



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Diseño STEM de una UD en Matemáticas 4º de ESO.

Presentado por: Daniel Sans Canovas

Tipo de trabajo: Propuesta de intervención

Director/a: Dra. Ana Liliam Licona Vega

Ciudad: Barcelona

Fecha: Enero 2019

Resumen

Éste trabajo tiene como objetivo principal el diseño de una unidad didáctica de la asignatura de matemáticas para el 4º curso de la ESO basado en actividades STEM y en el marco del aprendizaje basado en proyectos. Se pretende abordar el aprendizaje de los alumnos desde una perspectiva holística, integradora, en la que todo aprendizaje adquirido por los alumnos subyace en las actividades planteadas. En ellas se trabajan contenidos, se desarrollan competencias y se interrelacionan los contenidos del currículo de matemáticas con otros elementos pertenecientes a las áreas de Ciencias, Tecnología e Ingeniería.

La primera parte consiste en una profunda revisión bibliográfica y en el desarrollo del marco teórico base de la propuesta. Durante la revisión bibliográfica se ha profundizado en los beneficios de la educación STEM y sus retos. Asimismo, se han estudiado metodologías activas como el Aprendizaje Basado en Proyectos y el trabajo cooperativo, que forman parte, también, de la base de la propuesta diseñada.

A continuación, se presenta la propuesta de intervención como tal, sus objetivos, competencias trabajadas, criterios de evaluación, las actividades que dan cuerpo a la propuesta con sus detalles, la temporización y los procedimientos de evaluación en que se basará el análisis de los logros de los alumnos.

Finalmente, se detalla la evaluación de la propuesta, las conclusiones y sus limitaciones y prospectiva. Conociendo los beneficios de la educación STEM que sobrepasan con mucho las dificultades que pueda haber para su implantación, se ha concluido que el presente trabajo ha logrado sus objetivos planteados logrando el diseño de una unidad didáctica que convierte al alumno no solo en protagonista de las actividades de aprendizaje sino también de su aprendizaje, su proceso de evaluación y de la organización de todo el proceso anticipándole las demandas, objetivos y contenidos que se trabajarán.

Palabras clave: *STEM, ABP, Aprendizaje Cooperativo, Matemáticas, Diversidad.*

Abstract

This work aims to design a didactic unit within the context of Mathematics subject for the 4th year of the secondary education. This intervention proposal is based in STEM education activities and framed in the project-based learning methodology. The main concept of this work is dealing with the learning process of the students under an holistic perspective which integrates every learning in the planned activities. The development of these activities includes contents as well as interrelation with other areas such as Sciences, Technology and Engineering, and assists in the development of a wide set of competences of the students.

The first part consists of an in-depth literature review and the development of the theoretical framework of the proposal. During the literature review, the STEM education and its main benefits as well as main challenges and key reasons that make it of importance were assessed. Likewise, a literature review on the Project-Based Learning and Cooperative Learning methodologies has been conducted.

Next, the proper intervention proposal is presented. Objectives, developed competences, evaluation criteria and learning activities are detailed along with the timing and the evaluation processes on which the achievements of the students will be assessed.

Finally, the last part of the present document includes the evaluation of the proposal itself, the main conclusions and its limitations and next steps. Being aware of the positive aspects of the STEM education that surpass by far the difficulties of its implementation, it has been concluded that the present work fulfills every undertaken objective achieving the design of a didactic unit that turns the student not only into the main actor of the activities but also of his learning and evaluation processes and of every organizational aspect by anticipating the demands, the contents and the objectives that will be worked throughout this didactic unit.

Keywords: *STEM, PBL, Cooperative Learning, Mathematics, Diversity*

ÍNDICE

1	Introducción.....	1
1.1	Justificación.....	1
1.2	Planteamiento del problema.....	2
1.3	Objetivos.....	3
1.3.1	Objetivo general.....	3
1.3.2	Objetivos específicos.....	3
2	Marco Teórico.....	4
2.1	Educación STEM, educación integradora.....	4
2.1.1	La conexión de la educación STEM con el mundo real.....	5
2.1.2	Las disciplinas STEM y el Arte (STEAM).....	9
2.2	El desarrollo de STEM mediante metodologías activas.....	10
2.2.1	Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP).....	11
2.2.2	Aprendizaje cooperativo.....	13
2.2.3	Uso de herramientas TIC y manipulativas.....	15
3	Propuesta de Intervención.....	17
3.1	Presentación de la propuesta.....	17
3.1.1	Competencias básicas del ámbito matemático.....	18
3.1.2	Competencias actitudinales.....	25
3.2	Contextualización de la propuesta.....	26
3.3	Intervención en el aula.....	26
3.3.1	Objetivos.....	26
3.3.1.1	Objetivos didácticos.....	28
3.3.2	Contenidos.....	28
3.3.3	Relación de objetivos, competencias y criterios de evaluación.....	28
3.3.4	Temporalización.....	31
3.3.5	Actividades planteadas.....	33
3.3.5.1	Sesión de trabajo 1.....	34
3.3.5.2	Las cajas de papel.....	35
3.3.5.3	El llenado de botellas.....	38
3.3.5.4	El bungee jumping.....	43
3.3.5.5	La espuma de cerveza.....	46
3.3.5.6	Sesión de trabajo 12.....	49
3.3.6	Recursos.....	50
3.3.7	Evaluación.....	51

3.4	Evaluación de la propuesta	58
4	Conclusiones	60
5	Limitaciones y prospectiva.....	61
6	Referencias bibliográficas	62
7	Anexos	65
7.1	Cuestionario de satisfacción	65
7.2	Cuestionario de rendimiento	66

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión resolución de problemas.....	19
Tabla 2. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión razonamiento y prueba.....	21
Tabla 3. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión conexiones.....	22
Tabla 4. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión comunicación y representación.....	23
Tabla 5. Relación de objetivos didácticos curriculares, competencias y criterios de evaluación.....	29
Tabla 6. Relación de objetivos didácticos actitudinales, competencias y criterios de evaluación.....	31
Tabla 7. Temporalización de la unidad didáctica y breve descripción de las sesiones. .	32
Tabla 8. Sesión 1 de la unidad didáctica. Elaboración propia.....	34
Tabla 9. Actividad 1: las cajas de papel. Elaboración propia.....	36
Tabla 10. Actividad 2: el llenado de botellas. Elaboración propia	40
Tabla 11. Actividad 3: el bungee jumping. Elaboración propia.....	44
Tabla 12. Actividad 4: la espuma de cerveza. Elaboración propia	48
Tabla 13. Sesión 12, clausura de la UD. Elaboración propia.....	50
Tabla 14. Recursos necesarios para el desarrollo de las actividades planteadas.	50
Tabla 15. Procedimientos de evaluación empleados y tipos considerados.	52
Tabla 16. Rúbrica de observación directa en el aula. Elaboración propia.	53
Tabla 17. Rúbrica de evaluación de resultados online en el aula virtual de Water Line. Elaboración propia.	55
Tabla 18. Rúbrica de evaluación de presentación de resultados. Elaboración propia...	56
Tabla 19. Rúbrica de evaluación de informe de resultados. Elaboración propia	58
Tabla 20. Matriz DAFO de la propuesta planteada. Elaboración propia.....	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Previsión de competencias del CEDEFOP en 2018.....	6
Figura 2. (a) Volumen total de oportunidades laborales, escenario base (EU 27+), 2012-2025 (miles), (b) Porcentaje de empleo por nivel de competencias, 2000-2025 (EU 27+), escenario base (%).	6
Figura 3. Graduados STEM provenientes de la educación inicial (% del total). Indicador 2050 del CEDEFOP.....	7
Figura 4. Diagrama de las 7 competencias clave.....	8
Figura 5. Diagrama piramidal sobre la naturaleza interactiva de disciplinas formales diseñado por Georgette Yakman.	10
Figura 6. Relación de los modelos de aprendizaje con el pensamiento creativo.	13
Figura 7. Ejemplo de desplegable generado y volumen asociado para la actividad. Elaboración propia.	35
Figura 8. Ejemplo de sección de botella diseñada y su gráfico de llenado. Elaboración propia.....	39
Figura 9. Esquema del ensayo y modelado de la función de comportamiento para la actividad 3. Elaboración propia.....	43
Figura 10. Esquema de la actividad 4 y ejemplo de los datos obtenidos y su tratamiento. Elaboración propia.	47

1 Introducción

1.1 Justificación

Los profesionales de hoy en día, y especialmente los del futuro (los estudiantes de hoy), deberán enfrentar múltiples problemas bajo distintos enfoques. Para ello se necesitan personas capaces de mezclar disciplinas y afrontar problemáticas desconocidas mediante el pensamiento, el aprovechamiento de las herramientas disponibles y una alta capacidad de análisis. Ésta definición, en otras palabras, se podría asemejar al concepto de desarrollo de proyectos complejos. Por lo tanto, la enseñanza bajo un prisma ingenieril, es un modo de integrar materias usando el aprendizaje por proyectos que requiere del alumno la aplicación de conocimientos para resolver problemas, base de la pedagogía STEM en la que los alumnos aprenden haciendo (Mooney y Laubach, 2002). Cabe definir que STEM es un acrónimo proveniente de las palabras, en inglés, *Science, Technology, Engineering, Mathematics*, mostrando que la pedagogía STEM promueve un tipo de aprendizaje multidisciplinar.

Por otro lado, la tendencia actual a la evaluación por competencias (LOE 2006 y LOMCE 2013) busca promover una educación que fomente no solo el saber, sino el saber aplicar (saber hacer) y el ser consciente de las capacidades de los aprendizajes para resolver problemas complejos desde un punto de vista más actitudinal (saber ser). Concretamente, la pedagogía STEM no solo fomenta el desarrollo de la competencia matemática y en ciencia y tecnología por su ámbito de aplicación detallado en el presente trabajo, sino también la del resto de competencias. Las actividades STEM, debido su configuración, fomentan la competencia social y cívica al permitir el trabajo en equipo, la competencia digital al hacer uso de recursos tecnológicos digitales para el desarrollo de parte de las actividades, la competencia metacognitiva (aprender a aprender) y la de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor al proveer de herramientas al alumnado y permitir su libre aplicación y uso (cosa que se podría asemejar al concepto de *Tinkering*) en la resolución de problemas multi-solución propuestos, la competencia consciencia y expresión culturales al tratar problemas de la vida cotidiana y nuestro entorno cultural, y la competencia en comunicación lingüística al requerir la redacción de informes de resultados de las actividades. Por todo ello, se puede concluir que la metodología STEM aplicada al 4º curso de la Educación Secundaria Obligatoria (en adelante ESO) encaja con el primer objetivo general de la misma por el que se persigue que los alumnos deben recibir una preparación para ser ejercer como ciudadanos democráticos, que sepan asumir de una forma responsable sus deberes y que conozcan y ejerzan sus deberes en base a valores como el respeto, la tolerancia, la cooperación y la solidaridad (BOE-A-2015-37, de 3 de Enero de 2015).

Además de lo anteriormente expuesto, el presente trabajo pretende desarrollar una intervención que reduzca la ansiedad de los alumnos del curso anteriormente mencionado frente a los exámenes proponiendo una unidad didáctica enteramente evaluada a través de actividades que fomenten el aprendizaje significativo sin necesidad de realizar exámenes o pruebas de evaluación. La principal razón viene sustentada por el hecho que los alumnos experimentan distintas ansiedades emocionales cuando se preparan para los exámenes evaluativos (Respondek, Seufert y Nett, 2019). Por ello, el autor del presente trabajo considera que el interés principal para la comunidad educativa de la propuesta de intervención planteada subyace en la posibilidad de liberar la creatividad de los alumnos reduciendo aquellos momentos de estrés educativo a la vez que se plantean unas clases participativas, amenas, con el uso de recursos privilegiados ya sean manipulativos o digitales y que por encima de todo promuevan un aprendizaje permanente en base a la experimentación y no tanto a la recepción. En última instancia, es plausible creer que si los alumnos disfrutan de las clases, ven reducido su estrés, perciben sus logros y gozan de un buen ambiente, se verá a su vez reducido el absentismo escolar.

Por último, cabe destacar que la asignatura de matemáticas es parte de las asignaturas troncales. A éste respecto, la legislación tanto a nivel gubernamental como autonómico incide en los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje, siendo el centro educativo quien complementa los contenidos y establece la metodología que se define en el Proyecto de Educativo de Centro. Esto último permite que sea el propio centro y por ende el departamento de Matemáticas quién defina la metodología, las unidades didácticas y las programaciones de aula (tercer nivel de concreción curricular). En cuanto a los instrumentos de evaluación, éstos quedan definidos por el propio departamento de la materia, y por ello se pueden seleccionar aquellos que se consideren más convenientes.

