

Pero se nos presentan prontamente una serie de interrogantes sobre la curva colectiva de trabajo intelectual:

1.º ¿Es legítimo hablar de y trazar dicha curva?

2.º ¿Cómo determinamos si los sujetos que han intervenido en la experimentación son representativos de los de su clase?

3.º ¿Qué partes de la curva y en qué sentido interesan en didáctica?

Trataremos con diversa extensión cada una de las tres cuestiones.

Para admitir la legitimidad de la curva de trabajo obtenida mediante adiciones es necesario aceptar los siguientes postulados:

a) Todo sujeto posee una aptitud, innata o adquirida, para realizar las sumas.

b) Esta aptitud, en cuanto tal, se mantiene como determinante general durante todo el ejercicio.

Que podrían ampliarse con la c), tesis mantenida por Kräpelin (6), del influjo de siete causas específicas sobre la velocidad del trabajo intelectual, y, con el d), postulado esencial para la representatividad de los grupos de que las aptitudes para sumar son diversas en los sujetos.

Negados los dos primeros postulados, se concluye la ilegitimidad de la curva y se proscribe todo intento de investigación posterior.

Admitidos los anteriores postulados, queda el problema sin resolver. Para su solución, hemos de buscar un procedimiento que nos permita resolver la siguiente hipótesis:

La legitimidad de la curva general de trabajo intelectual exige en su grado perfecto que la evolución del trabajo, ascensos, descensos y mesetas, sea uniformemente equivalente en todos los sujetos.

Si esta coincidencia se presentase, no obstante las causas variantes citadas por Kräpelin, habría que admitir que los valores serían de gran aplicación.

Mas si ascensos, descensos y mesetas no son semejantes en todos los sujetos, se producirán trastornos, tanto mayores cuanto más diversa o distinta fuese la modalidad evolutiva.

Para resolver, pues, este problema deberíamos buscar la concordancia o correlación existente entre los sujetos de un minuto

(6) ИОТЕУКО (J.): *La fatigae*. Ed. E. Flammarion. París, 1920, páginas 224-5.

con cada uno de los demás. Si la correlación fuese perfecta, quedaría resuelto el problema positivamente, y si fuese baja, quedaría solucionado negativamente.

Mas este proceso de determinar la correlación de cada minuto con los demás y finalmente hallar la correlación promedio para resolver el problema, además de estar sometido a fuerte crítica y ofrecer serias dificultades técnicas, exigiría la siguiente cantidad de correlaciones:

$$C_{45}^2 = \frac{45 \times 44}{2} = 990$$

Hemos de buscar un procedimiento más económico para determinar la correlación promedio. Entre los de Edgerton y Toops (7) y el de Kelley (8), nos hemos decidido por el último, que no exige máquina de calcular.

Consiste la adaptación de este procedimiento a nuestro caso, que expondremos con toda prolijidad, en: a) Ordenar en cada periodo de tiempo los sujetos por el número de sumas realizadas; b) Determinar el puesto promedio para cada sujeto; c) Mediante fórmulas adecuadas, averiguar la correlación promedio.

Antes de continuar explicando este método y otro algo parecido, conviene nos detengamos en un posible obstáculo.

¿Qué nos autoriza a buscar la correlación promedio después de una transformación de totales de sumas en puestos de orden?

Varias son las razones teóricas y experimental.

1.^a La íntima conexión entre los coeficientes de Pearson y Spearman (9).

2.^a La imposibilidad científica de aplicar el método de Kelley al total de sumas en cada minuto.

3.^a La razón experimental hallada en el curso de nuestro trabajo.

La correlación entre el orden que correspondía a los suje-

(7) EDGERTON (H. A. and TOOPS (H. A.): «A formula for finding the average intercorrelation coefficient of unranked raw scores without solving any of the intercorrelations». *Journal of Educational Psychology*, volumen XIX, 1928, págs. 131-8.

(8) KELLEY (T. L.): *Statistical method*. Ed. MacMillan. New-York, 1923, cit. por Woodworth.

(9) GARCÍA Hoz (VÍCTOR): «Las correlaciones en Pedagogía. *Revista de Educación Española*, núm. 1, pág. 7.

tos, teniendo en cuenta el rango medio y el orden correspondiente al promedio de sumas realizadas por cada sujeto, es de $0,9984 \pm 0,0005$.

