

ROTACION POR EL METODO DE PROLONGACION DE VECTORES

La rotación se considera como complemento, si no esencial, integrante, al menos, del Análisis Factorial. Cuando este análisis se aplica a variables psicológicas o pedagógicas, la rotación cobra una trascendencia singular. La factorización, sin la rotación, cuando se verifica por el método centroide o similares, brinda una serie de ejes ortogonales, y las saturaciones de los tests en dichos ejes. No es probable que estos ejes y saturaciones correspondan a las aptitudes objetivas que en psicopedagogía tienen un sentido de comprobación empírica. Son, eso sí, relaciones matemáticas reales, no sólo de las saturaciones respecto de los ejes, sino también de las saturaciones entre sí. Estas relaciones se hacen sensibles en la representación gráfica de los pares de saturaciones sobre ejes de coordenadas. La inspección de estas proyecciones aconseja, de ordinario, una desviación de los ejes tal que confiera sentido psicopedagógico a los resultados de la factorización. Esta es la finalidad de la rotación y de su técnica.

Acerca de una y otra puede consultarse un artículo nuestro aparecido en la revista *Bordón* (1) y otro próximo a aparecer en la *Revista de Psicología y Pedagogía Aplicadas*, en el cual se detalla el procedimiento de rotación esférica, aplicable a las matrices de tres factores.

A continuación expondremos el procedimiento denominado por Thurstone de prolongación *de vectores* (extended vectors), utilizado en el análisis factorial del aprendizaje, expuesto en un número anterior de esta misma REVISTA con el título «La selección de los aprendices» (2). Junto a la breve noticia de la práctica de

(1) El análisis factorial; la práctica del método centroide. *Bordón*, número 58, 1956.

(2) Número 53, enero-marzo, 1956.

este procedimiento rotativo apuntaremos las aclaraciones estrictamente necesarias para una comprensión elemental del mismo.

De momento haremos una, previa, que nos familiarice con la intención y la ventaja del procedimiento elegido. Facilita la labor grandemente, en efecto, pues la primera rotación reduce los factores que han de ser representados a $n-1$ hiperplanos de $r-1$ dimensiones; es decir, a una matriz factorial de $r-1$ columnas. La causa de esta reducción se puede entender fácilmente con una figuración. Imaginemos una esfera transparente, cruzadas en sus tres dimensiones por los respectivos ejes perpendiculares. Exterior a la esfera, tangente a ella y perpendicular a uno estos ejes, figurémonos un plano. En la superficie de la esfera, frente al plano imaginemos aquí y allá algunos puntos. Más clara será la ficción si nos representamos los puntos como diminutas manchas opacas en la superficie redonda. Si en el origen de los ejes, en el centro interno de la esfera, en el supuesto de que todos los puntos estuvieran en ríen proyectados como sombras sobre la pantalla o plano tangente a la esfera en el supuesto de que todos los puntos estuvieran en el casquete frontero de la pantalla. Como el plano, todo él, es perpendicular a la esfera en el extremo de un radio, que es la unidad, todos los puntos del plano tendrán la unidad de proyección sobre dicho eje. Y como entre los puntos del plano están también las sombras proyectadas desde la superficie esférica, resultará que, mediante esta operación, podremos representar las tres anteriores dimensiones en las solas dos del plano, neutralizando una de dichas tres dimensiones mediante su reducción a la unidad. Los planos serán siempre proyección de espacios definidos por una dimensión más que las propias. En el caso de la esfera—tres dimensiones—, la extensión de los vectores hace posible su representación y rotación en una pantalla plana. Una matriz cuatrifactorial es rotable en tres hiperplanos tridimensionales por este procedimiento. Tal es nuestro caso.

Una recta sobre el plano determinará la intersección de este plano con otro que lo atraviesa. Y cuando una de estas rectas está determinada por una serie de puntos, habrá que imaginarse estos puntos como lo único visible de un plano que por ellos atraviesa de parte a parte la superficie en que ahora los vemos proyectados.

Siguiendo con el ejemplo de luz y sombras, siempre que sobre la esfera se alineen en recta una serie de puntos opacos, sus sombras determinan un plano a lo largo del trayecto aéreo desde la esfera a la pantalla. Los puntos sombreados de la pantalla determinan la intersección de ambos planos.