1.2 Planteamiento del problema

En muchas ocasiones los alumnos no perciben una conexión entre las enseñanzas que reciben y su aplicación al mundo real. Esto tiende a crear dificultades de aprendizaje o en el mejor de los casos un aprendizaje superficial. Pese a que las tendencias en metodologías manipulativas, participativas, de trabajo cooperativo, introducción de las TIC han mejorado el ambiente escolar y han contribuido a la mejora de los aprendizajes mediante un incremento de la motivación, la atención a la diversidad, etc, persiste la falta de visión en lo que respecta a la aplicabilidad de los conocimientos al mundo real. La aplicación de herramientas STEM (acrónimo proveniente del inglés *Science Technology Engineering Mathematics*) en el aula, por su carácter tecnológico, manipulativo, transversal (en ocasiones se conocen como STEAM por la introducción del Arte o *Arts* en inglés) y sus actividades conectadas al mundo real, puede

contribuir a paliar éste déficit y finalmente fomentar el aprendizaje significativo de los alumnos.

En éste trabajo se pretende diseñar una unidad didáctica entera donde todos los conceptos aparecen en actividades STEM y se aprenden por parte de los alumnos. La unidad didáctica pertenece al 4º curso de la ESO y concretamente en el área de las funciones. Mediante el trabajo sobre pequeños proyectos, actividades de clase y uso de programas especializados, los alumnos del 4º curso de la ESO de un centro educativo situado en la población de Sant Feliu de Guíxols, Girona, aprenderán los conceptos de funciones del currículo de Matemáticas. Uno de los objetivos del presente trabajo es plantear un futuro prácticamente sin exámenes en la etapa de la secundaria obligatoria. Por ello se empezará con una unidad didáctica donde se definirán los instrumentos de evaluación para cada actividad. Uno de los posibles problemas que plantea éste objetivo es la conexión con la siguiente etapa, el Bachillerato. El Bachillerato tiene un enfoque distinto pues se deben combinar los objetivos de aprendizaje con el paso previo al acceso universitario, las PAU. Es por ello que pese al ideal de una secundaria sin exámenes, no podemos dejar de lado el hecho que tarde o temprano los alumnos deberán enfrentarse a ellos. Y es por esto que una de las misiones de los profesores de secundaria también debe ser preparar a los alumnos para éste momento.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

El objetivo general del presente trabajo consiste en diseñar una unidad didáctica del bloque de Funciones de la asignatura de Matemáticas del 4º curso de la ESO donde todo el aprendizaje se genere mediante actividades STEM.

1.3.2 Objetivos específicos

Para lograr el objetivo general propuesto y en aras de la trazabilidad del mismo, se asumen los siguientes objetivos parciales:

- Analizar la metodología STEM aplicada al ámbito de matemáticas enfatizando los puntos fuertes de dicha metodología.
- Elaborar varias actividades STEM focalizadas en la asignatura de matemáticas y relacionadas con el tema de funciones.
- Proponer los procesos de evaluación de aprendizaje y el logro de los alumnos mediante la rúbrica de cada actividad.
- Evaluar la propuesta de intervención mediante indicadores que reflejen la utilidad de la metodología.

2 Marco Teórico

En ésta fase del presente trabajo el autor pretende dar explicación de los conceptos clave que intervienen en la propuesta, sus fundamentos y las razones por las que la educación en competencias STEM se visualiza como una de las mejores opciones de futuro en cuanto a la educación de los ciudadanos y profesionales del mañana. Así, en éste apartado se va a argumentar sobre el significado de STEM en toda su dimensión y sobre la importancia del Aprendizaje Basado en Proyectos (en adelante ABP; PBL del inglés *Project Based Learning*). También se va a disertar sobre la importancia del aprendizaje contextualizado (cognición situada) para fomentar el aprendizaje significativo e incrementar la motivación del alumnado frente al desaliento generado por la desconexión enseñanza-realidad, y en definitiva se van a analizar las ventajas e inconvenientes de una educación con un enfoque holístico en el área de la asignatura de matemáticas.

2.1 Educación STEM, educación integradora

El acrónimo STEM, acuñado por la *National Science Foundation* (NSF) de los Estados Unidos en los años 90 (Sanders, 2009), trataba en sus inicios de aglutinar las cuatro grandes áreas de trabajo en el campo de las ciencias. Sin embargo, en la actualidad el concepto va más allá dando significado a una nueva manera de enseñar las disciplinas científicas de un modo transversal. La razón principal es que en el mundo no existen los problemas de Matemáticas, o de Tecnología, o de Ingeniería o de Ciencia a secas como tales, sino una mezcla de disciplinas de dominio necesario para la resolución de problemas complejos. Y es en la interrelación de disciplinas, y no en el dominio de todas ellas por separado, en lo que se basa la educación STEM (Yakman y Lee, 2012), incluyendo otras disciplinas como el dominio del lenguaje o las artes (Sanders y Wells, 2005) necesarias para el futuro desarrollo profesional de los estudiantes de hoy por las dosis necesarias de comunicación y creatividad. De ahí que, como se ha mencionado en la introducción, la educación STEM se denomine también STEAM o incluso STE(A)M por la inclusión de la parte más relacionada con las artes.

Tomando como válida la definición integradora de la educación STEM propuesta por los citados autores, y profundizando un poco más en el sentido de ésta integración de disciplinas, se pueden encontrar varios autores que definen los objetivos de una educación STEM. Mientras algunos hablan de fusionar las distintas disciplinas que componen STEM bajo un prisma integrador que de sentido a los aprendizajes relativizando el error como parte del propio aprendizaje (Moore, Guzey y Brown, 2014) otros inciden en la contextualización de los problemas para que el estudiante perciba el estudio como algo útil logrando así incrementar la motivación intrínseca a la vez que se debe racionalizar el uso de los contenidos más científicos complementándolos con los más artísticos para fomentar las capacidades analíticas, expresivas

y relacionales de los alumnos (Smith y Karr-Kidwell, 2000). La mayoría de autores indican en el uso de metodologías activas como el trabajo cooperativo, colaborativo, el uso de recursos privilegiados como herramientas manipulativas, TIC, etc para lograr la implicación de los alumnos en las actividades (Moore y Smith, 2014).

Si se piensa en las bondades de la educación STEM en relación a resultados, se puede concluir que los jóvenes estudiantes tienden a obtener por lo menos los mismos logros académicos (cuando no mejores) cuando el currículum toma una dirección integradora si atendemos a las técnicas de medida tradicional (Beane, 1995). De hecho, Greene (1991) sostiene que ésta mejora de rendimiento anteriormente mencionada es sistemática en las pruebas nacionales estandarizadas. En la misma línea, Vars (1991) concluye que las enseñanzas integradas suponen una alternativa plausible frente a los programas centrados en la individualización de materias. Finalmente, Hartzler (2000) concluyó que distintos estudiantes se beneficiaron de los programas de integración curricular sin importar el nivel socioeconómico ni las capacidades de aprendizaje. Esto, de algún modo, se puede relacionar con el modelo de Brophy y Good en el que se observaron efectos específicos de contexto basados en el curso y el nivel socioeconómico entre otros en un contexto educativo de modelo tradicional (Brophy, 1986).

2.1.1 La conexión de la educación STEM con el mundo real

Como se ha mencionado, para enfocar problemas complejos (multidisciplinares) es conveniente no partir de visiones simples (unidisciplinares). Los problemas relacionados con el mundo real, los que van a enfrentar los estudiantes de hoy durante su etapa profesional, no se solucionan con matemáticas, con tecnología o con ciencia tal como se aprenden en la escuela bajo un prisma tradicional. Es necesaria una relación entre las materias, comprender sus conexiones y acostumbrar al alumno a pensar, más allá de la mera resolución de problemas estructurados y enfocados a un aprendizaje concreto.

De acuerdo con el Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional (en adelante CEDEFOP) en su nota informativa de Junio del 2018:

Los entornos de trabajo del futuro próximo se caracterizarán previsiblemente por una mayor autonomía, una reducción de la rutina, una mayor utilización de las TIC, un menor esfuerzo físico y un incremento de las tareas intelectuales y sociales. Las necesidades de competencias del mercado laboral experimentarán un cambio y los trabajadores tendrán que ofrecer nuevas competencias para adaptarse (CEDEFOP, 2018, p. 1).

De hecho, en su nota informativa de 2018 el CEDEFOP llega a afirmar que hasta 4 de cada 5 vacantes de empleo requerirán profesionales de altas competencias (ver Figura 1).

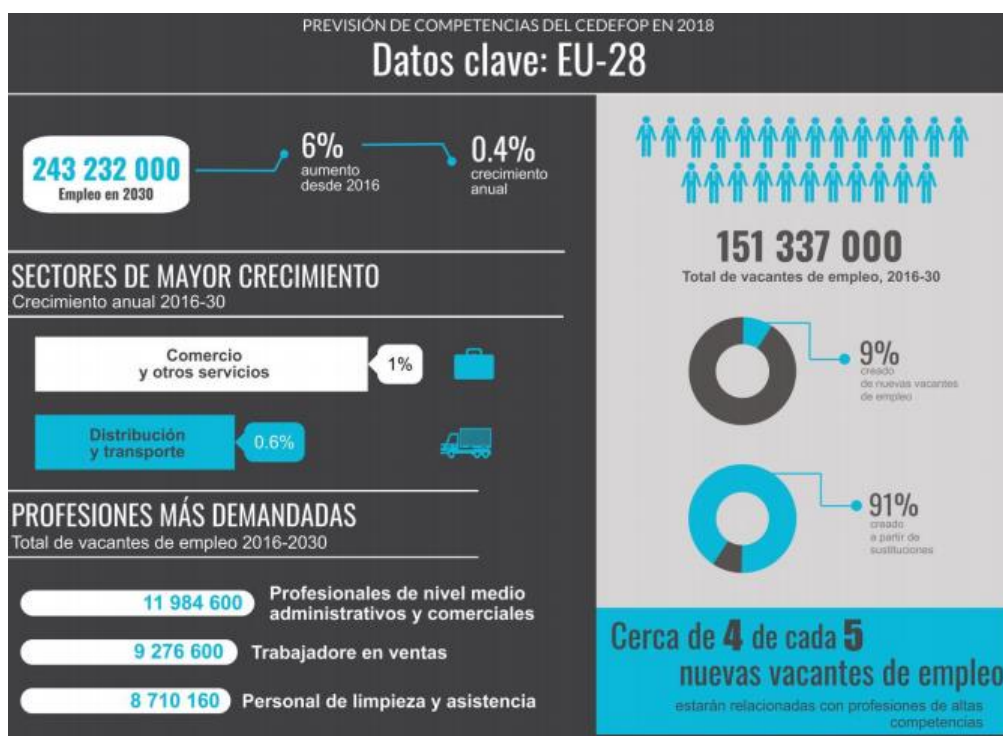


Figura 1. Previsión de competencias del CEDEFOP en 2018.

Fuente: CEDEFOP, Nota informativa: Menos fuerza bruta y más cerebro, 2018, p 1.

Adicionalmente, en el mismo documento se señala que se prevé un incremento de las tareas sociales e intelectuales, requiriendo éstas de competencias en comunicación, espíritu empresarial y otras competencias clave, así como de un manejo sólido de las TIC. Es importante señalar que a través de la educación STEM se trabajan todas las competencias clave como se menciona en la introducción del presente trabajo. En la Figura 2 se muestra la previsión del CEDEFOP en relación al tipo de oportunidades laborales en un futuro próximo.

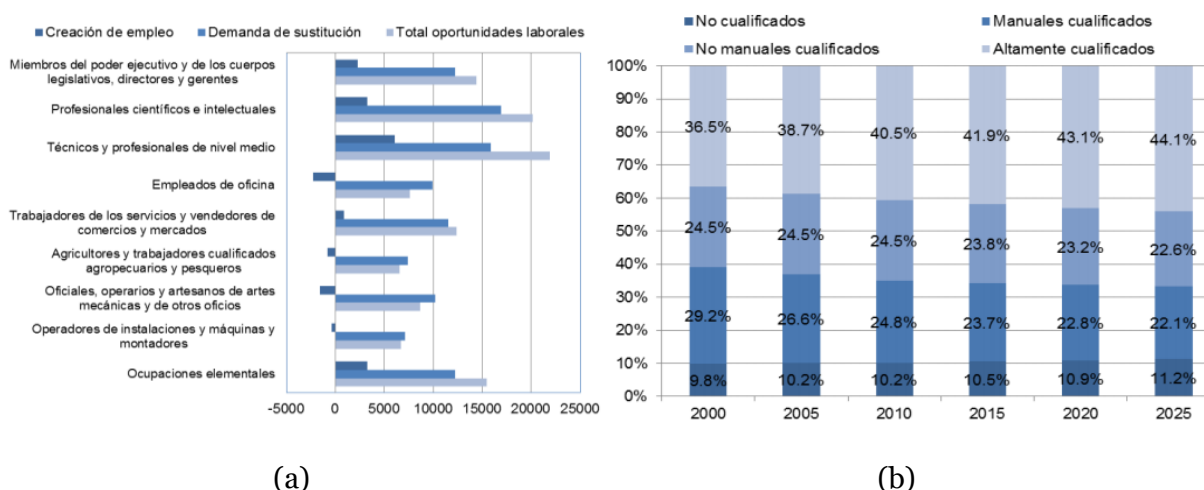


Figura 2. (a) Volumen total de oportunidades laborales, escenario base (EU 27+), 2012-2025 (miles), (b) Porcentaje de empleo por nivel de competencias, 2000-2025 (EU 27+), escenario base (%).