$k > 0,0566$ con un valor pronóstico $>$ de 94,34, puesto que $r > \rho$, si admitimos la hipótesis de que k es aplicable a ρ .

Para resolver esta correlación hemos aplicado la fórmula de Spearman

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{N(N^2 - 1)}$$

Y su desviación típica

$$\sigma_\rho = \frac{1 - \rho^2}{\sqrt{N}} (1 + 0,086 \rho^2 + 0,013 \rho^4 + 0,002 \rho^6)$$

en lugar de aplicar la fórmula de Pearson con su desviación típica, y determinar la correlación existente entre el rango medio y las medias aritméticas de cada sujeto, para luego corregir el valor de correlación ρ' , mediante la fórmula de Kelley

$$r = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \rho' = 1,0233 \rho'$$

por la menor seguridad de esta última.

Aún podríamos, entre las inconveniencias de buscar la intercorrelación promedio por el método de ordenación, destacar la siguiente.

Si la diferencia entre la aptitud aditiva de un sujeto y la del siguiente o anterior es demasiado elevada, podría ocurrir que, no obstante darse diferencia o contraste en el ejercicio, se mantiene el mismo orden por no poder enjugarse la diferencia aptitudinal. Lo que, en resumidas cuentas, invalidaría la investigación.

Un breve estudio de los promedios de cada sujeto nos muestra que el valor del rango reducido es de 19,5. Lo que indica que entre cada sujeto hay una distancia promedio de 0,56 sumas por minuto, aproximadamente, quedando descartada, sin necesidad de un trabajo serio, la hipótesis anterior.

Justificada la aplicación de la técnica kelleyna de correlación, pasemos a la explicación de todos los pasos a seguir desde la experimentación a la determinación del coeficiente de correlación.

1. Recuento del número de sumas efectuadas en cada minuto por todos los sujetos.

2. Ordenación dentro de cada minuto de los distintos valores obtenidos por cada sujeto. En caso de que dos o más obtengan la misma puntuación, se les otorga el puesto medio de los que entre ellos habrían de ocupar.

3. Totalización y determinación del rango medio para cada sujeto.

4. Determinación de la desviación típica de los rangos medios.

Para este cálculo hemos aplicado la fórmula

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum RM^2}{N} - \left(\frac{\sum RM}{N}\right)^2}$$

5. Determinación de la razón de conveniencia de las series de valores

$$t = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

donde

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$$

pues representa la desviación típica de los n primeros números naturales.

6. Determinación del valor de r medio.

$$\bar{r} = \frac{m t^2 - 1}{m - 1}$$

donde m es el número de minutos.

7. Determinación de la desviación típica de r mediante la fórmula

$$\sigma_r = \frac{1 - \bar{r}^2}{\sqrt{m n}}$$

Para mejor comprensión del trabajo y mejor estudio por parte de los lectores, conviene presentemos a continuación todo el estudio y datos a partir de la ordenación dentro de cada minuto.