Después de este preámbulo pasemos a la técnica misma. La iremos exponiendo con tal detalle que sirva de guía en casos similares a quien lo desee. Hagamos antes la advertencia de que este procedimiento no se puede utilizar sin complicaciones, más que en aque-

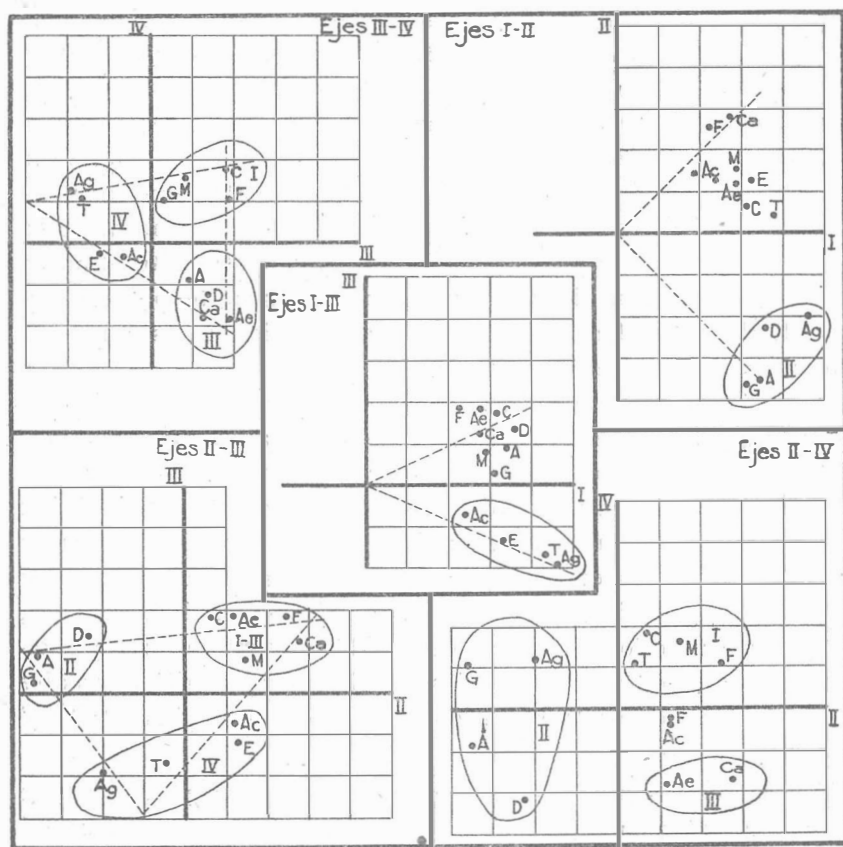


Fig. 1.ª—Representación de F_0 . Dentro de los círculos se han introducido aquellos elementos que posteriormente se han localizado como factores. Se indica con números romanos el factor a que corresponden.

llos casos en que haya alguna columna de la matriz factorial que tenga todas sus saturaciones positivas ; pues, de existir algún punto negativo éste no se proyectaría sobre el plano-pantalla al prolongar los radios o vectores más allá de la superficie esférica.

UN ESBOZO PREVIO

Como es obvio, partimos de la matriz factorial hallada F_0 (Tabla I) y del supuesto de que el analista desconoce los factores que le van a resultar. Esta primera desorientación no tiene por qué ser absoluta, ni mucho menos mantenerse a lo largo de los tanteamientos de la rotación. Sería de desear la presencia de algún indicio orientador, a ser posible ya desde el comienzo. De tal puede servir la representación previa de las columnas factoriales directas (Fig. 1.^a). De la comparación de unos diagramas con otros resultan una serie de posibilidades de ineerpretación de positivo valor orientador en toda la marcha subsiguiente. En el gráfico se han rodeado e identificado con el número romano del factor a que corresponden.

Aparte de lo que este momento nos ocupa, que es la rotación, diremos que las *diferencias de varianza* entre las matrices de dos factores, de tres o de cuatro, sobre todo entre la de tres y la de cuatro, no es tan grande como para considerar desacertado el criterio *práctico* de pararse antes de extraer el cuarto factor, como se puede comprobar en la Tabla I, debajo de los respectivos encabezamientos, h_2^2 , h_3^2 y h^2 . Las h_2^2 son las comunidades cuando la matriz consta de dos columnas o factores solamente ; las h_3^2 son las de tres columnas, y las h^2 , las de cuatro factores de que consta la matriz definitiva. Es sabido que *las comunidades* resultan de sumar horizontalmente los cuadrados de las saturaciones factoriales de cada fila y que representan la parte de la varianza de cada test o elemento del análisis que es explicada por los factores comunes hallados. El resto del contenido del test constituye su *peculiaridad*, y se sale de este tipo de análisis comunitario. Puede, en efecto, observarse que, salvo los elementos C-M-F-Ca-Ae, en los cuales las comunidades aumentan algo, todos los