Fuente: CEDEFOP, Nota informativa: Las sendas de la recuperación: tres escenarios sobre competencias y el mercado de trabajo para 2025, 2013, p 2.

En la anterior figura se puede observar que la gran mayoría del total de oportunidades laborales en un horizonte 2012-2025 estarán relacionadas con puestos de alta cualificación para los que se necesitarán profesionales con un alto nivel de competencias. Concretamente, los trabajos cualificados alcanzan el 89% del total de puestos y los altamente cualificados llegan casi a la mitad de los puestos (44,1%) en 2025 (Figura 2b).

Desde un punto de vista nacional, es importante reseñar que la implementación de programas STEM en España aparece como un asunto de suma importancia a la hora de promover una educación vocacional y con elevadas dosis competenciales pues en lo que refiere al porcentaje de graduados provenientes de la educación inicial (acrónimo inglés IVET *Initial Vocational Education and Training*) España está en la cola. Véase Figura 3.

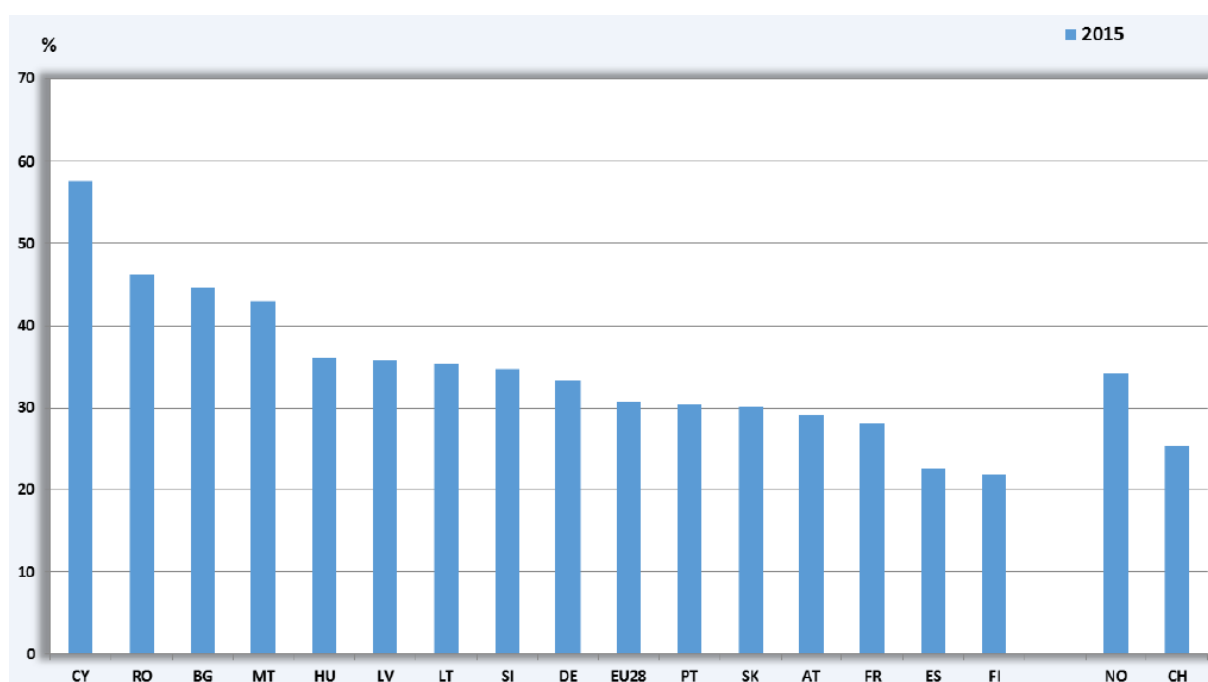


Figura 3. Graduados STEM provenientes de la educación inicial (% del total). Indicador 2050 del CEDEFOP.

Fuente: CEDEFOP, Statistics and Indicators: 20. How many IVET students graduate in STEM subjects?, 2015, p 1.

Así, una de las preocupaciones en el seno de la Unión Europea es la brecha entre la formación actual de los estudiantes y las necesidades del mercado laboral. Si bien en la actualidad se trabaja en la educación por competencias mostradas en la Figura 4 (LOMCE, 2013), se hace necesario un enfoque multidisciplinar, integrador, donde las competencias se trabajen (y adquieran) de un modo real y directo, y no tanto de un modo transversal. Por lo tanto, se puede concluir que un enfoque STEM de la educación tiene un carácter mucho más pragmático y realista en tanto en cuanto persigue el desarrollo integral de los alumnos. Esto se consigue enfrentándolos a problemas complejos, de múltiples soluciones y mediante el uso de múltiples herramientas tal como se van a encontrar en su desarrollo profesional.



Figura 4. Diagrama de las 7 competencias clave.

Fuente: elaboración propia a partir del Real Decreto 1105/2014, 2015, p 172.

Finalmente, se hace necesario relacionar el enfoque competencial propuesto en la educación de hoy (LOMCE, 2013) con las definiciones que se hallan en la literatura respecto a las competencias STEM (Dugger, 2016).

- Para el autor del citado trabajo la Ciencia, que resuelve y busca la comprensión del mundo natural (National Research Council, 1996, p.24) es el apoyo de la Tecnología. La Ciencia está muy interesada en aquello que existe en el mundo natural. La mayoría de los cursos en escuelas, institutos y universidades reflejan el mundo natural. En esos cursos se imparte Biología, Química y Geología entre otras disciplinas, y la forma de enfrentar las incógnitas que éstas tratan de despejar usan, en última instancia, el método científico.
- Por otro lado, la Tecnología es la modificación del mundo natural para satisfacer las necesidades humanas y se interesa por lo que debe ser diseñado, construido y desarrollado a partir de sustancias del mundo natural para satisfacer las necesidades y deseos humanos. Algunos de los procesos usados en Tecnología para cambiar el mundo natural integran los conceptos invento, innovación, practicidad y diseño, lo que nos conduce a la Ingeniería.

- Para el autor, la Ingeniería es la profesión en la cual el conocimiento de las ciencias naturales y matemáticas ganado a través del estudio, la experiencia y la práctica se aplica para desarrollar formas de utilizar los materiales y fuerzas de la naturaleza en beneficio de la humanidad.
- En ésta última definición se han encontrado las Matemáticas, que para Dugger, es la ciencia de los patrones y relaciones que provee un lenguaje exacto para la Ciencia, Tecnología e Ingeniería.

En todas éstas definiciones, el autor del presente trabajo ve, modestamente, la filosofía del enfoque competencial de la educación propuesto por la LOMCE, en la que se busca convertir a los alumnos en sujetos capaces de relacionar más que en sujetos capaces de saber. Deben saber, saber hacer y saber ser. Deben integrar en uno solo, todos los conocimientos y aplicaciones para resolver los problemas que se les planteen. Por esta razón la educación STEM aparece como crucial para una formación útil y de calidad.

2.1.2 Las disciplinas STEM y el Arte (STEAM)

En la sección 2.1 se ha mencionado la importancia de incluir otras disciplinas de carácter menos científico como el lenguaje o las artes y como ello contribuye al desarrollo de los alumnos en cuanto a comunicación y creatividad (Sanders y Wells, 2005). De hecho, ésta inclusión lleva a que la educación STEM se conozca también como STE(A)M por la inclusión del Arte (Yakman, 2008) pese a que en muchos círculos del mundo STEM se pone la A entre paréntesis para separar la disciplina del carácter científico de las demás. En el citado trabajo, Yakman investigó sobre la idoneidad de introducir las artes del lenguaje, las ciencias sociales o las bellas artes entre otras por los beneficios que aportaban a la creatividad e imaginación. En el mismo trabajo, Yakman nos presenta su diagrama de pirámide (Figura 5) diseñado para establecer un marco de trabajo que ayude a estructurar y analizar la naturaleza interactiva de la práctica y el estudio de disciplinas formales en ciencia, tecnología, ingeniería, matemáticas y arte. Su interpretación literal del diagrama es (traducción del documento en inglés):

Vivimos en un mundo en el que no se puede entender la Ciencia sin la Tecnología, que a su vez formula toda su investigación y desarrollo en la Ingeniería, la cual no se puede crear sin una comprensión de las Artes y las Matemáticas (Yakman, 2008, p 17).

Cabe destacar que la propia Yakman certifica que ésta frase es una adaptación de:

El estudio de la Tecnología y la Ingeniería no es posible sin el estudio de las ciencias naturales. A su vez, éstas no se pueden comprender en profundidad sin una comprensión fundamental de las Matemáticas (Dugger, 1993, p 9).

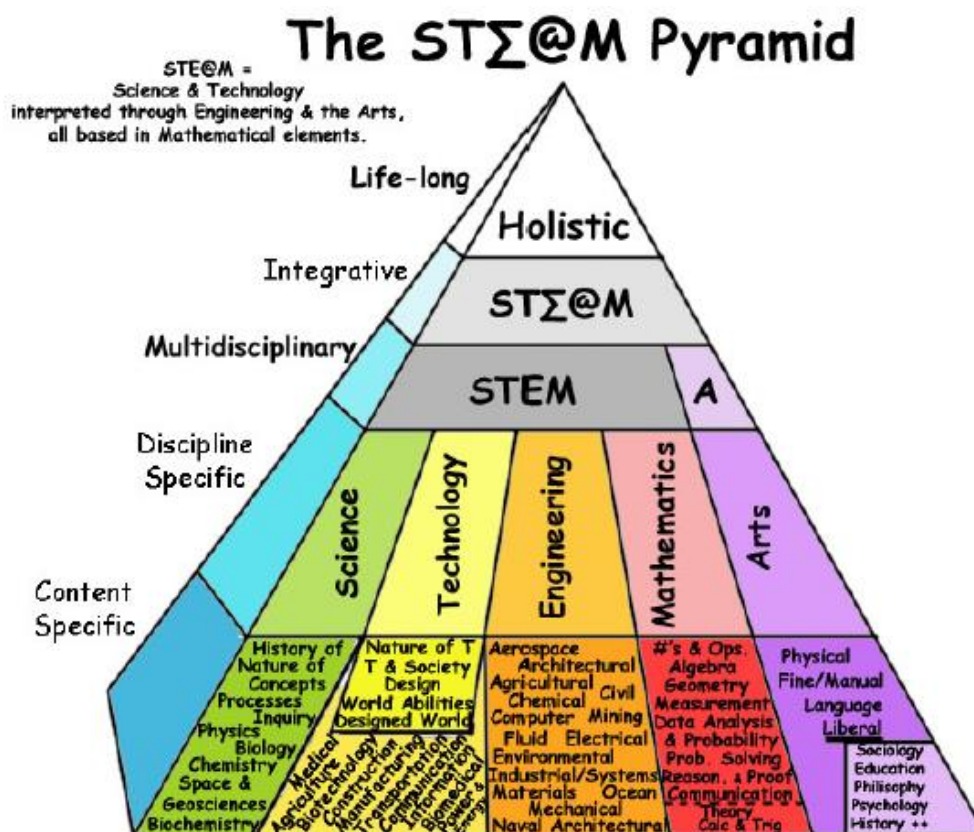


Figura 5. Diagrama piramidal sobre la naturaleza interactiva de disciplinas formales diseñado por Georgette Yakman.

Fuente: Yakman, G. STEAM education: An overview of creating a model of integrative education, 2008, p 17.

Así, se puede decir que un enfoque STEM de la educación prepara a los estudiantes para los desafíos del mañana, a la vez que los convierte en personas críticas, creativas y capaces de desarrollar esa imaginación que de algún modo el ser humano pierde a medida que crece.

2.2 El desarrollo de STEM mediante metodologías activas

La selección de las metodologías educativas a utilizar referidas a cualquier contexto de aprendizaje depende de factores como el contexto sociocultural y socioeconómico del centro educativo, los contenidos, el profesorado o el alumnado. En particular, las metodologías activas no se pueden aplicar por una cuestión de moda, y la misma metodología puede funcionar en un contexto y no en otro. Así, para cada caso hay una metodología adecuada y se debe seleccionar y planificar la utilización de la misma en función de un equilibrio entre los factores mencionados (Zabalza, 2003). Pese a ello, sí se ha confirmado, de acuerdo a la literatura existente, que las metodologías educativas que otorgan el protagonismo de su propio aprendizaje al alumno (activas) permiten alcanzar un mayor nivel cognitivo en los estudiantes, un aprendizaje profundo y duradero y un mayor espíritu crítico (Fernández, 2006). Concretamente, el autor del citado trabajo remarca que el profesor debe tener cuidado al elegir las estrategias de enseñanza y a su vez tener un profundo conocimiento del material que deben

conocer los estudiantes, del tipo de aprendizaje que se busca, de los programas que se conducen en la institución educativa y de la forma en que evaluará los logros de sus alumnos. En relación al presente trabajo, y por la propia singularidad de las actividades STEM, se van a utilizar metodologías activas como el Aprendizaje Basado en Proyectos, el trabajo Cooperativo y el uso de herramientas TIC y Manipulativas, o como se conocen en el argot de los círculos STEM, recursos privilegiados. De hecho, las actividades que se formarán parte de la propuesta de intervención presentarán marcadas características de las metodologías mencionadas por el desarrollo de pequeños proyectos para conseguir el resultado esperado en una actividad, el trabajo cooperativo con la asignación de roles o tareas por parte del profesor y objetivos comunes a cada equipo, el propio uso de material manipulativo o el empleo de herramientas TIC como Excel, Geogebra o simuladores web como el Water Line (Desmos, recuperado el 12 de Noviembre de 2019).