TABLA DE VALORES PA

Minuto	S U																			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	5	16,5	3	14	7	31	8,5	24	1	34	19	10,5	2	6	12	10,5	16,5	8,5	24	36,5
2	2	4	1	8	6	22,5	16	8	5	18	16	12	12	3	31,5	12	8	12	16	20,5
3	2,5	2,5	1	14,5	18,5	24	10,5	13,5	5,5	21,5	4	5,5	8	10,5	27	13,5	8	13,5	18,5	24
4	2,5	2,5	1	14,5	12	14,5	10,5	14,5	20	8,5	8,5	5	14,5	18	6	7	21,5	10,5	18	27
5	2	3	1	12	5	10	18,5	15	8,5	8,5	7	15	31,5	4	12	12	21,5	6	15	24,5
6	2	3	1	21	12,5	7,5	4	5,5	21	10	10	10	14,5	5,5	12,5	7,5	17,5	17,5	22,5	17,5
7	1	4	2	9	9	12,5	9	19	6	15,5	9	5	3	22,5	9	15,5	12,5	15,5	21,5	22,5
8	1	3	15,5	12	2	9	5	15,5	4	5	9	7	15,5	12	24	12	21	15,5	18,5	30,5
9	3	1,5	1,5	7,5	5	33	30,5	15	7,5	6	4	10	12,5	10	38,5	22,5	15	25,5	10	35,5
10	1	4	2	3	12,5	5,5	9	12,5	5,5	21,5	12,5	7	10	19	15	8	2,5	16,5	33	16,5
11	1	3	2	5,5	24,5	32	12	12	12	5,5	12	5,5	21	8,5	32	24,5	16	5,5	8,5	24,5
12	1,5	3	1,5	5,5	5,5	9,5	14	15,5	17,5	9,5	5,5	8	21	5,5	17,5	12	12	12	15,5	31
13	2	3,5	1	3,5	5,5	11,5	15	7	19,5	5,5	11,5	22	8,5	15	11,5	8,5	24	15	11,5	22
14	3	1,5	1,5	4,5	11	6,5	11	4,5	8,5	14	8,5	16	27	14	40,5	21	6,5	11	18	18
15	1	3	2	4	15	10	18	6	5	21	10	15	21	13	10	7	18	28,5	10	10
16	1,5	1,5	3	4	5,5	14	8,5	8,5	14	23	5,5	8,5	8,5	21,5	11,5	38	16,5	21,5	11,5	25,5
17	1,5	3,5	1,5	3,5	7	5	18,5	13,5	15,5	24,5	18,5	10,5	10,5	10,5	7	15,5	13,5	21	18,5	32,5
18	1	2	3	7	6	9,5	11,5	5	4	9,5	8	22	14	22	14	30,5	11,5	18	18	14
19	1	3	2	5,5	8,5	8,5	8,5	29,5	12	12	8,5	27	4	5,5	23,5	15	18	23,5	15	12
20	3	1,5	1,5	4	16	13	5	21	9,5	9,5	18,5	21	18,5	6	9,5	18	37	23,5	16	21
21	3	1	3	3	11	15,5	5	21,5	11	6	15,5	21,5	15,5	8	11	8	15,5	24,5	15,5	21,5
22	1	2	4	3	11	5	17	11	20	13,5	8	25,5	8	11	17	8	21,5	27	15	6
23	1,5	1,5	3	5	9,5	12	7,5	20	5	12	7,5	9,5	5	15	15	24,5	17,5	20	17,5	28
24	1	2	21	7	5	11,5	5	14	5	8,5	25,5	14	3	21	8,5	1,5	10	25,5	11,5	16
25	1	3	4	2	6,5	12	6,5	8,5	24	15,5	12	12	5	8,5	12	22	17	15,5	19,5	19,5
26	1,5	1,5	3	4,5	9	6	6,5	12	4,5	15,5	21	6,5	12	24,5	9	12	15,5	18	15,5	21
27	1	2	4	3	8,5	6,5	6,5	5	18	13	8,5	18	10,5	26	10,5	21,5	18	13	33	23,5
28	1	18,5	5	2	5	11	23	8	29,5	11	18,5	5	11	3	13,5	8	8	15	13,5	27,5
29	3,5	1	2	3,5	23	6,5	12	8,5	23	16,5	12	8,5	32,5	5	14,5	16,5	14,5	12	19,5	6,5
30	1	3	2	5	5	5,5	5	8,5	23	8,5	18	11,5	8,5	18	27,5	23	13,5	15,5	20,5	11,5
31	1,5	1,5	4	3	7,5	11	11	5	6	11	17	17	11	14	7,5	20,5	23	25,5	23	17
32	2,5	1	2,5	10	5	10	12,5	4	6	7,5	15	18	7,5	12,5	10	18	21,5	21,5	15	15
33	1,5	1,5	3	4	6	5	18	7	18	9,5	28	9,5	18	9,5	13,5	9,5	13,5	16	21	13,5
34	2	1	3	5	4	15,5	12,5	26,5	7	10	18,5	21	26,5	21	10	26,5	31,5	7	15,5	12,5
35	1,5	1,5	6	3	17,5	8	15,5	6	23	9	23	14	4	20	6	10,5	25,5	12,5	12,5	20
36	1,5	3	1,5	4,5	18	7	19,5	9	23,5	4,5	7	19,5	14,5	14,5	30	10,5	14,5	10,5	14,5	7
37	2	8	4	3	10,5	5	8	12	8	18	18	14	6	14,5	1	26	10,5	29,5	28	14,5
38	3	2	4,5	1	14	4,5	20,5	8	9,5	14	7	6	14	24,5	14	24,5	20,5	20,5	14	14
39	3	1	2	7,5	24	4,5	4,5	6	30	18,5	10,5	31,5	27,5	13,5	15,5	10,5	9	18,5	13,5	18,5
40	1	2	4	3	6,5	6,5	12	12	15	5	12	9	35	21,5	19	15	25	21,5	17,5	15
41	3	4	9,5	2	7	5	9,5	13	1	35	6	18	22	9,5	15,5	13	18	30	33	13
42	4,5	1	6,5	4,5	10	2,5	10	8	6,5	10	28,5	18,5	23	15,5	14	37,5	12	18,5	26	2,5
43	1	3,5	2	5	6	3,5	10	7	18	8,5	8,5	11,5	11,5	35	13	25,5	14,5	31,5	20,5	17
44	3,5	5	7	3,5	14,5	6	14,5	18,5	1	9	18,5	23,5	12	14,5	2	20,5	8	27,5	25,5	14,5
45	2	1	3	4	14,5	26	6	5	21	7,5	11,5	9	10	21	24,5	23	14,5	21	7,5	11,5
Totales.....	87,5	142	161,5	270,5	452,5	516,5	521,5	529,5	563	579,5	581	622	631	633	672	771	772,5	814,5	917	951,5
Rango medio...	2	3,2	3,6	6	10,1	11,5	11,6	11,7	12,5	12,9	13	13,8	14	14,1	14,9	17,1	17,2	18,1	18,2	18,9
RM ²	4	10,3	13	36	102	132,2	134,6	136,9	156,5	166,4	169	190,4	196	198,8	222	292,4	295,8	327,6	331,2	357,2
Promedio de sumas realizadas.	41,3	89,9	38,3	34,3	30	29,6	29,1	29	29,4	28,3	28,5	27,6	28,04	28	27,9	26	25,9	25,7	25,5	25,3