TABLA I

	F ₀				h ₂ ²	h ₃ ²	h ²	D	E ₀			
	I	II	III	IV					f	II	III	IV
D 172	-.46	.27	-.25	.73	.80	.87	1.389	1.000	-.639	.375	-.347
A 268	-.71	.18	-.18	.97	1.00	1.03	1.471	1.000	-1.044	.265	-.265
Ag 392	-.40	-.39	.24	1.01	1.16	1.22	1.087	1.000	-.435	-.424	.261
G 462	-.73	.05	.21	.92	.92	.96	1.613	1.000	-1.177	.081	.339
T 576	.08	-.34	.21	.58	.70	.74	1.316	1.000	.105	-.447	.276
C 663	.13	.36	.36	.41	.54	.67	1.587	1.000	.206	.571	.571
M 758	.30	.16	.32	.43	.45	.55	1.724	1.000	.517	.276	.552
F 845	.50	.37	.21	.45	.59	.63	2.222	1.000	1.111	.822	.467
Ca 955	.56	.25	-.35	.62	.68	.80	1.818	1.000	1.018	.455	-.636
E 1066	.25	-.26	-.05	.50	.57	.57	1.515	1.000	.379	-.394	-.076
Ac 1148	.25	-.14	-.07	.29	.31	.32	2.083	1.000	.521	-.292	-.146
Ae 1258	.24	.37	-.37	.39	.53	.67	1.724	1.000	.414	.638	-.638

demás mantienen en las suyas valores sensiblemente iguales. Esta consideración no resta valor teórico a la factorización del cuarto vector, puesto que de ella resulta nada menos que uno de los factores más claramente localizados de todo el análisis; pero muestra que en la práctica puede extraerse gran utilidad, con poco riesgo, de una matriz incompleta, pero altamente significativa. Esto es especialmente interesante para los casos en que, como el nuestro, se aspire a deducir del análisis unas normas y criterios objetivos y prácticos de orientación o selección profesional.

LA PRIMERA ROTACIÓN

Pasemos ya a la rotación misma. Partimos de la matriz factorial F_0 , resultante del cálculo. Observamos que la primera columna es enteramente positiva. Ello hace posible el procedimiento de prolongación de vectores, pues, además, el número de factores excede de dos. Sigámoslo por sus pasos contados. (Tabla I.)

1.º Hallar los multiplicadores D . Cada uno de ellos resulta de dividir la unidad por la correspondiente saturación en la primera columna. Así el primero, 1,389, es cociente de $1/0,72$. El segundo, 1,471, de $1/0,68$.

2.º Multiplicar por cada D todas las saturaciones de su fila para formar la matriz E_0 . Debajo del nuevo factor I habrá que escribir siempre la unidad, puesto que el multiplicador procede de dividir la unidad por el que ahora es multiplicando. Si antes resultaba $1,389 = 1/0,72$, es natural que $0,72 \times 1,389 = 1$, y así de los demás. En los restantes ejes se colocan los productos en las columnas respectivas. Se observará que de la cuatro columnas se ha neutralizado una, convertida en unidad, con lo que quedan solamente tres para hacer la primera representación y rotación. (Tabla II.)

3.º Representación de los puntos de E_0 , como se ve en la figura 2.ª El procedimiento de proyección es igual que para las demás matrices. (El punto F para los nuevos ejes III y IV, por ejemplo, es 0,822 de abscisa y 0,467 de ordenada.) (Fig. 2.ª).

TABLA II

	$S_{01} = L_{01}$					$E_1 = E_0 H_{01}$				
	I	A_2	B_2	C_2	D_2	I	A	B	C	D
I...	1.000	.200	.630	.530	.370	1.000	.106	1.129	-.010	.736
II...			-1.000	.260	.	1.000	.106	1.385	-.006	.638
III...		.750	.590	-1.000	.230	1.000	.113	.616	.724	.011
IV...	1.000		.	.	-1.000	1.000	.474	1.404	.122	.045
						1.000	.111	.198	.865	-.008
						1.000	.948	.576	.010	-.065
						1.000	.758	.209	.334	-.109
$\Sigma ^2$		1.603	1.745	1.349	1.190	1.000	1.014	.003	-.003	.084
$\sqrt{\Sigma ^2}$		1.266	1.321	1.162	1.091	1.000	-.074	-.091	.292	1.018
D_1790	.757	.861	.917	1.000	-.136	.014	.880	.326
						1.000	-.130	-.048	.824	.411
						1.000	.032	.449	0	1.059
	$H_{01} = S_{01} D_1 = M_{01}$					$C_1 = M_{01} M_{01}$				
	I	A_2	B_2	C_2	D_2	I	A	B	C	D
I...	1.000	.158	.477	.456	.339	1.000				
II...		.	-.757	.224	.	.158	1.001			
III...		.593	.447	-.861	.211	.477	.340	1.001		
IV...		.790	.	.	-.917	.456	-.439	-.337	.999	
						.339	-.545	.256	-.027	1.001