2.2.1 Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

El ABP es una metodología de trabajo para conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje centrada en el alumno, por lo tanto activa. El objetivo es la consecución de un producto que requiere completar una serie de tareas. Dicho de otro modo, los alumnos deben realizar el proyecto propuesto por el docente por sus propios medios basando sus aportaciones en un proceso de investigación básica (Jones, Rasmussen y Moffitt, 1997). Sin embargo, otros autores sostienen que los docentes deberían usar altas proporciones de recordatorios constructivos y algunas formas pasivas de consejo cuando están guiando a sus estudiantes a través de tareas inventivas cuando el objetivo es provocar la transferencia de conocimiento a nuevos contextos (Chase, Marks, Malkiewich y Connolly, 2019).

Según Tourón, Santiago y Diez (2014), las características que definen el ABP son:

- Los contenidos se ponen en contexto y el alumno aprende la relación de éstos con la vida y el entorno profesional.
- Se presenta el producto final que los alumnos deben lograr.
- Se usan habilidades cognitivas de orden superior.
- Se resuelven varios problemas para llegar al producto final.
- Se usa un proceso de investigación.
- Se usan los conocimientos adquiridos en varias asignaturas (carácter multidisciplinar).
- Los alumnos buscan sus soluciones durante un tiempo de realización relativamente largo (por comparación a la tradicional resolución de ejercicios o problemas).

- Los alumnos obtienen información. Con ella, los alumnos debaten, comparan, discuten y corrigen, y el profesor realiza un *feedback* del proceso.
- Los resultados (el producto final) se presenta a la clase ante los demás alumnos y profesor.
- Los alumnos participan de su propio proceso de evaluación, cosa que les permite adquirir capacidades críticas y espíritu reflexivo.

Se podría resumir, según Larmer, Mergendoller y Boss (2015), que un ABP debe suponer un reto, requiere de una investigación profunda, debe ser auténtico (real), el alumno debe poner en marcha la toma de decisiones, requiere de una actitud reflexiva, se hace necesaria la crítica y la revisión, y el producto final debe ser expuesto en público.

Cabe destacar que los beneficios del ABP son múltiples. Los alumnos mejoran sus habilidades sociales, concretamente en el trabajo en equipo. Experimentan mejoras en sus capacidades para profundizar en conceptos, y su motivación aumenta debido principalmente a que la asignatura trabajada les resulta más interesante, amena y sencilla. Trabajan de forma transversal los contenidos de otras asignaturas, llevando así los beneficios mencionados a éstas otras materias, y sus relaciones con el resto de compañeros y el propio profesor mejoran.

A un nivel de enseñanza superior enfocado a la inmediatez profesional de los estudiantes, los estudios de Mills y Treagust (2003) concluyeron que a nivel profesional es muy poco probable que lo que se requiere de los graduados en ingeniería pueda ser satisfecho por una enseñanza tradicional y una pedagogía de tiza y charla. En su lugar, se requiere un enfoque mixto como el adoptado exitosamente por multitud de instituciones basado en proyectos sin dejar de lado la impartición de conocimientos. Además, concluyen que tanto a nivel industrial como académico, la práctica se circunscribe a la consecución de proyectos más que a la resolución de problemas. Por lo tanto, sin dejar de lado la resolución de problemas como herramienta para la transferencia de conocimientos, debemos enfocar los procesos de enseñanza-aprendizaje a la consecución de proyectos (resultados), que es lo que se requerirá en el futuro profesional de los alumnos de hoy.

Una investigación que sustenta las bondades del ABP en relación al pensamiento creativo, es el trabajo conducido por Mihardi, Harap y Sani (2013). En él, se demuestra que el efecto de la metodología ABP sobre el pensamiento creativo es mejor que cuando sólo se utiliza la metodología de trabajo cooperativo (Figura 6). Sin embargo, el autor del presente trabajo cree que no se trata de desdeñar una metodología en favor de otra sino de combinar distintas estrategias para lograr los objetivos de aprendizaje de los alumnos.

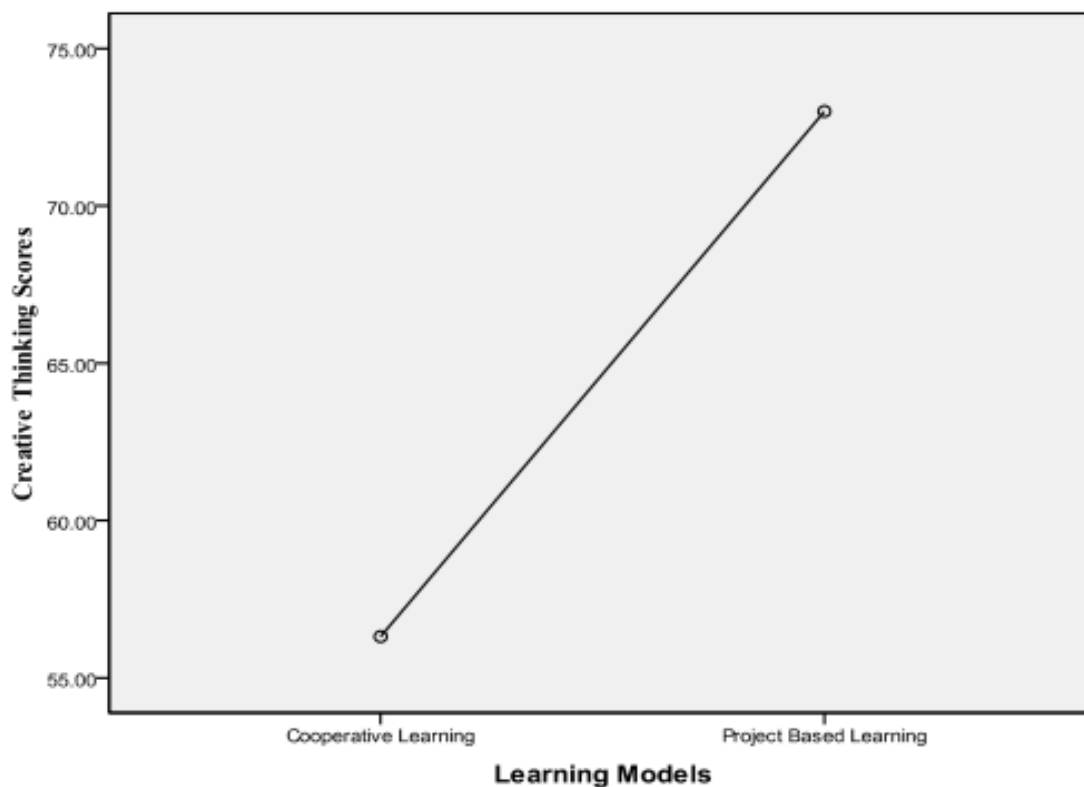


Figura 6. Relación de los modelos de aprendizaje con el pensamiento creativo.

Fuente: Mihardi, Harap y Sani 2013, p 198.

Por todo lo anteriormente mencionado, se puede considerar que el ABP es una muy buena estrategia de aprendizaje si lo que se pretende es lograr un aprendizaje profundo, basado en experiencias, donde el alumno tome los mandos y asuma el protagonismo de su propio aprendizaje.

2.2.2 Aprendizaje cooperativo

Según Johnson, Johnson y Holubec (1994), el aprendizaje cooperativo se puede definir como el uso didáctico de grupos reducidos, por lo general compuestos heterogéneamente en cuanto a rendimiento y capacidad, en los que los alumnos realizan trabajo grupal en aras de maximizar su aprendizaje y el de los compañeros. La metodología del aprendizaje cooperativo permite que los alumnos trabajen en grupo persiguiendo un objetivo común que deben ser logrado por todos los miembros del equipo (interdependencia positiva: si los compañeros no logran sus objetivos, no se puede considerar que el alumno haya logrado su objetivo). La implementación en el aula del trabajo cooperativo se realiza en grupos (preferentemente) heterogéneos, con la finalidad de promover el trabajo en equipo, fomentando la ayuda entre los integrantes y generando una mejora del rendimiento y un desarrollo cognitivo y social de orden superior. En ésta metodología, el profesor realiza reparto de tareas y se asignan roles, así que cada miembro del grupo se responsabiliza de su propio trabajo. Hay sobradas pruebas que demuestran que

ésta metodología favorece la motivación, aumenta el rendimiento y promueve el desarrollo de competencias (Domingo, 2008).

Según Pujolàs Maset (2008), el aprendizaje cooperativo permite a los alumnos desarrollar habilidades como:

- Buscar, seleccionar, organizar y valorar información.
- Sintetizar ideas principales y contenidos de ésta información.
- Comprender conceptos fundamentales con un determinado nivel de abstracción.
- Adaptar y aplicar los conocimientos adquiridos a situaciones cotidianas. Resolución creativa de problemas.
- Incrementar sus capacidades de expresión oral.
- El desarrollo de habilidades sociales mediante la distribución de roles, debates, alcanzar acuerdos, resolución de conflictos, trabajo en equipo, respeto y flexibilidad.
- Gestión del tiempo y organización de tareas.

De acuerdo a revisiones más recientes del citado autor (2015), hay una serie de condicionantes a la hora de aplicar el trabajo cooperativo en el aula. Por ejemplo, los alumnos deben ser capaces de ayudarse entre ellos, lo que requiere de un grupo cohesionado, con un buen ambiente de clase, con interacciones profesor-alumno y entre iguales, y una buena predisposición de los estudiantes frente a las tareas. Así, el aprendizaje cooperativo se sustenta en los principios de interdependencia positiva y responsabilidad individual, por lo que las actividades planteadas deben ser estructuradas de forma que la cooperación y ayuda mutua esté implícita. Resulta clave enseñar a los alumnos a trabajar en equipo y establecer unas normas de funcionamiento. Siendo así, el aprendizaje cooperativo permite la adquisición de las competencias clave mediante el desarrollo de las habilidades sociales, la inteligencia interpersonal e intrapersonal, el dominio de las destrezas básicas como el razonamiento, la argumentación, el respeto, la escucha, etc. Eso permite un desarrollo integral del alumno y una educación en valores. El propio autor, en su trabajo citado al inicio del párrafo, nos indica las bondades del aprendizaje cooperativo, siendo éstas:

- Integración, educación personalizada, atención a la diversidad y una verdadera escuela inclusiva que acepta la diferencia como una oportunidad de aprendizaje.
- Los beneficios de las interacciones positivas ente los alumnos se extienden a la relación con los profesores y por ende al conjunto del centro escolar y las familias.
- Incremento del rendimiento y productividad de los alumnos.

En lo que refiere a las técnicas de aprendizaje cooperativo, se suele distinguir entre las simples y las complejas. Entre las simples tenemos como las más conocidas el 1-2-4, la Parada de 3 minutos, el Lápices al centro, el Folio giratorio, el Mapa conceptual a 4 bandas y el Saco de dudas. De entre las complejas, las más conocidas son el Rompecabezas, los Grupos de Investigación, el TAI (*Team Assisted Individualization*) y la Tutoría Entre Iguales.

En lo referente a las actividades STEM que se van a programar en el presente trabajo, no se puede decir que se vaya a usar explícitamente ninguna de las técnicas mencionadas. Sin embargo, se podría decir que por el carácter investigador de las actividades, trabajadas en el marco del ABP, sin una solución definida pero con un producto final esperado, el hecho de tratarse de trabajos grupales, que en los grupos haya reparto de tareas (no necesariamente asignadas por el profesor aunque sí descritas como tales por el mismo), se podría decir que se trabajará de forma cooperativa con una técnica parecida al Grupo de Investigación. Se tratará sin duda de aprendizaje cooperativo en el marco del desarrollo de pequeños proyectos pues, para la consecución del objetivo general, todos los miembros del grupo deberán lograr sus objetivos personales dentro del equipo.

2.2.3 Uso de herramientas TIC y manipulativas

Hoy en día es muy común el uso de materiales didácticos en prácticamente todas las situaciones de enseñanza. Muchos de los procesos de aprendizaje de los alumnos implican el uso de materiales y/o tecnología, cosa que en última instancia, ha cambiado la forma de aprender. Se podría incluso decir que determinados materiales tecnológicos se han tornado imprescindibles, por lo que resulta clave saber seleccionar y saber usar, en aras del aprendizaje de los alumnos (Moreno, 2004). Así que, según el citado autor, la cuestión clave residirá en seleccionar, utilizar y aplicar esos recursos convenientemente a las distintas situaciones educativas así como aprovechar al máximo sus posibilidades educativas.