RM = 22

M_{RM}² = 598,32

$\sigma_1 = 10,7$

$\sigma_2 = 12,4$

LA CORRELACIÓN PROMEDIO

Y	Z	A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'	H'	I'	J'	K'	L'	M'	N'	O'	P'	Q'	R'
14	31	24	28	21	24	28	19	19	24	31	40	4	36,5	38	39	42	28	41	43
19	22,5	24,5	31,5	28	31,5	28	28	36,5	24,5	39	36,5	31,5	26	34,5	34,5	41	39	42	43
27	24	16	29,5	27	29,5	40,5	21,5	31,5	31,5	42	38,5	40,5	33	35	35	38,5	35	43	37
24	27	31,5	23	27	27	34	21,5	36,5	34	30	36,5	38,5	31,5	40,5	3	38,5	40,5	42	43
36,5	28,5	24,5	18,5	31,5	23	35	26,5	31,5	39	39	42,5	26,5	28,5	34	31,5	39	36,5	41	42,5
22,5	27	27	27	32	37	27	20	27	32	32	34	30	37	37	40	37	41	42	43
31,5	31,5	37,5	19	33	22,5	27,5	22,5	35	27,5	27,5	39,5	27,5	34	39,5	36	43	37,5	41,5	43,5
34,5	30,5	21	24	30,5	26	21	27,5	34,5	27,5	30,5	37,5	34,5	34,5	39,5	37,5	41	39,5	43	42
26,5	26,5	17	19,5	26,5	19,5	38,5	21,5	26,5	32	30,5	19,5	35,5	22,5	35,5	35,5	40,5	42	40,5	43
12,5	33	21,5	23	29	29	25	33	40	29	25	29	35	37	37	40	40	37	42	43
16	18,5	18,5	21	28	16	24,5	21	32	28	38	40,5	35	38	36	40,5	38	32	42	43
35,5	21	28	37,5	28	24	24	28	33	33	33	28	28	43	39	37,5	40	35,5	41,5	41,5
36,5	36,5	26,5	22	35	29	31	19,5	31	31	26,5	41	33,5	33,5	18	39	38	41	41	43
32	18	27	27	18	29,5	29,5	21	34,5	32	32	24	34,5	39	31	42,5	37	27	40,5	42,5
28,5	37	24,5	18	34	28,5	24,5	21	28,5	37	24,5	40	31,5	31,5	34	34	42	40	40	43
19	19	19	28,5	25	34,5	33	28,5	39,5	31,5	36,5	25	28,5	39,5	31,5	36,5	41	42	43	43
18,5	28,5	30	32,5	36,5	24,5	24,5	36,5	7	35	32,5	32,5	32,5	38	34	24,5	42	38	41	43
18	40	22	18	35	28,5	35	28,5	26	30,5	35	32,5	26	37	41	32,5	38,5	38,5	42	43
5	23,5	20,5	27	20,5	29,5	27	35,5	39	33	31,5	35,5	18	35,5	31,5	41	42	35,5	40	43
17	23,5	25,5	33	7	29	31,5	25,5	37	29	29	37	31,5	13	37	37	37	42	41	43
4,5	8	21,5	35,5	33	30,5	33	27	37,5	28,5	30,5	35,5	33	26	39,5	37,5	39,5	42	41	43
5,5	32,5	21,5	19	40	23,5	28	23,5	29,5	35,5	35,5	32,5	29,5	32,5	37,5	37	38	43	40	42
9,5	12	28	22,5	28	31	34,5	24,5	15	31	34,5	31	26	39,5	37,5	34,5	39,5	43	37	42
0,5	16	21	21	11,5	29	32,5	21	35,5	27	21	35,5	32,5	38,5	35,5	41,5	38,5	40	41,5	35,5