TABLA III

$V_1 = F_0 \Delta (\Delta = M_{01} - 1)$				
I	II	III	IV	
.076	.812	-.007		.530
.072	.941	-.008		.434
.104	.568	.666		.010
.294	.871	.076		.028
.084	.150	.658		-.007
.597	.364	.006		-.040
.440	.522	.193		-.062
.456	.001	-.002		.038
-.042	-.050	.161		.560
-.090	.010	.581		.215
-.062	-.023	.396		.197
.019	.260	-.001		.614

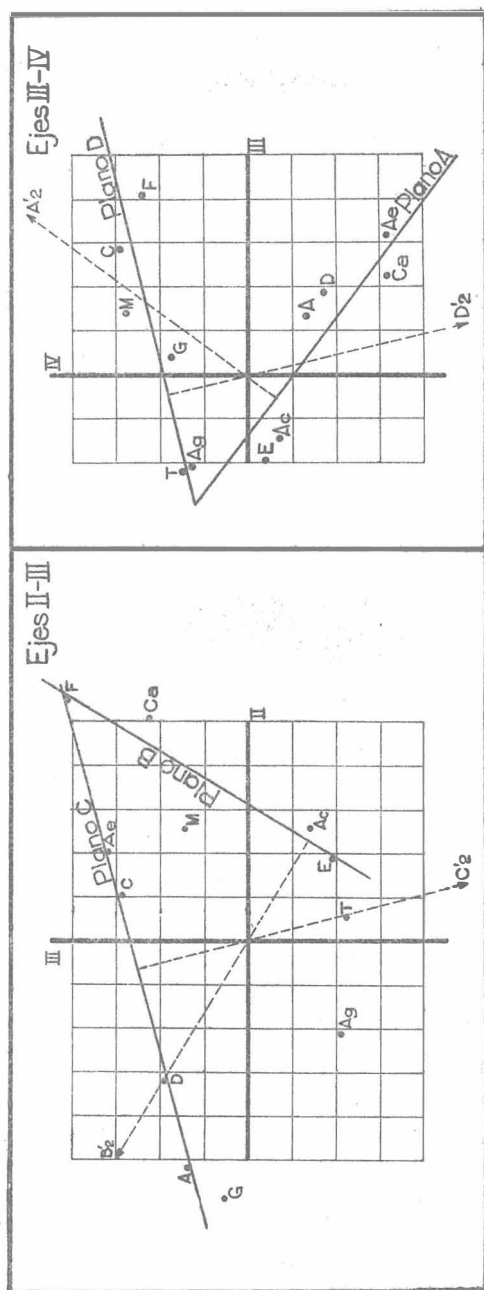


Fig. 2.ª—Representación de E. Se ha omitido la de los ejes II-IV.

4.º Se buscan en la gráficas aquellas series de puntos, que estén en línea recta o más aproximadamente colocados en tal posición y por ellos se traza una recta. Esta determina la sección de un plano por dichos puntos. En el diagrama II-III, por ejemplo, se ha trazado el plano C por los puntos D-A-C-F-Ae, y el plano B por entre los elementos F-Ca-E-Ac.

5.º La designación de los planos es convencional y, a la postre, indiferente. Sin embargo, es conveniente adoptar alguna norma. Nosotros, siguiendo a Thurstone, hemos adoptado la que vamos a deducir de los siguiente. Refirámonos al llamado plano C. Se traza una perpendicular a él a través del origen de coordenadas, dirigida hacia el lado del plano en donde se encuentran representados los restantes elementos o el mayor número de ellos. (Al trazar los planos se procura atravesar con la recta el mayor número de puntos posible; en caso de igualdad se aconseja preferir aquella en que los puntos se extienden más.) Como se habrá notado, la perpendicular discontinua se ha designado por el símbolo C'_2 y lo mismo las restantes perpendiculares con relación a su plano. La razón o, mejor, la norma es designar esta perpendicular con la letra correspondiente al eje con la cual corre más próximamente paralela o del cual se desvía menos. Aquí es el eje III, y por eso se ha llamado C'_2 el vector, y C el plano correspondiente. Habrá que decir lo mismo de los planos B y D y de sus respectivos B'_2 y D'_2 . El plano A no se puede regir por la misma norma, puesto que no hay eje I en estas representaciones. Entonces se busca otra sucesión de puntos que no se identifique con ninguna de las anteriores y por ella se traza el plano A. El punto extremo de su perpendicular A'_2 se relacionará con los ejes del plano en que se haya trazado. En nuestro caso estos ejes son el III y el IV. Obsérvese que los vectores A'_2 , B'_2 , C'_2 y D'_2 tienen la unidad de proyección sobre su eje de referencia.