En lo referente a la selección de recursos, medios o herramientas, se deben tener en cuenta los siguientes criterios de funcionalidad (Moreno, 1996):

- Deben ser una herramienta de ayuda o apoyo para el aprendizaje, y por lo tanto deben ser útiles y funcionales.
- Nunca deben suponer un sustituto del profesor en la enseñanza ni del alumno en el aprendizaje.
- Su selección y uso deben responder al principio de racionalidad.
- Se deben establecer una serie de criterios de selección.
- Se deben ver desde un espíritu crítico para su construcción y mejora.

Por lo tanto, cuando se seleccionan recursos didácticos, ésta selección debe partir de un profundo análisis crítico para el que se necesitan criterios que lo orienten. A éste respecto, (Squires y McDougall, 1994) tratan sobre la necesidad de considerar los diferentes marcos de referencia a la hora de seleccionar software educativo. En su libro, los autores concluyen su análisis agrupando los criterios de selección y uso en tres categorías:

- Según el tipo de aplicación en relación a las tareas que pueden ser desarrolladas con los programas.
- Según su función educativa referida a lo que se puede realizar con el software, tomando en cuenta su diseño.
- Según los fundamentos educativos.

En general, el uso de diferentes recursos, sean materiales manipulativos, el uso de las TIC o el juego entre otros, tienen un objetivo muy claro en última instancia: que el alumno haga. Porque al final, la mejor forma de aprender es hacer (Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín, y Molina, 2011). De ahí, cabe diferenciar entre las actividades de enseñanza y las actividades de aprendizaje, y en función de la selección de las mismas, se estará fundamentando la educación en un modelo u otro. Bajo un enfoque tradicional de la relación enseñanza-aprendizaje (empirista), el profesor enseña y el alumno sólo aprende lo que el profesor explica mediante las acciones “escuchar”, “copiar”, “resolver”, “actuar” y “memorizar”. Si el alumno sólo emplea estos nuevos conocimientos en el ámbito escolar el aprendizaje será considerado escolar mientras que si lo aplica a situaciones cotidianas será competente en aquello aprendido. Sin embargo, el aprendizaje derivado de éste tipo de enseñanza será superficial, direccionado y altamente condicionado por el profesor. Si por el contrario el alumno, bajo la guía del profesor como facilitador, hace, interioriza, organiza, retiene identifica las condiciones y recupera, el aprendizaje será profundo y el alumno será competente para desenvolverse en cualquier situación relacionada con los conocimientos aprendidos. A éste respecto, cabe recordar un viejo proverbio chino que dice *“Oigo y olvido, veo y recuerdo, hago y aprendo”*, que ejemplifica a la perfección el concepto que se trata de explicar en ésta parte del presente trabajo: la importancia de los recursos para que el alumno haga, experimente, se equivoque y finalmente, aprenda.

Para terminar, es importante resaltar que pese a que el uso de materiales y recursos, cuya distinción ha generado mucha literatura (Carretero, Coriat, y Nieto, 1995), (Cascallana, 1988), parece estar de moda en los tiempos actuales, no es algo nuevo en la historia de la humanidad. No en vano, hay multitud de literatura al respecto (Szendrei, 1996), (Thompson, 1994) (Puig Adam, 1958), y tan sólo parece que, de algún modo, debemos recuperar éste espíritu en las clases de hoy en día cuando venimos de un abuso de las clases magistrales donde el profesor imparte y el alumno escucha y escribe.

3 Propuesta de Intervención

La propuesta de intervención que se presenta en el presente documento, se plantea después de cuestionarse el autor sobre la utilidad de la educación de hoy en día frente a los retos que deberán asumir los futuros profesionales. En ésta sección, se va a presentar una unidad didáctica con un cierto carácter innovador de la materia relacionada con las funciones para el 4º curso de la ESO y en el marco de un instituto situado en la población de Sant Feliu de Guíxols, Girona, Cataluña. Por lo tanto la legislación de aplicación será la establecida en el Decret 187/2015, de 25 de Agosto, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato del DOGC (2015). En él, se establecen las competencias por ámbito así la gradación de cada competencia y los contenidos clave asociados. En el presente trabajo, pese a partir del modelo estatal, más generalista, se describirán las competencias y los contenidos clave en base al modelo Catalán.

Mediante la propuesta que se presenta a continuación, se pretende que los alumnos adquieran un enfoque multidisciplinar y transversal, de la educación, que sepan aplicar, y que aprendan haciendo, y que en última instancia, su propio aprendizaje les sea agradable, motivador, les suponga un reto que deseen afrontar. Para ello, se planteará toda la unidad didáctica en base a actividades STEM cimentadas en pequeños proyectos que fomentarán su espíritu investigador, emprendedor y de cooperación, y en los que desarrollarán sus actividades mediante el uso de recursos educativos como las TIC y materiales manipulativos cotidianos. Uno de los enfoques de la presente propuesta es la eliminación de los exámenes como único instrumento de evaluación por las altas dosis de ansiedad que provoca en los alumnos. Por esto, uno de los retos de éste trabajo es diseñar los instrumentos de evaluación que permitan evaluar los logros de los alumnos sin dejar de prepararlos en la aplicación de conocimientos para que su entrada en el Bachillerato, dónde los exámenes son necesarios en vista de la proximidad de la Selectividad, no suponga un trauma.

3.1 Presentación de la propuesta

De acuerdo con el Decret 187/2015 (2015), los contenidos se organizan en 5 bloques:

- Numeración y Cálculo.
- Cambios y Relaciones.
- Espacio y Forma.
- Medidas.
- Estadística y Azar.

Pese a ésta distribución, el mismo decreto deja claro que los contenidos se interrelacionan a lo largo de los cursos, y concretamente los patrones, las funciones, los cambios y las tablas y gráficos son comunes en todos los bloques. Por lo tanto ésta propuesta de intervención no se

circunscribirá a un solo bloque de contenidos sino a todos ellos, centrándose en una unidad didáctica introductoria a las funciones en la que se trabajarán contenidos como el concepto de función, sus características (dominio, recorrido, etc), representación gráfica y estudio de las características de las funciones. A lo largo de ésta unidad didáctica, y mediante cuatro actividades STEM diseñadas para su aprendizaje, los alumnos comprenderán el concepto de función como relación de variables, verán la importancia de conocer las características de las funciones como el dominio, el recorrido, la continuidad, etc y aprenderán a representar gráficamente las funciones.

Por las características de desarrollo en base a pequeños proyectos (ABP), los alumnos entrarán en el mundo de la Ingeniería. Además, por el propio carácter de la educación STEM, las actividades se interrelacionan, principalmente, con los ámbitos Matemático y Científico-Tecnológico. Como se ha mencionado en la introducción, la presente propuesta de intervención se basa en la legislación catalana especificada en el Decret 187/2015 (2015). En consecuencia, si bien los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje serán los recogidos en la legislación estatal (Real Decreto 1105/2014, 2015), la relación de contenidos con las competencias trabajadas y sus contenidos clave asociados, los criterios de evaluación y las metodologías didácticas, serán los recogidos en los correspondientes anexos de la citada documentación (Decret 187/2015, 2015) en función de los ámbitos trabajados. En especial, el autor del presente trabajo considera oportuno incluir la descripción de las competencias del ámbito matemático a continuación para facilitar la comprensión de los siguientes puntos al lector.

3.1.1 Competencias básicas del ámbito matemático

De acuerdo al Decret 187/2015 (2015), y en la concreta aplicación al contexto de ésta propuesta, las competencias básicas del ámbito matemático se refieren a su aplicación a la materia común de matemáticas en modalidad académicas-aplicadas en el cuarto curso de la ESO. Concretamente, el citado documento especifica que

La competencia matemática, entendida de manera genérica, es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático por tal de resolver problemas diversos en situaciones cotidianas (Decret 187/2015, 2015, p 106).

Y añade

En un currículum de matemáticas basado en competencias básicas más allá de los bloques de contenidos tradicionales (numeración y cálculo; cambios y relaciones; espacio y forma; medida; estadística y azar), adquieren una especial importancia los procesos que se desarrollan a lo largo de todo el trabajo matemático (resolución de problemas; razonamiento y prueba; conexiones; comunicación y representación) (Decret 187/2015, 2015, p 106).

Así, el ámbito matemático se divide en 4 dimensiones (resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, y comunicación y representación) que incluirán las competencias básicas en matemáticas, teniendo cada una de ellas relación con los correspondientes contenidos clave definidos (16 en total). En la Tabla 1 se muestran las relaciones entre competencia, gradación de la competencia (nivel de adquisición de la misma) y contenidos clave asociados para la dimensión resolución de problemas. La resolución de problemas es una de las actividades más características del quehacer matemático. Se practican y se comprenden todos los conceptos trabajados en la formación matemática. En la resolución de problemas se busca respuesta (en principio no inmediata) a una situación desconocida que se plantea a través de un conjunto de datos, que requiere de reflexión, diseño de estrategias y toma de decisiones.

Tabla 1. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión resolución de problemas.

Fuente: elaboración propia a partir del Decret 187/2015 (2015).

Competencia		Gradación (nivel de logro)	Contenidos Clave	
1	Traducir un problema a lenguaje matemático o a una representación matemática utilizando variables, símbolos, diagramas y modelos adecuados	N1: Explicar el enunciado de un problema en lenguaje propio, usando textos, dibujos, esquemas o expresiones aritméticas N2: Traducir un problema a lenguaje matemático utilizando gráficos, expresiones aritméticas o expresiones algebraicas sencillas N3: Traducir i dar sentido a problemas formulados de maneras diversas (textos, imágenes, objetos...) al lenguaje matemático, teniendo en cuenta el significado de los datos	CC1	Sentido del número y de las operaciones
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC5	Patrones, relaciones y funciones
			CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales
			CC11	Magnitudes y medidas
			CC13	Sentido de la estadística
2	Utilizar conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolver problemas	N1: Utilizar estrategias y herramientas matemáticas elementales para resolver problemas N2: Utilizar conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolver problemas, explicando el proceso y comprobando la razonabilidad de la solución N3: Utilizar conceptos, herramientas y estrategias	CC2	Razonamiento proporcional
			CC3	Cálculo (mental, estimativo, algorítmico y con calculadora)
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC6	Representación de funciones: gráficos, tablas y fórmulas
			CC11	Magnitudes y medida

		matemáticas para resolver problemas, manteniendo el control del proceso, justificándolo y comprobando la razonabilidad de la solución	CC12	Relaciones métricas y cálculo de medidas en figuras
			CC15	Métodos estadísticos de análisis de datos
3	Mantener una actitud de investigación frente a un problema ensayando estrategias diversas	N1: Mantener una actitud de investigación frente a un problema, probando otras propuestas si la inicial no funciona	CC3	Cálculo (mental, estimativo, algorítmico y con calculadora)
		N2: Mantener una actitud de investigación frente a un problema, ser capaz de ensayar y discutir otras propuestas en un entorno de aprendizaje tanto cooperativo como individual	CC5	Patrones, relaciones y funciones
		N3: Mantener una actitud de investigación frente a un problema, redefinir y ajustar, si hace falta, las estrategias y ser capaz de discutir y valorar otras propuestas en cualquier entorno de aprendizaje	CC7	Análisis del cambio y tipos de funciones
			CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales
			CC10	Relaciones y transformaciones geométricas
			CC15	Métodos estadísticos de análisis de datos
4	Generar preguntas de tipo matemático y plantear problemas	N1: Generar preguntas o problemas de aplicación directa, parcialmente coherentes con el contexto en el que se plantean, respetando y acogiendo algunas de sus características	CC1	Sentido del número y de las operaciones
		N2: Generar preguntas o problemas que impliquen conexiones y que sean coherentes con el contexto en el que se plantea, respetando y acogiendo sus características	CC5	Patrones, relaciones y funciones
		N3: Generar preguntas o problemas que conlleven generalización y que sean coherentes de forma idónea con el contexto en que se plantean	CC7	Análisis del cambio y tipos de funciones
			CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales
			CC10	Relaciones y transformaciones geométricas
			CC11	Magnitudes y medida
			CC13	Sentido de la estadística
			CC16	Sentido y medida de la probabilidad

En lo referente a la dimensión razonamiento y prueba, su importancia recae en que el razonamiento es consustancial a la construcción del conocimiento matemático, y por lo tanto debe formar parte del aprendizaje de las matemáticas. La prueba, junto al razonamiento debe proveer de sentido y validar el conocimiento matemático. Así, se debe trabajar para que el alumno sea capaz de aplicarlo en todos los ámbitos de su vida cotidiana (Decret 187/2015, 2015). En la Tabla 2 se muestran las relaciones entre competencia, gradación de la competencia (nivel de adquisición de la misma) y contenidos clave asociados para la dimensión razonamiento y prueba.

Tabla 2. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión razonamiento y prueba.

Fuente: elaboración propia a partir del Decret 187/2015 (2015).