6,5	30,5	19,5	30,5	30,5	33,5	26,5	35,5	35,5	12	19,5	37,5	30,5	37,5	40	42	33,5	43	39	41
1	24,5	27	15,5	33,5	30	31,5	31,5	35,5	21	29	37,5	37,5	40	37,5	39	33,5	41	42	43
8	30,5	29	13	15	23,5	26	33	26	35,5	41,5	33	30,5	35,5	37	41,5	38	39	40	43
3	39	18,5	18,5	29,5	18,5	27,5	32,5	35,5	35,5	25,5	31	34	37	39	32,5	42	39	40	43
3,5	14,5	26	30,5	26	19,5	28,5	30,5	10	35	36	34	38,5	40,5	38,5	43	37	32,5	40,5	42
6	28	20,5	29,5	32	25,5	32	35	32	15,5	35	35	37,5	37,5	39	18	40,5	42	40,5	43
7	25,5	29	29	35	31,5	27	35	31,5	38,5	35	35	35	38,5	40	20,5	11	41	42	43
4	24,5	26,5	26,5	29,5	31	28,5	31	31	34	35	33	37	37	37	43	39	40	42	41
8	21	24,5	28	26	31	23	24,5	34	34	31	31	38	39	36,5	40	41	43	42	41
5,5	15,5	21	35,5	31,5	26,5	15,5	18,5	31,5	35,5	40	23	37,5	34	37,5	39	31,5	42	41	43
1,5	10,5	39,5	20	15,5	27	23	25,5	28,5	31,5	36,5	31,5	34,5	34,5	38	43	36,5	41	39,5	42
4,5	14,5	23,5	27,5	23,5	23,5	33	33	33	30	30	36	40,5	36	38,5	38,5	36	40,5	42	43
2,5	35,5	26	22,5	18	33,5	22,5	35,5	33,5	31,5	22,5	26	29,5	38	39	42	37	40	42	41
4	20,5	26	27,5	9,5	27,5	20,5	32	36	32	29	32	39	30	36	43	36	40	42	41
7,5	24	33,5	33,5	18,5	29	15,5	31	35	24	38,5	24	29	36,5	40	36,5	38,5	43	41,5	41,5
9	21,5	30	28	28	25	9	37,5	31,5	36	33,5	25	37,5	41,5	33,5	31,5	39,5	41,5	39,5	43
0,5	22	37	22	9,5	22	15,5	25,5	27,5	33	25,5	18	30	30	38,5	40,5	36	38,5	43	42
3,5	30	37,5	18,5	20,5	15,5	13	23	26	35,5	32,5	26	32,5	35,5	41	40	32,5	42	39	43
5,5	25,5	20,5	29	8	20,5	23	20,5	33,5	31,5	14,5	29	32,5	25,5	36,5	41	36,5	42	40	43
5,5	20,5	30,5	28	10,5	32	27,5	33	37	35	39	10,5	34	26	37	43	37	41	40	42
5,5	18,5	17	31	31	14,5	18,5	24,5	36	26	34	31	39	38	37	43	31	41	40	42
5,5	112	1140,5	1160,5	1171	1191,5	1204	1235,5	1392	1393,5	1424,5	1448,5	1455	1542	1659,5	1670,5	1689,5	1775,5	1848	1900
4	24,7	25,3	25,8	26	26,5	26,8	27,5	30,9	31	31,6	32,2	34,3	34,3	36,9	37,1	37,5	39,6	41,1	42,2
4	610,1	640,1	665,6	676	702,3	718,2	756,2	954,8	961	998,6	1036,8	1043,3	1176,5	1361,6	1376,4	1406,3	1560,2	1689,2	1780,8
6	22,5	22,2	21,82	21,58	21,56	21,77	21,4	19,2	18,93	18,86	18,5	18,4	14,6	15,2	13,2	14,1	12	10,3	6,8