6.º La rotación va a consistir en referir a los nuevos planos la estructura anterior. Esto se logrará multiplicando la matriz E_0 por la matriz transformadora que resulte de las representaciones anteriores y de los cálculos.

Tomemos como punto de referencia el C'_2 , término de la normal al plano C, por la cual dicho plano queda definido. Este pun-

to terminal está determinado por sus referencias a las ejes III y II—que son los del plano en que se han proyectado los puntos—y al plano I, con relación al cual todo el conjunto tiene proyección igual a la unidad. Para fijar numéricamente estas relaciones se opera como sigue:

a) La relación con respecto a los ejes II y III se determina anotando sencillamente la colocación del punto C'_2 con respecto a los dos ejes de coordenadas. Para simplificar se prolonga la perpendicular discontinua hasta la unidad en C. El punto C'_2 tendrá, pues, las cotas -1.00 III + $0,26$ II.

b) La relación con el eje I viene dada por el punto de intersección del plano C con el III, del cual se ha tomado la denominación de C y figura como término independiente de la ecuación.

c) Hay que advertir, acerca del signo del término independiente, que es positivo cuando la perpendicular C'_2 atraviesa el origen de coordenadas al dirigirse desde el plano hasta el extremo adoptado, como es el caso actual (+ $0,53$), y negativo cuando no lo atraviesa.

d) La expresión completa será, por tanto:

$$C'_2 = -1.00 \text{ III} + 0,26 \text{ II} + 0,53$$

e) De modo similar se pueden determinar las otras columnas de la transformación S_{01} , que quedarán fijadas como sigue:

$$B'_2 = -1.00 \text{ II} + 0,59 \text{ III} + 0,63$$

$$D'_2 = -1.00 \text{ IV} + 0,23 \text{ III} + 0,37$$

$$A'_2 = 1.00 \text{ IV} + 0,75 \text{ III} + 0,20$$

7.º Se agrupan los resultados en la matriz S_{01} , disponiendo los ejes como cabezas de fila y los nuevos vectores A'_2 , B'_2 , C'_2 y D'_2 como cabezas de columna.

8.º Se halla la suma de los cuadrados por columna, $\Sigma 1^2$, vg. para A'_2 : $0,20^2 + 0,75^2 + 1.00^2 = 1,603$.

Se calcula la raíz cuadrada de cada una de estas sumas: $\sqrt{\Sigma 1^2}$; vg. $\sqrt{1,603} = 1.266$.

Luego, el cociente: $1/\sqrt{\Sigma 1^2} = D$. Para A'_2 será $1/1.266 = 0,790$.

9.º Se computa la matriz de transformación $H_{01} = S_{01} D_1$. Esta

operación se verifica multiplicando cada término de la columna A' por su D y colocando el producto en el lugar correlativo de la nueva matriz H_{01} , y lo mismo haciendo con las demás columnas.

10. Este punto del procedimiento es una encrucijada. Se puede o no continuar haciendo un mayor número de rotaciones. En el caso de no continuar por haber tenido la fortuna de perfilar suficientemente no sólo los factores, sino también las separaciones angulares entre los mismos o porque la índole o la finalidad del problema no requieran mayores refinamientos, se procederá a transformar la primera matriz factorial, F_0 , en la nueva matriz factorial rotada, según la fórmula

$$F_0 \Lambda = V_1$$

La matriz Λ es, en este paso del proceso, la matriz M_{01} (equivalente en esta primera fase a la H_{01}) *eliminando de ella el elemento 1.000 de la columna I*.