Competencia		Gradación (nivel de logro)	Contenidos Clave	
5	Construir, expresar y contrastar argumentaciones para justificar y validar las afirmaciones que se hacen en matemáticas	<p>N1: Construir explicaciones justificando las afirmaciones matemáticas y aportando, si hace falta, pruebas numéricas y gráficas para validarlas</p> <p>N2: Utilizar generalizaciones o concreciones, hacer conjeturas y comprobaciones e identificar contraejemplos para justificar o rechazar afirmaciones en matemáticas</p> <p>N3: Construir argumentaciones matemáticas utilizando procesos recursivos, inducción y deducción, expresarlas con precisión y contrastarlas con las otras</p>	CC1	Sentido del número y de las operaciones
			CC2	Razonamiento proporcional
			CC3	Cálculo (mental, estimativo, algorítmico y con calculadora)
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC5	Patrones, relaciones y funciones
			CC7	Análisis del cambio y tipos de funciones
			CC9	Figuras geométricas, características, propiedades y procesos de construcción
			CC10	Relaciones y transformaciones geométricas
			CC16	Sentido y medida de la probabilidad
6	Utilizar el razonamiento matemático en entornos no matemáticos	<p>N1: Uso del razonamiento matemático en entornos cercanos</p> <p>N2: Uso del razonamiento matemático en entornos cercanos y, en casos sencillos, en otras disciplinas</p> <p>N3: uso del razonamiento matemático en otras disciplinas y en la vida cotidiana de manera autónoma, reflexiva y crítica</p>	CC1	Sentido del número y de las operaciones
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC5	Patrones, relaciones y funciones
			CC7	Análisis del cambio y tipos de funciones
			CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales

			CC12	Relaciones métricas y cálculo de medidas en figuras
			CC13	Sentido de la estadística
			CC16	Sentido y medida de la probabilidad

Por lo que respecta a la dimensión conexiones, éste concepto se refiere a la propia interrelación de conceptos, procesos y contenidos. Conocer éstas relaciones permite la adquisición de un saber profundo en matemáticas. En la Tabla 3 se muestran las relaciones entre competencias, su gradación y los contenidos clave asociados a la dimensión conexiones.

Tabla 3. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión conexiones.

Fuente: elaboración propia a partir del Decret 187/2015 (2015).

Competencia		Gradación (nivel de logro)	Contenidos Clave	
7	Usar las relaciones existentes entre las diversas partes de las matemáticas para analizar situaciones y razonar	N1: Usar relaciones concretas entre conceptos matemáticos para analizar situaciones N2: Usar las conexiones entre los conceptos y procedimientos de las diversas partes de las matemáticas para analizar situaciones N3: Usar las relaciones entre las diversas partes de las matemáticas, emplear el lenguaje matemático y aplicar ideas transversales para analizar situaciones y para construir razonamientos	CC1	Sentido del número y de las operaciones
			CC2	Razonamiento proporcional
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC5	Patrones, relaciones y funciones
			CC10	Relaciones y transformaciones geométricas
			CC12	Relaciones métricas y cálculo de medidas en figuras
8	Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cercanas y académicas y buscar situaciones que se puedan relacionar con ideas matemáticas concretas	N1: Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cercanas, usando los conocimientos y las representaciones matemáticas para describirlas N2: Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cercanas y académicas, empleando los conocimientos, las herramientas y la forma de trabajar de las matemáticas para describirlas y analizarlas	CC2	Razonamiento proporcional
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC5	Patrones, relaciones y funciones
			CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales
			CC11	Magnitudes y medida

		N3: Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cercanas y académicas, empleando los conocimientos, las herramientas y la forma de trabajar de las matemáticas para describirlas y analizarlas. Y al revés, reconocer estructuras matemáticas concretas en ámbitos diferentes	CC15	Métodos estadísticos de análisis de datos
			CC16	Sentido y medida de la probabilidad

Finalmente, en relación a la dimensión comunicación y representación, en tanto que las matemáticas se expresan en un lenguaje propio y formal, se necesitan emisores y receptores activos. En otras palabras, los alumnos deben ser competentes en el uso del lenguaje matemático para expresar ideas, análisis, resultados y situaciones. La Tabla 4 incluye las competencias, niveles de logro y contenidos clave relacionados con ésta dimensión. Nótese que para la competencia 12 aparecen dos contenidos clave de nomenclatura CCD. La D hace referencia al término Digital, en relación a la competencia digital, disponible en el mismo documento, en el anexo 10.

Tabla 4. Relación entre competencias, gradación y contenidos clave para la dimensión comunicación y representación.

Fuente: elaboración propia a partir del Decret 187/2015 (2015).

Competencia		Gradación (nivel de logro)	Contenidos Clave	
9	Representar un concepto matemático de diversas maneras y usar el cambio de representación como estrategia de trabajo matemático	N1: Interpretar y construir representaciones de conceptos o relaciones matemáticas vinculadas a situaciones concretas N2: Representar un concepto o relación matemática de diversas maneras, ser capaz de comprender las representaciones de los demás y valorar la más adecuada en cada situación N3: Representar un concepto o relación matemática de diversas maneras, ser capaz de comprender las representaciones de los demás y emplear los cambios de representación como estrategia de trabajo matemático	CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC6	Representación de funciones: gráficos, tablas y fórmulas
			CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales
			CC9	Figuras geométricas, características, propiedades y procesos de construcción
			CC14	Datos, tablas y gráficos estadísticos

10	Expresar las ideas matemáticas con claridad y precisión, y comprender las de los demás	<p>N1: Expresar y comprender ideas matemáticas en lenguaje verbal (oral y escrito) mediante un uso correcto de la terminología matemática</p> <p>N2: Expresar y comprender ideas matemáticas en lenguaje verbal (oral y escrito) mediante un uso correcto de la terminología matemática y las formas de representación propias de las matemáticas (símbolos, gráficos, figuras, tablas, esquemas, etc)</p> <p>N3: Expresar ideas matemáticas con claridad y precisión mediante el uso del lenguaje matemático y comprender las expresadas por los demás. Incorporar terminología matemática al lenguaje habitual</p>	CC1	Sentido del número y de las operaciones
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC6	Representación de funciones: gráficos, tablas y fórmulas
			CC9	Figuras geométricas, características, propiedades y procesos de construcción
			CC10	Relaciones y transformaciones geométricas
			CC14	Datos, tablas y gráficos estadísticos
			CC16	Sentido y medida de la probabilidad
11	Emplear la comunicación y el trabajo colaborativo para compartir y construir conocimiento a partir de ideas matemáticas	<p>N1: Emplear la comunicación y el trabajo en equipo como una forma de compartir ideas matemáticas</p> <p>N2: Emplear la comunicación y el trabajo colaborativo como una forma de compartir, construir y organizar ideas matemáticas</p> <p>N3: Emplear la comunicación y el trabajo colaborativo como una forma de compartir, construir y estructurar conocimiento de cualquier ámbito a partir de ideas matemáticas</p>	CC1	Sentido del número y de las operaciones
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC6	Representación de funciones: gráficos, tablas y fórmulas
			CC10	Relaciones y transformaciones geométricas
			CC15	Métodos estadísticos de análisis de datos
			CC16	Sentido y medida de la probabilidad
12	Seleccionar y usar tecnologías diversas para gestionar y mostrar información, y	<p>N1: Usar tecnologías diversas para recoger información matemática referente a situaciones cercanas del</p>	CC3	Cálculo (mental, estimativo, algorítmico y con calculadora)
			CC4	Lenguaje y cálculo algebraico
			CC6	Representación de funciones: gráficos, tablas y fórmulas

visualizar y estructurar ideas o procesos matemáticos	alumnado y visualizar ideas o procesos matemáticos	CC7	Análisis del cambio y tipos de funciones
	N2: Usar tecnologías diversas para buscar, recoger, tratar y mostrar información matemática referente a contextos cercanos y visualizar y estructurar ideas o procesos matemáticos	CC8	Sentido espacial y representación de figuras tridimensionales
	N3: Seleccionar tecnologías diversas con criterios de idoneidad, valorando sus potencialidades y limitaciones. Usarlas para gestionar información y visualizar y estructurar ideas o procesos matemáticos	CC9	Figuras geométricas, características, propiedades y procesos de construcción
		CC14	Datos, tablas y gráficos estadísticos
		CC15	Métodos estadísticos de análisis de datos
		CCD9	Herramientas de edición de documentos de texto, presentaciones multimedia y procesamiento de datos numéricos
		CCD 24	Aprendizaje permanente: entornos virtuales de aprendizaje, recursos para el aprendizaje formal y no formal en la red

3.1.2 Competencias actitudinales

Tal como se ha comentado en la sección 2, la educación STEM en el marco de la ABP, el aprendizaje cooperativo y todas las metodologías activas persiguen una formación integral del alumnado más allá de la tecnificación en una o varias materias concretas. Por ello, hay una serie de competencias actitudinales que al alumnado debe interiorizar y demostrar para considerar que logra un aprendizaje pleno. Esas competencias se relacionan con las competencias clave mostradas en la Figura 4, concretamente con CCEC, CSIE, CSC y CAA que son aquellas que tienen una relación más directa de interacción con el mundo que nos rodea, las relaciones sociales, la capacidad para auto-desarrollarse y la capacidad de aprender nuevos conocimientos de forma autónoma. Así, las competencias actitudinales (relacionadas con los objetivos y los estándares de aprendizaje del Real Decreto 1105/2014, 2015, p 176-177) que se fomentarán en ésta propuesta a través de las actividades planteadas y que serán debidamente evaluadas son:

1. Respeto a las normas de convivencia en el aula con una interacción adecuada con el profesor, el resto de alumnos y los compañeros del grupo.

2. Interés por los contenidos con actitud crítica, reflexiva, creativa y activa frente a las tareas planteadas.
3. Responsabilidad y esfuerzo tanto individual como grupal.
4. Capacidad reflexiva ante nuevos retos.
5. Actitud positiva e indagadora frente a las actividades relacionadas con el mundo que nos rodea.
6. Identificación y relación de conocimientos de otras materias de forma transversal.

3.2 Contextualización de la propuesta

La propuesta de intervención que se plantea está pensada para un instituto ubicado en la población de Sant Feliu de Guíxols (Girona). Sant Feliu de Guíxols cuenta con 21.824 habitantes a 2018 y 3 institutos en los que se imparten estudios de Educación Secundaria Obligatoria. Las políticas educativas del municipio hacen que se mezclen los alumnos de los distintos barrios en los distintos institutos generando una gran sensación de integración y conocimiento de la realidad que les rodea a los alumnos. El nivel sociocultural, así, no viene definido por el mismo del barrio dónde se encuentra cada instituto sino por la media del propio municipio que se podría considerar un nivel medio.

La propuesta en concreto está pensada para un grupo del cuarto curso de la ESO, en la modalidad de enseñanzas académicas-aplicadas, con agrupaciones de entre 20 y 25 alumnos de diversa procedencia, nivel académico y ritmos de aprendizaje. Por lo tanto, las actividades se realizarán en agrupaciones heterogéneas para fomentar la ayuda y cooperación entre ellos, para fomentar el espíritu de convivencia y respeto entre las distintas culturas y para una mejor atención a la diversidad en el aula.

3.3 Intervención en el aula

La propuesta de intervención que se procede a detallar tiene como misión principal favorecer la comprensión y adquisición de conocimientos del currículo de Matemáticas así como su relación con otras materias como Tecnología y Ciencias promoviendo un buen clima en el aula y una adecuada atención a la diversidad, mediante el uso de los principios de la educación STEM. Para ello, se hará uso de metodologías activas cuya principal característica es que se centran en el alumno haciéndolo sujeto activo de su propio aprendizaje, logrando así su implicación, motivación y placer por el aprendizaje.

3.3.1 Objetivos

En el artículo 11 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de Diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (2015) vienen recogidos los 12 objetivos generales de la mencionada etapa educativa. Concretamente, el autor

de éste trabajo entiende modestamente que la propuesta de intervención que aquí se describe contribuirá, en mayor o menor medida, a la consecución de los siguientes 7 objetivos:

1. Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
2. Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
3. Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer
4. Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.
5. Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
6. Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
7. Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura

Por una cuestión de rigor, el autor del presente trabajo considera oportuno especificar algunas de las razones por las que cree que éste trabajo contribuirá a los objetivos arriba descritos. El hecho de plantear las actividades educativas en agrupaciones flexibles, heterogéneas, fomentando el trabajo en equipo y un espíritu cooperativo y ciudadano, deberá contribuir a la consecución de los objetivos 1, 3 y 4 así como de las competencias actitudinales definidas en la sección 3.1.2. El propio diseño de las actividades STEM a desarrollar, con múltiples soluciones partiendo de múltiples situaciones y uso de herramientas, deberá contribuir al logro de los objetivos 2 y 6. El propio ámbito de conocimiento y la estructura de las actividades en su fase

de desarrollo contribuirá al a adquisición del objetivo 5. Finalmente, la fase de entrega de resultados, con redacción de informes, presentaciones en el aula e interpretación de resultados y conclusiones, aportará a la consecución del objetivo 7.