$= 0,863$

$\bar{r} = 0,739$

$\sigma_r = 0,0010$

$E = 32,65$

Valor de \bar{r} de verdadera significación, según la técnica de Fisher, y al que hemos aplicado la fórmula reducida del índice de eficiencia predictiva.

Antes de tratar de los resultados obtenidos pudiéramos bosquejar otro procedimiento semejante a éste, pero menos riguroso.

Consiste en atribuir el valor primero al sujeto o sujetos de máxima puntuación; el segundo, al o a los del siguiente valor, dándose, en caso de empate, el mismo número siguiente al del valor anterior a todos los empatados.

El proceso es idéntico al anterior, excepto en la determinación de σ_2 , que se obtendrá ordenando en cada minuto los valores de menor a mayor y procediendo como en σ_1 .

t y \bar{r} se averiguan mediante las fórmulas anteriormente indicadas.

Pongamos los ejemplos correspondientes a un grupo cualquiera de minutos: del 6 al 10.

TABLA II

SUJE- TOS	MINUTOS				
	6	7	8	9	10
A.....	2	1	1	2	1
B.....	3	4	3	1	4
C.....	1	2	8	1	2
D.....	14	7	7	6	3
E.....	8	7	2	4	10
F.....	6	8	6	16	5
G.....	4	7	4	14	8
H.....	5	10	8	9	10
I.....	12	6	6	6	5
J.....	7	9	4	5	14
K.....	7	7	6	3	10
L.....	7	5	5	7	6
M.....	9	3	8	8	9
N.....	5	11	7	7	13
O.....	8	7	11	18	11
P.....	6	9	7	12	7
Q.....	10	8	10	9	16
R.....	10	9	8	13	12
S.....	13	12	9	7	18
T.....	10	11	14	17	12
U.....	10	12	11	11	17
V.....	19	10	4	8	13
X.....	9	9	9	9	13
Y.....	13	13	15	13	10
Z.....	15	13	14	13	18
A'.....	15	18	10	10	14
B'.....	15	10	11	11	15
C'.....	17	14	14	13	17
D'.....	19	11	12	11	17
E'.....	15	12	10	18	16
F'.....	11	11	13	13	18
G'.....	15	16	15	13	21
H'.....	17	12	13	15	17
I'.....	17	12	14	14	16
J'.....	18	19	16	11	17
K'.....	16	12	15	17	19
L'.....	19	15	15	12	20
M'.....	19	19	17	17	20
N'.....	20	17	16	17	21
O'.....	19	21	18	19	21
P'.....	21	18	17	20	20
Q'.....	22	20	20	19	22
R'.....	23	20	19	21	23