Damos por sabido que el producto de dos matrices se verifica multiplicando, término a término, los de la fila del multiplicando por los de la columna del multiplicador para dar como resultado el elemento de la nueva matriz correspondiente a a casilla de cruce de la fila y la columna multiplicada, como ilustra el ejemplo siguiente, en el que el orden de los números indica la dirección en que se toman los factores: en el multiplicando, horizontalmente; en el multiplicador, verticalmente.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 17 & 23 \\ 39 & 53 \end{vmatrix}$$

El 23 de la fila 1.^a, columna 2.^a, por ejemplo, resulta de combinar los productos de la fila 1.^a y la columna 2.^a:

$$1 \times 7 + 2 \times 8 = 23$$

De manera similar, en la matriz factorial definitiva V_1 (Tabla III), la saturación 0,812 de la casilla de la fila 1.^a y columna 2.^a, resultaría de sumar los productos cruzados de la primera

fila de la matriz F_0 por la segunda columna de la transformatriz M_{01} —una vez eliminada la columna I—, a saber:

$$0,72 \cdot 0,477 + (-0,46)(-0,757) + 0,270'447 + (-0,25) \cdot 0 = \\ = 0,343 + 0,348 + 0,121 = 0,812$$

Y así sucesivamente las demás hasta obtener la matriz factorial rotada V_1 .

10 bis. Pero ordinariamente tendrá que hacerse mayor número de rotaciones. Entonces la matriz que hace de multiplicando no será la F_0 , sino la E_0 , y el multiplicador será H_{01} en su integridad (en cálculo matricial el orden de factores *altera* el producto), y la resultante no será V_1 , sino E_1 (Tabla II), que queda dispuesta para una segunda representación y rotación en parecida forma, salvo las modificaciones que indicaremos.

11. La separación angular entre los nuevos ejes se registra en la matriz C , producto de la invertida (M'_{01}) de M_{01} , por M_{01} . La inversión se obtiene poniendo como filas las columnas y como columnas las filas de la originaria.

La invertida de

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{es} \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

En la práctica este producto se obtiene multiplicando cada elemento de la columna A por los colaterales de B, C y D; y lo mismo los de B por C y D, etc. En la diagonal de la matriz figuran las sumas de productos de los elementos de cada columna por sí mismos, que han de ser iguales o muy próximos a la unidad. Los coeficientes resultantes son los cosenos de proyección mutua entre las ejes y pueden ser considerados como la correlación que existe entre los ejes vectores respectivos.

SEGUNDA ROTACIÓN

Representada la matriz E_1 (Fig. 3.^a), la inspección de los nuevos ejes nos aconsejará el trazado de las rectas de intersección, eli-

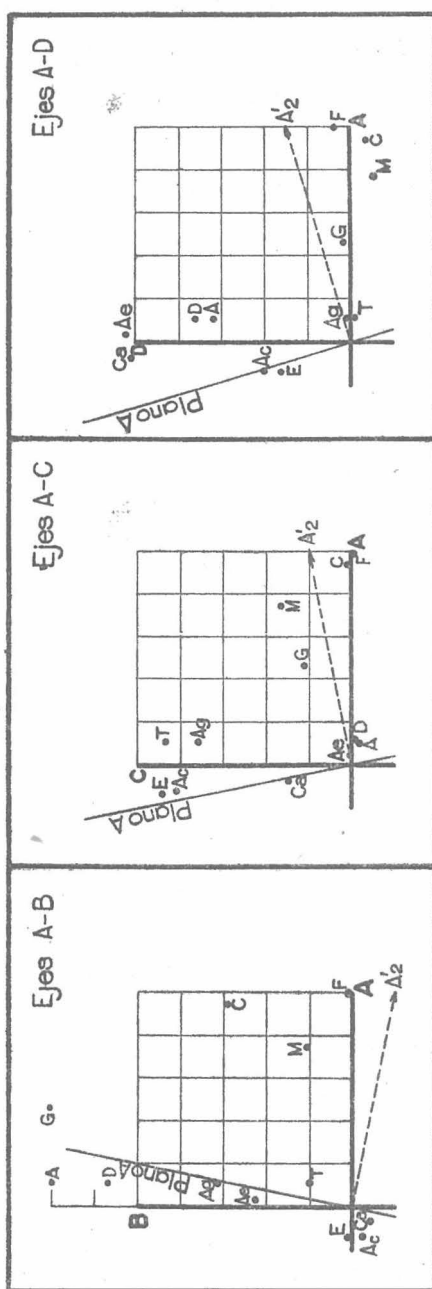


Fig. 3.ª—Representación de E_1 . Solamente están representados los cuadros que han servido para plantear la matriz S_{12}

giendo las series de puntos con el mismo criterio que en la proyección de E_0 . Las perpendiculares a estos nuevos planos A'_2 , B'_2 , C'_2 y D'_2 a través del origen de coordenadas nos dan los elementos de la matriz S_{12} (Tabla IV), como antes nos dieron los de S_{01} . A esta parte, ya conocida, siguen los pasos siguientes:

1) Cálculo de la matriz $L_{02} = M_{01} S_{12}$. Ya queda dicho que, en el primer paso de la rotación, la matriz M_{01} es idéntica en todo a la H_{01} . La matriz L_{02} será efecto de multiplicar ordenadamente cada elemento de las filas de M_{01} por cada elemento de las columnas de S_{12} y sumarlos, para obtener en cada sumación la casilla de cruce en L_{02} . Por ejemplo, el 0,395 de la casilla III- A_2 resulta de sumar los productos:

$$0,593 \cdot 1,000 + 0,447 \cdot (-0,200) + (-0,861) \cdot 0,200 + 0,211 \cdot 0,300 = 0,385$$

2) Obtenida la matriz L_{02} , se hallan la suma vertical de los cuadrados (Σl^2), la raíz cuadrada de dichas sumas ($\sqrt{\Sigma l^2}$) y las correspondientes D_2 ($= 1/\sqrt{\Sigma l^2}$) como en la primera rotación se hizo con las D_1 y la matriz S_{01} .

3) Cálculo de la matriz $H_{12} = S_{12} D_2$, multiplicando cada elemento de la matriz S_{12} por su correspondiente D_2 . El 0,414 de la casilla $D_1 A_2$ es producto de 0,300 por 1,379.

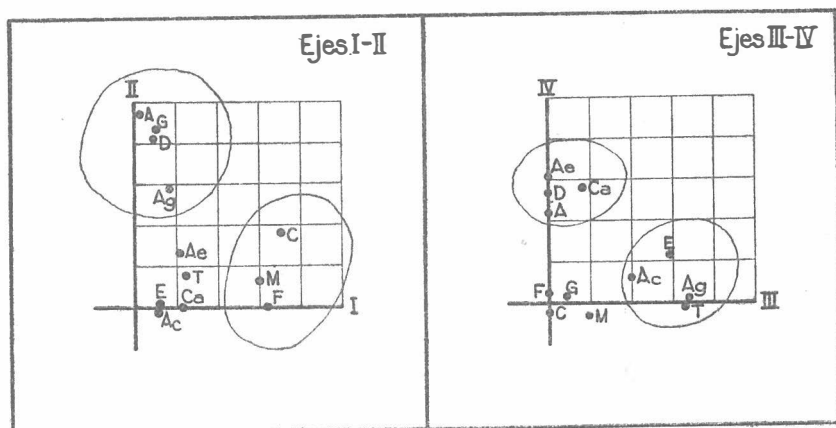


Fig. 4.a—Representación gráfica de V_2 , con indicación de los grupos factoriales dentro de los círculos. Se han reproducido solamente los dos cuadros indispensables para indicar los cuatro ejes factoriales.

TABLA IV

	S_{12}					$E_2 = E_0 H_{12}$					$E_2 = E_0 M_{02}$				
	I	A ₂	B ₂	C ₂	D ₂	I	A	B	C	D	I	A	B	C	D
I.....	1.000					1.000	.136	1.128	-.010	.735	1.000	.138	1.128	-.010	.736
A ₁		1.000				1.000	.026	1.384	-.006	.637	1.000	.027	1.384	-.006	.638
B ₁		-.200	1.000			1.000	.191	.615	.724	.011	1.000	.190	.616	.724	.011
C ₁200		1.000		1.000	.319	1.403	.122	.045	1.000	.320	1.403	.122	.045
D ₁		300			1.000	1.000	.334	.198	.865	-.008	1.000	.333	.198	.865	-.008
	$L_{02} = M_{01} S_{12}$					1.000	.124	.575	.010	-.065	1.000	.125	.576	.010	-.064
I.....	1.000	.256	.477	.456	.339	1.000	1.034	.209	.334	-.109	1.000	1.035	.209	.334	-.109
II.....		.196	-.757	.224		1.000	1.431	.003	-.003	.084	1.000	1.433	.004	-.003	.084
III.....		.395	.447	-.861	.211	1.000	.425	-.091	.292	1.017	1.000	.424	-.090	.292	1.018
IV.....		.515			-.917	1.000	.186	.014	.880	.326	1.000	.186	.014	.880	.326
$\Sigma 1^2$525	1.001	.999	1.001	1.000	.231	-.048	.824	.411	1.000	.231	-.048	.824	.411
$\sqrt{\Sigma 1^2}$..		.725	1.001	1.000	1.001	1.000	.358	.449	0	1.058	1.000	.360	.449	0	1.058
D ₂		1.379	.999	1.000	.999										
	$H_{12} = S_{12} D_2$					$M_{02} = L_{02} D_2$					$C_2 = M_{02} M_{02}$				
I	I	A ₂	B ₂	C ₂	D ₂		A ₂	E ₂	C ₂	D ₂	I	A ₂	B ₂	C ₂	D ₂
I.....	1.000					1.000	.353	.477	.456	.339	1.000	.353			
A ₁	1.379						.270	-.756	.224			.477	.208		
B ₁	-.276	.999					.545	.447	-.861	.211		.456	-.248	-.336	
C ₁276		1.000				.710					.339	-.415	.256	-.027
D ₁414				.999	IV...				-.916					