3.3.1.1 Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos no vienen recogidos en la legislación vigente y deberán ser elaborados a partir de los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables (Real Decreto 1105/2014, 2015). En la siguiente lista se pueden encontrar los objetivos didácticos planteados:

1. Conocer el concepto de función.
2. Representar gráficamente una función.
3. Comprender los conceptos de dominio y recorrido de una función.
4. Calcular el dominio de una función.
5. Reconocer la continuidad de una función y los puntos de corte con los ejes.
6. Identificar el crecimiento y decrecimiento de una función.
7. Estudiar una función.

Asimismo, se consideran los siguientes objetivos actitudinales relacionados con las competencias actitudinales listadas en la sección 3.1.2 y con los objetivos generales listados en la sección 3.3.1:

1. Respetar al profesor y a los compañeros favoreciendo un buen clima de convivencia en el aula.
2. Mostrar una actitud reflexiva y de interés por los contenidos trabajados.
3. Demostrar autosuficiencia en la resolución de los retos propuestos.
4. Relacionar contenidos transversales para lograr un saber integrado.

3.3.2 Contenidos

Los contenidos que se trabajarán en la unidad didáctica de Funciones se detallan en una lista a continuación.

- Concepto de función.
- Características de una función: dominio, recorrido, continuidad, puntos de corte, crecimiento y decrecimiento.
- Representación gráfica de funciones.
- Estudiar las características de una función.

3.3.3 Relación de objetivos, competencias y criterios de evaluación

A cada uno de los objetivos didácticos curriculares, presentados en la sección 3.3.1.1, le corresponde una serie de competencias trabajadas y un criterio de evaluación. Éstos se detallan

en la Además, en la Tabla 5 se detallan solamente aquellos contenidos clave asociados propiamente a los contenidos y objetivos didácticos como tales. Pese a ello, cuando se definan las actividades en detalle se añadirán más contenidos clave que se trabajan por la naturaleza y planteamiento de las actividades STEM en el marco del ABP.

Tabla 5. Nótese que en la columna criterio de evaluación se detalla el Estándar de Aprendizaje Evaluable (en adelante EAE) en el que se ha basado la confección del objetivo y el criterio de evaluación asociado (Real Decreto 1105/2014, 2015, p. 397). En cada actividad STEM propuesta se detallarán los objetivos a los que se contribuye, las competencias básicas trabajadas y sus criterios de evaluación. Por la propia naturaleza de las actividades STEM que se plantearan en las siguientes secciones, el autor de éste trabajo considera que todas las competencias básicas se trabajan en mayor o menos medida en cada uno de los objetivos de la unidad didáctica. La razón principal es que las actividades pueden tener diferentes enfoques, y una misma actividad se puede hacer con material manipulativo de uso cotidiano en grupos cooperativos (CSC, CCEC) o mediante el uso de recursos TIC (CD) incluyendo en todos los casos el uso de editores de texto (Word), programas de tratamiento de datos (Excel) y plataformas de presentación multimedia (Powerpoint). Cabe destacar que las competencias propias del ámbito y los contenidos clave asociados son aquellos que ya están detallados en la Tabla 1, Tabla 2, Tabla 3 y Tabla 4 del presente documento en la sección 3.1.1 y que como se puede ver en las referenciadas tablas, cada competencia está enmarcada dentro de su dimensión correspondiente. Además, en la Tabla 5 se detallan solamente aquellos contenidos clave asociados propiamente a los contenidos y objetivos didácticos como tales. Pese a ello, cuando se definan las actividades en detalle se añadirán más contenidos clave que se trabajan por la naturaleza y planteamiento de las actividades STEM en el marco del ABP.

Tabla 5. Relación de objetivos didácticos curriculares, competencias y criterios de evaluación.

Elaboración propia.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS (3.3.1.1)	COMPETENCIAS			CRITERIOS DE EVALUACION
	Competencias del ámbito matemático	Competencias básicas	Contenidos clave	
Conocer el concepto de función	1, 2, 8, 9	CMCT, CCL, CAA, CSIE, CSC, CD, CCEC	CC5, CC6, CC7	Conoce el concepto función EAE 1.1, bloque 4
Representar gráficamente una función	2, 8, 9	CMCT, CCL, CAA, CSIE, CSC, CD, CCEC	CC5, CC6, CC7, CC8	Representa gráficamente una función

				EAE 1.2, bloque 4
Comprender los conceptos de dominio y recorrido de una función	2, 9	CMCT, CCL, CAA, CSIE, CSC, CD, CCEC	CC5, CC6, CC7	Comprende los conceptos de dominio y recorrido de una función EAE 1.3 y 2.3, bloque 4
Calcular el dominio de una función	1, 2, 9	CMCT, CCL, CAA, CSIE, CSC, CD, CCEC	CC5, CC6, CC7	Calcula el dominio de una función EAE 1.3, bloque 4
Reconocer la continuidad de una función y los puntos de corte con los ejes	1, 2, 9	CMCT, CCL, CAA, CSIE, CSC, CD, CCEC	CC5, CC6, CC7, CC8	Reconoce la continuidad de una función y los puntos de corte con los ejes EAE 1.3, bloque 4
Identificar el crecimiento y decrecimiento de una función	2, 9	CMCT, CCL, CAA, CSIE, CSC, CD, CCEC	CC5, CC6, CC7, CC8	Identifica el crecimiento y decrecimiento de una función EAE 1.5, bloque 4
Estudiar una función	1, 2, 9	CMCT, CCL, CAA, CSIE, CSC, CD, CCEC	CC5, CC6, CC7, CC8	Estudia correctamente una función EAE 2.3, bloque 4

Del mismo modo que se plantean las relaciones entre las competencias trabajadas y los estándares de aprendizaje con los objetivos didácticos curriculares, se plantean las mismas relaciones con los objetivos didácticos actitudinales reflejados en la sección 3.3.1.1.

Tabla 6. Relación de objetivos didácticos actitudinales, competencias y criterios de evaluación.

Elaboración propia.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS (3.3.1.1)	COMPETENCIAS		CRITERIOS DE EVALUACION
	Actitudinales (sección 3.1.2)	Básicas	
Respetar al profesor y a los compañeros favoreciendo un buen clima de convivencia en el aula	1, 3	CCL, CSIE, CSC, CCEC	Interactúa con respeto tanto con el profesor como con los compañeros
Mostrar una actitud reflexiva y de interés por los contenidos trabajados	1, 2, 4, 5, 6	CSIE, CSC, CCEC	Muestra interés por las actividades y los contenidos relacionados
Demostrar autosuficiencia en la resolución de los retos propuestos	2, 3, 4, 5, 6	CSIE, CSC, CCEC	Trabaja de forma autónoma en las actividades tanto individualmente como cooperativamente
Relacionar contenidos transversales para lograr un saber integrado	2, 4, 5, 6	CSIE, CSC, CCEC	Identifica y relaciona contenidos de otras materias en las actividades

3.3.4 Temporalización

En el anexo 2 del Decret 187/2015 (2015) e establece que la carga horaria para la asignatura de matemáticas en el cuarto curso de la ESO es de 4 horas semanales. La presente unidad didáctica está diseñada para ser impartida en 12 sesiones y por lo tanto para ser completada en 3 semanas del curso. En la Tabla 7 se muestra la temporalización prevista por semanas y sesiones, así como el nombre de la actividad a llevar a cabo y una breve descripción de cada sesión y el título de la misma.

Tabla 7. Temporalización de la unidad didáctica y breve descripción de las sesiones.

Elaboración propia.

SESIÓN	ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
SEMANA 1		
1	Presentación de la unidad didáctica	Presentación de contenidos, objetivos, breve explicación de las actividades a realizar, metodologías, recursos y herramientas disponibles, criterios de evaluación (rúbrica) y duración de la unidad didáctica. Breve explicación de lo que es una función y sus características, y como se relaciona con lo que se va a hacer.
2	Las cajas de papel	Explicación e inicio de la actividad 1. Primera fase: el alumno construye su caja de papel, calcula su volumen y estima la de mayor volumen de todas las generadas.
3	Las cajas de papel	Segunda fase: los alumnos, en grupo, generan la función volumen y analizan el gráfico (dominio y recorrido, corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento, continuidad). Los alumnos construyen el mural colectivo de resultados.
4	El llenado de botellas	Explicación e inicio de la actividad 2. Primera fase: en grupos heterogéneos, los alumnos proceden al llenado de botellas con botellas reales (distintas formas y capacidades) y mediante diferentes métodos de control. Recaban los datos en función del volumen vertido y construyen los gráficos de llenado. Cada grupo analiza los gráficos obtenidos en función de las características explicadas en clase.
SEMANA 2		
5	El llenado de botellas	Segunda fase: los estudiantes acceden a una aplicación informática (<i>Water Line</i> de <i>Desmos</i>) y proceden al llenado de botellas virtuales creadas por ellos mismos. El trabajo se desarrolla en el aula informática. Análisis de los gráficos obtenidos y comparación de los resultados experimentales modelando las botellas reales.
6	El llenado de botellas	Tercera fase: análisis de los datos en el aula virtual y presentación de los resultados de cada grupo al resto del aula.
7	El <i>bungee jumping</i>	Explicación e inicio de la actividad 3. Primera fase: el trabajo de laboratorio. Los alumnos deben diseñar experimentos para

		recabar datos que permitan modelar el comportamiento físico del fenómeno y llevarlo a aplicación real en la siguiente fase.
8	El <i>bungee jumping</i>	Segunda fase: el experimento real, el salto de un puente. Los alumnos ponen en práctica las conclusiones sacadas de sus experimentos a pequeña escala en base a las funciones obtenidas y competición entre los distintos grupos.
SEMANA 3		
9	El <i>bungee jumping</i>	Tercera fase: trabajo del grupo en la generación del informe de resultados en base a Google Docs y entrega en el aula virtual de Google Classroom.
10	La espuma de cerveza	Explicación e inicio de la actividad 4. Primera fase: Los alumnos deben preparar todos los elementos del experimento para optimizar el recabado de los datos. Realización del experimento y recolección de datos.
11	La espuma de cerveza	Segunda fase: presentación del experimento de cada grupo al resto de la clase y conclusiones obtenidas en el experimento.
12	Clausura de la UD	Charla coloquio para valorar el grado de satisfacción de los alumnos, sus aprendizajes en base a preguntas relacionadas con las actividades. Valoración final en base a observación.

Cabe destacar, a modo de resumen, que en la sesión 1 se comentarán los conceptos relacionados con la unidad didáctica para su futura comprensión (concepto de función y relación entre variables, dominio y recorrido, punto de corte y crecimiento-decrecimiento). En las sesiones 2 a 11 se trabajarán las actividades que se describen en la siguiente sección. Finalmente, la sesión 12 servirá, a modo de clausura, para valorar el desempeño de la unidad didáctica y los aprendizajes de los alumnos, y para realizar una valoración final por parte del profesor en base a una observación sistemática.

3.3.5 Actividades planteadas

Como se ha comentado, se plantean 4 actividades de aprendizaje con una base STEM y en el marco del ABP. Toda la unidad didáctica, como se detalla en la Tabla 7, se desarrollará en 12 sesiones, de las cuales se destinan 10 al desarrollo y evaluación de las actividades mencionadas. Las otras dos, la primera y la última, sirven para presentar la unidad didáctica y una visión general de los contenidos, y para clausurar la unidad didáctica respectivamente. Con el fin de facilitar al lector la comprensión del desarrollo previsto de las sesiones, el autor de éste trabajo

considera oportuno presentar las dos sesiones limítrofe así como las actividades planificadas en formato tabla.

3.3.5.1 Sesión de trabajo 1

Los detalles de la primera sesión de trabajo se muestran en la Tabla 8. Nótese como ya en ésta primera sesión el alumno toma parte activa de su aprendizaje mediante anticipación de objetivos, contenidos, demandas, evaluación y calificación de sus producciones. Asimismo, en la segunda parte de ésta primera sesión ya se explican de forma muy resumida y visual los conceptos que entran en juego a lo largo de toda la unidad didáctica con el fin de permitir al alumno una anticipación de conceptos que mejoren su comprensión.

Tabla 8. Sesión 1 de la unidad didáctica. Elaboración propia.