TABLA III
ORDENACION DE LOS VALORES
DISTINTOS

MINUTOS				
6	7	8	9	10
1	1	1	1	1
2	2	2	1	2
3	3	3	2	3
4	4	4	3	4
5	5	4	4	5
5	6	4	5	5
6	7	5	6	6
6	7	6	6	7
7	7	6	7	8
7	7	6	7	9
7	7	7	7	10
8	8	7	8	10
8	8	7	8	10
9	9	8	9	10
9	9	8	9	11
10	9	8	9	12
10	9	8	10	12
10	10	9	11	13
10	10	9	11	13
11	10	10	11	13
12	11	10	11	14
13	11	10	12	14
13	11	11	12	15
14	11	11	13	16
15	12	11	13	16
15	12	12	13	16
15	12	13	13	17
15	12	13	13	17
15	12	14	13	17
16	12	14	14	17
17	13	14	14	17
17	13	14	15	18
17	14	15	16	18
18	15	15	17	18
19	16	15	17	19
19	17	15	17	20
19	18	16	17	20
19	18	16	18	20
19	19	17	18	21
20	19	17	19	21
21	20	18	19	21
22	20	19	20	22
23	21	20	21	23

$$\sigma_1 = 6,2 \quad \sigma_2 = 7,2 \quad t = 0,861 \quad r = 0,731 \quad \sigma_r = 0,011$$

A pesar de que la correlación que nos da es prácticamente idéntica, quisimos determinar, bajo el supuesto de que nos daría un resultado elevado, la correlación existente entre el orden obtenido con los dos procedimientos indicados.

Con el método de Spearman hallamos un resultado de correlación perfecta:

$$r = 0.9994 \pm 0.0002$$

Podríamos concluir afirmando que los dos procedimientos son igualmente eficaces, y así lo haríamos si nos atuviésemos solamente a los resultados de esta investigación; pero hemos de analizar los inconvenientes teóricos del segundo proceder:

a) Ni la media aritmética ni la desviación típica en cada minuto son o se puede admitir sean las mismas.

b) Al fallar la homogeneidad, no es legítimo sumar los valores obtenidos.

Que son las mismas razones por las que negábamos, en uno de sus apartados, la posibilidad científica de utilizar los resultados en bruto o sumas realizadas en cada minuto por los distintos sujetos.

En la tabla IV presentamos los valores que manifiestan la heterogeneidad últimamente citada.

TABLA IV

Minuto.	Media.	Desviación típica...	S. D _{med}	Minuto.	Media.	Desviación típica...	S. D _{med}	Minuto.	Media.	Desviación típica...	S. D _{med}
1	21,8	8,2	1,3	16	22,9	7,9	1,2	31	24,9	8,7	1,3
2	21,8	6,9	1,1	17	24,1	7,6	1,2	32	25,1	6,7	1
3	21,3	6,3	1	18	23,3	8	1,2	33	25	8,9	1,4
4	22,7	7,1	1,1	19	23,8	7,5	1,2	34	24	8,2	1,3
5	21,9	7,3	1,2	20	23,5	7,5	1,2	35	25,7	9,2	1,4
6	21	7,1	1,1	21	23,3	7,2	1,1	36	25,5	8,6	1,3
7	21,1	6,3	1	22	21,9	7,6	1,2	37	25	8,8	1,4
8	21,4	5,4	0,8	23	23,7	8,1	1,3	38	23,9	8,6	1,3
9	21,1	7,2	1,1	24	23,8	8,2	1,3	39	24	7,3	1,2
10	21	7,2	1,1	25	24,5	8,4	1,3	40	25,9	7,6	1,2
11	21,8	6,2	1	26	24,6	9	1,4	41	23,4	9,2	1,4
12	22,5	7,6	1,2	27	24,8	7,4	1,2	42	24,5	10,5	1,6
13	23,3	8,1	1,3	28	25,6	7,9	1,2	43	25,8	9,1	1,4
14	21,1	7,8	1,2	29	25,8	8,8	1,4	44	26,5	10,4	1,6
15	22,9	7,9	1,2	30	25	7,8	1,2	45	31,1	11,3	1,7

Algunas razones abogan por el segundo procedimiento de ordenación, razones de orden práctico y económico.

1.^a No influyen con tanto vigor los altibajos ocasionales.

2.^a Cuando se da la clasificación con puestos de empate con arreglo a este procedimiento, no es necesaria ninguna transformación especial.

Por ello se podría aconsejar para determinar previamente el grado de correlación en los tipos de investigación especial. Una vez hallado, y si el valor es alto, concluir el trabajo con el método de Kelley, lo que resolvería la cuestión con mayor rigor científico.