4) Hallar $M_{02} = L_{02} D_2$, de la misma manera que se ha dicho para H_{12} . El 0,353 de la casilla I-A₂ es producto de 0,256 por 1,379.

5) Obtención de la matriz $C_2 = M'_{02} M_{02}$, con el fin de estimar las separaciones angulares entre los nuevos ejes. Si éstos se correlacionan entre sí escasamente o cero, o si la cuantía en que lo hagan no se considera ningún óbice para los fines propuestos en el análisis, podrá terminarse con la segunda el número de rotaciones. En tal caso,

6) Se hallaría la matriz factorial rotada V_2 (Tabla V y fig. 4.^a), producto de la F_0 por la transformatriz Λ , que es en este caso la misma M_{02} , con la previa supresión de la primera columna (I).

TABLA V

	$V_2 = F_0 \Lambda$			
	I	II	III	IV
D 1...	.099	.812	-.007	.530
A 2...	.018	.941	-.004	.434
Ag 3...	.174	.567	.666	.010
G 4...	.198	.870	.076	.029
T 5...	.254	.151	.658	-.006
C 6...	.709	.364	.006	-.040
M 7...	.600	.122	.193	-.062
F 8...	.645	.002	-.002	.039
Ca 9...	.232	-.049	.161	.560
E 10...	.123	.010	.581	.215
Ac 11...	.111	-.023	.396	.197
Ae 12...	.269	.261	-.001	.614

6 bis) Pero si conviene hacer más rotaciones, se multiplicará la matriz factorial E_1 por H_{12} para obtener E_2 y así se procede hasta el grado de precisión deseado en la tabla definitiva, V_n . Puede servir de comprobación de las operaciones la siguiente equivalencia:

$E_2 = E_1 H_{12}$ (Primera E_2 de la tabla IV)

$E_2 = E_0 M_{02}$ (Segunda E_2 de la tabla IV).

Y en términos generales:

$$E_n = E_{(n-1)} H_{(n-1)n}$$

$$E_n = E_0 M_{0n}$$

En cada fase controla parcialmente la rectitud de algunas operaciones el hecho de que los componentes de la diagonal de la matriz C han de ser la unidad o una cifra muy aproximada. Si todos los elementos de la matriz C —salvo los de la columna I— se anulan, es decir, si los ejes resultantes son perfectamente ortogonales, las comunidades de la matriz V_n serán idénticas a las de la matriz F_0 . Esta sería la mejor y más lisonjera de las comprobaciones, pero sólo es esperable en casos de perfecta ortogonalidad entre los ejes rotados.

LA ESTRUCTURA SIMPLE

Una visión sencilla y clara de los resultados del análisis y de la rotación factorial se obtiene mediante la representación de las

	ESTRUCTURA SIMPLE			
	I	II	III	IV
D		+		+
A		+		+
Ag		+	+	
G		+		
T			+	
C	+			
M	+			
F	+			
Ca				
E			+	+
Ac			(+)	
Ae				+

saturaciones más altas de cada factor, por medio de signos convencionales que sensibilicen su importancia. He aquí la correspondiente a nuestro análisis, en la cual se han representado por medio de una cruz todas las saturaciones de la matriz rotada superiores a 0,40.

La finalidad de la rotación y de su representación simplificada es llegar a una interpretación de los datos en términos psicológicos, pedagógicos, etc. Nosotros excusamos acometer aquí este comentario por haber sido ampliamente abordado en el artículo anteriormente citado de esta misma Revista, con el cual se integra el presente en una unidad armónica.

FRANCISCO SECADAS MARCOS
Colaborador científico del C. S. I. C.