Estudiados los procedimientos, pasaremos a las conclusiones que se desprenden de nuestra investigación respecto a la primera interrogante.

a) *No encontramos ser rigurosamente legítimo hablar de la curva colectiva de trabajo intelectual.*

b) Podría ser plenamente legítimo, siempre que se probase científicamente, hablar de curvas, varias curvas diferenciadas de trabajo intelectual, manifestadas en tipos diversos de sujeto.

El trazado de la curva, cuestión fácil en apariencia, puesto que bastaría coger los promedios de la tabla IV y realizar dicha operación geométrica considerando los promedios como valores de un sujeto, presenta ciertas dificultades estadísticas, que vienen a incluir precisamente la curva de Kräpelin dentro de nuevas notas de ilegitimidad.

Se apoya la dificultad en el hecho de que tratamos con promedios. Y para que dos promedios de la misma labor se consideren estadísticamente diferentes es necesario que la diferencia sea significativa, sin que podamos apoyarnos en la superación de una o dos décimas.

Para que consideremos como significativa la diferencia entre cada par de minutos, haría falta que la razón crítica, en términos de unidad sigma

$$RC = \frac{Diff.}{\sigma_{Diff}}$$

Donde:

$$Diff = M_x - M_y$$

$$\sigma_{Diff} = \sqrt{\sigma_{med x}^2 + \sigma_{med y}^2 - 2 r \sigma_{med x} \sigma_{med y}}$$

siendo:

$$\sigma_{med x} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}}$$

$$r = 0,739$$

(fórmulas que hemos aplicado apoyándonos en los resultados del carácter representativo de los sujetos).

Razón que, transformada en el test de significación de Fisher y habida cuenta que el número de grados de libertad es de 41, en nuestro caso, nos exigiría un valor de 2,02 para que la probabilidad de que nuestro ejemplo no sea fortuito sea del 5 por 100, y de 2,70 para que sea del 1 por 100.

De esta forma se reducen los valores anteriormente exigidos de 3 ó 2,78, y se establecen valores de mayor rigor.

Despejando el valor de D, nos encontraríamos con que habría de ser

$$D = 2,02 \times 0,9 = 1,82$$

o

$$D' = 2,70 \times 0,9 = 2,43$$

Advertimos que hemos supuesto en este caso arbitrario que

$$\sigma_{med x} = \sigma_{med y} = 1,2,$$

valor central por defecto de los resultados encontrados.

Un breve cotejo de los datos expuestos nos muestra claramente la imposibilidad teórica de trazar una curva representativa con los promedios obtenidos minuto a minuto, ni de cinco en cinco minutos, como Kräpelin.

Para comprobar si los sujetos experimentados eran representativos de su edad y clase social hemos de admitir la hipótesis de que la distribución de la población total de sujetos de tal edad y ambiente se ajusta, en cuanto a la aptitud de sumar dígitos, a la curva normal de Gauss, ya que no nos ha sido posible recoger los resultados de la población total ni seleccionar con las tablas de números al azar los sujetos que deberíamos considerar en nuestro trabajo.

Los valores obtenidos son (10):

$M = 22,9$	$Md = 23,4$	$\sigma_{ik} = 1'54$
$\sigma_{med} = 1,1$	$Q_1 = 18,9$	$Prob. sk = 540 \text{ ‰}$
$P_{90} = 33,0$	$P_{10} = 13,5$	$Ku = 0,23592$
$Q_3 = 28,1$	$Sk = 0,15$	$\sigma_{ku} = 0,0423$
		$Prob. ku = 726 \text{ ‰}$

Resultados que autorizan las conclusiones anteriores.

Por último, queremos indicar que si en investigación de mayor envergadura se lograsen obtener varias curvas diferenciadas de trabajo intelectual, en didáctica nos interesaría averiguar de forma científica la duración de cada periodo claramente diferenciado y el grado de inclinación de las variaciones.

JOSÉ FERNÁNDEZ HUERTA.

(10) Las fórmulas de obtención pueden encontrarse en mi artículo *Sobre calificación escolar*, publicado en el número 22 de la REVISTA ESPAÑOLA DE PEDAGOGÍA.