SESIÓN 1			
Presentación de la unidad didáctica	Objetivos: presentar la estructura de la unidad didáctica, los objetivos de la misma, las demandas por parte del profesor y los procedimientos e instrumentos de evaluación.		
	Competencias	Metodología	Agrupamiento
	CCL, CSC	Exposición	Todo el grupo
	Mediante proyección en pantalla el profesor explicará en qué consiste la unidad didáctica que se desarrollará, cuáles son sus objetivos, qué actividades se desarrollarán para lograrlos y una breve descripción de las mismas, cuáles serán los procedimientos e instrumentos de evaluación que se tendrán en cuenta y como se va a realizar la calificación de las producciones (rúbricas). Se considera que ésta parte debe ocupar no más del 20% del tiempo de la sesión.		
Presentación de contenidos	Objetivos: introducir los conceptos matemáticos relacionados con la unidad didáctica (definición de función y características básicas).		
	Competencias	Metodología	Agrupamiento
	CCL, CMCT, CD, CSC	Exposición	Todo el grupo
	Dentro del ámbito matemático se trabajan las competencias 1 y 2 de la Tabla 1, 8 de la Tabla 3 y 9 de la Tabla 4 con los contenidos clave CC5, CC6, CC7 y CC8.		
Mediante proyección en pantalla de Geogebra y ejemplos cotidianos en exposición oral, el profesor explicará de modo gráfico los conceptos principales relacionados con la unidad didáctica tales como:			

	<ul style="list-style-type: none"> • Función como relación entre variables. • Variable independiente y variable dependiente. • Dominio y recorrido. • Puntos de corte. • Continuidad. • Crecimiento y decrecimiento. <p>Cabe destacar que ésta primera explicación contribuye en sí misma al logro de los objetivos 1, 3, 5 y 6 listados en la sección 3.3.1.1. Ésta parte de la clase se debe desarrollar normalmente en el restante 80% del tiempo de la sesión.</p>
--	--

3.3.5.2 Las cajas de papel

Ésta actividad consiste en generar volúmenes a partir de despletables generados sobre un papel cuadriculado. Partiendo del mismo folio, cada alumno recibirá un papelito por sorteo con un número que será el número de recuadros que deberá recortar para lograr el despletable. Véase un ejemplo en la Figura 7 para un folio cuadriculado de 20x27 recuadros y para un alumno que ha recibido un 5 en su papel en el sorteo. Para una clase de 25 alumnos, el folio cuadriculado tendrá 46x62 recuadros. De éste modo, y tomando en cuenta que los números para el sorteo irán de 0 a 24, tendremos los dos casos límite (0 y 23) y uno más allá (24) creando los 3 un caso sin volumen físico que contribuirá a ilustrar el concepto de dominio del problema y dominio de la función matemática. En éste punto es importante remarcar que, tomando como variable x el valor de recuadros a recortar ($x \in [0,24]$), y que el folio de la actividad tiene 46x62 recuadros, los lados del paralelepípedo en función de x serán $46-2x$, $62-2x$ y x (en el ejemplo de la Figura 7 éstos son $20-2x$, $27-2x$ y x). Así la función volumen quedará $V(x) = (46 - 2x)(62 - 2x)x$ cuyo dominio es todo \mathbb{R} (números Reales) por ser un polinomio pese a que en la actividad los alumnos se habrán dado cuenta que en el caso de aplicación no es así.

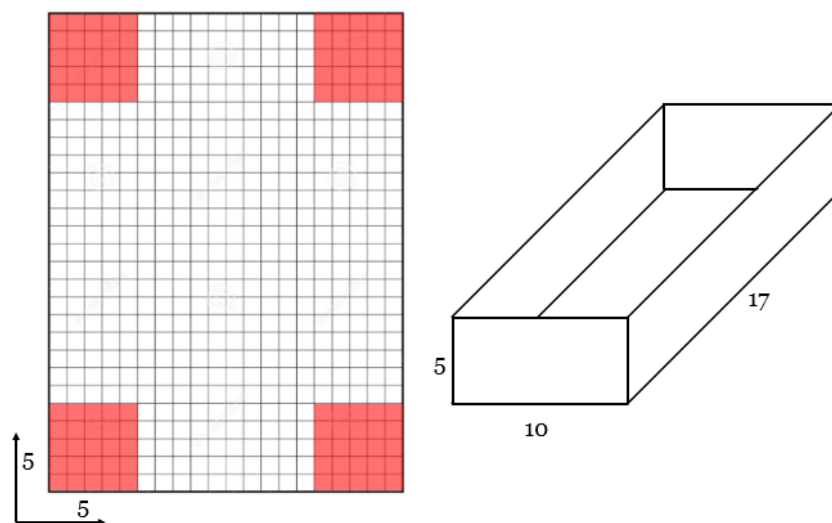


Figura 7. Ejemplo de despletable generado y volumen asociado para la actividad. Elaboración propia.

Los detalles de ésta actividad, contenidos, objetivos didácticos, competencias trabajadas, se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9. Actividad 1: las cajas de papel. Elaboración propia.

SESIONES 2 y 3				
<p>Objetivos: conocer el concepto de función, representar gráficamente una función a partir de coordenadas y la expresión algebraica, comprender los conceptos de dominio y recorrido, calcular el dominio teórico y de aplicación de una función e identificar los puntos de corte con los ejes, la continuidad y las zonas de crecimiento y decrecimiento.</p>				
	<p>Competencias</p>	<p>Metodología</p>	<p>Agrupamiento</p>	<p>Aula</p>
	<p>CCL, CSC, CMCT, CAA</p> <hr/> <p>Dentro del ámbito matemático, la 8 de la Tabla 3 con CC5, CC8 y CC9</p>	<p>Investigación, participativa, manipulativa</p>	<p>Todo el grupo, individual</p>	<p>Habitual</p>
Primera fase	<p>Durante los primeros minutos de la sesión los estudiantes harán escucha activa sobre la actividad, sus objetivos, las enseñanzas aplicadas, el procedimiento básico, etc.</p> <p>En ésta primera fase se entregará una hoja de papel cuadriculado a cada alumno de 46x62 recuadros. La secuenciación de la actividad es como sigue:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se introducirán en un bol 25 papelitos (1 por alumno) cada uno de ellos con un número (del 0 al 24). • Cada alumno recortará el número de cuadrillos correspondiente al número de su papel en ambas direcciones (ver Figura 7) y en las 4 esquinas del papel cuadriculado generando un desplegable. • Cada alumno deberá construir su caja pegando los lados con un trozo de cinta adhesiva. <ul style="list-style-type: none"> ○ Nótese que los alumnos que reciban el 0, el 23 y el 24 se hallarán delante de un pequeño reto intelectual que deberán comprender. No podrán construir su caja y cuando se estudie la función volumen serán preguntados al respecto (puntos de corte en los casos 0 y 23, y volumen negativo en la función en el caso 24). • Cada alumno escribirá en la parte interior de la caja (vista) el número que sacó en su papelito y el valor del volumen (unidades recuadros³) calculado para su caja en el reverso (oculto). • Cuando todas las cajas estén en la mesa del profesor debidamente construidas (en el caso de las que se pueda) cada alumno deberá anotar en su libreta cuál es la que le parece de mayor volumen. Adicionalmente, todos deberán elaborar su teoría sobre los papeles sin volumen correspondientes a los mencionados valores de los papeles. 			

	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
	CCL, CMCT, CD, CSC, CAA, CSIE	Investigación, participativa, manipulativa, TIC	Agrupamientos de 5 alumnos (5 grupos)	Habitual, con uso de ordenadores portátiles comunes
	Dentro del ámbito matemático, 1 y 2 de la Tabla 1 con CC4, CC5, CC6 y CC12			
Segunda fase	<p>En la segunda fase se procede a generar la función y a analizar sus características básicas así como construir un gráfico mural con las cajas en la pared del aula. La secuenciación por cada grupo de trabajo es la misma:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cada grupo debe generar la función volumen en función de la variable del caso (número de recuadros a recortar). Deben investigar (si no lo recuerdan), con el uso de los ordenadores, como se calcula el volumen de un paralelepípedo. <ul style="list-style-type: none"> ○ $V(x) = (46 - 2x)(62 - 2x)x$ • Los alumnos deben graficar la función generada en el ordenador portátil a disposición de cada grupo mediante el software educativo Geogebra. Forma parte de la actividad investigar cómo hacerlo. • Con la función generada en sus pantallas, los alumnos deben: <ul style="list-style-type: none"> ○ Reflexionar acerca del dominio y el recorrido de la función generada y compararlo al caso de estudio (aplicación real). Deben poder contestar a la pregunta ¿Por qué el punto 24 no tiene dominio de aplicación real? ○ Detectar gráficamente los puntos de corte que corresponden a los puntos 0 y 23 antes comentados. Deben contestar a la pregunta ¿Por qué no se ha podido generar volumen? ○ Observar la continuidad de la función en todo su dominio numérico y asociarlo a las funciones polinómicas. ○ Observar el crecimiento y decrecimiento de la función en el dominio de aplicación real. ○ Detectar el máximo de aplicación real (no el de la función que es un número real, no natural como los correspondientes a los recuadros a recortar) y compararlo cada uno a su previsión. ○ Finalmente construir el gráfico en una pared del aula con orden creciente del valor de x (1 a 22; quedan excluidos los valores que no generaron volumen) y con mayor o menor altura en función del volumen calculado pegando la caja correspondiente. 			

A modo de análisis de la actividad propuesta, cabría resaltar los siguientes puntos:

- Realmente no está planteada como una actividad interdisciplinar en éste trabajo y está circunscrita al temario de la asignatura de matemáticas. Pese a ello, se podrían añadir

otras características como diferentes materiales para la construcción de las cajas (Tecnología) o trabajar sobre diseños de envases planteando qué envase usa menos material (Ingeniería) en un trabajo de relación área-volumen.

- El trabajo en grupos cooperativos es mínimo o casi inexistente en ésta actividad. Sí se agrupan los alumnos en una fase en la que deben trabajar en equipo para solucionar una fase, pero no es una actividad donde el trabajo cooperativo sea característica principal.
- Se trabaja con herramientas TIC y materiales manipulativos en un marco de ABP.
- Se piden reflexiones en ciertos puntos que fomentan el pensamiento crítico y la actividad metacognitiva.
- La contextualización es débil pese a trabajar con materiales cotidianos. Una mejor contextualización con los mencionados envases mejoraría el perfil de la actividad.
- La actividad no tiene múltiples enfoques en sí, por lo que no se puede considerar muy innovadora o creativa. La solución es única.
- Se trabajan bastantes competencias clave y especialmente dos de las 3 competencias básicas del ámbito matemático referidas en la Tabla 5.
- La actividad tiene potencial para ser desarrollada en cursos superiores por sus contenidos que en ésta versión se han obviado por el curso al que va dirigida. Se trata de una actividad que se puede plantear hasta el segundo curso de Bachillerato incluyendo la optimización de funciones con primera y segunda derivadas tratando de maximizar el volumen minimizando el coste del envase (área) con un enfoque claramente matemático-industrial.
- La actividad propuesta favorece el desarrollo de las competencias actitudinales en su totalidad pues se trabajan varios objetivos didácticos curriculares (Tabla 5) que tocan transversalmente todos los actitudinales en mayor o menor medida (Tabla 6). Esto sucede de igual forma en el resto de actividades planteadas.
- El modo de trabajo, autónomo por parte de los alumnos permite una adecuada atención a la diversidad y que los distintos ritmos de aprendizaje de los alumnos encuentren su acomodo.

La evaluación de los logros de los estudiantes se hará mediante observación sistemática e informe de resultados con las preguntas propuestas durante la actividad (Tabla 9). La rúbrica de evaluación se incluye en la sección 3.3.7.

3.3.5.3 El llenado de botellas

En ésta actividad los alumnos trabajarán de forma cooperativa en grupos heterogéneos de 5 estudiantes en una primera fase y mediante el uso de materiales manipulativos. En una

segunda fase trabajarán de forma individual en base a los resultados del grupo y mediante el uso de las TIC. Finalmente, en una tercera fase se procederá al análisis de los resultados de cada alumno en la parte virtual y a la presentación de resultados de cada grupo al resto del aula.

La actividad consiste en generar las gráficas del llenado de distintas botellas (distintas formas) en base al volumen vertido en cada paso y la altura que alcanza la parte llena de la botella. Mediante los puntos de coordenadas (volumen vertido, altura) se irá construyendo la gráfica de cada perfil. Un ejemplo del funcionamiento de ésta primera fase se puede ver ilustrado en la Figura 8.

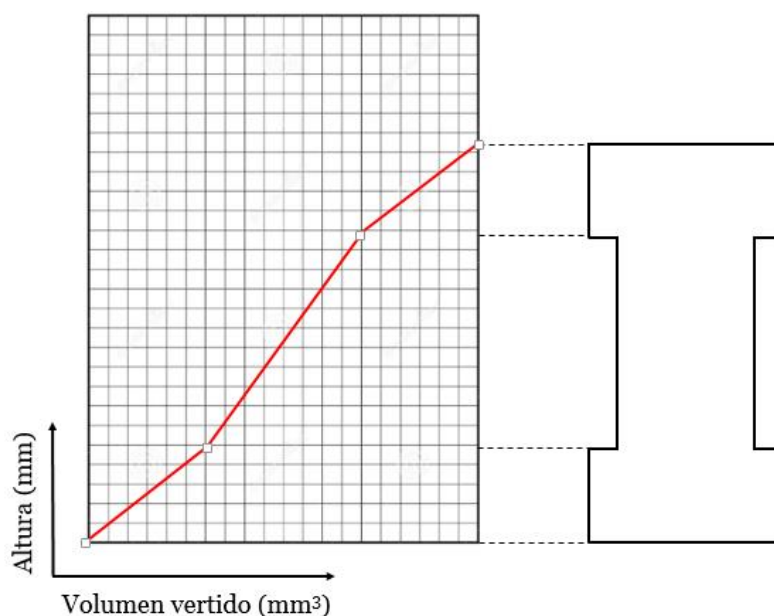


Figura 8. Ejemplo de sección de botella diseñada y su gráfico de llenado. Elaboración propia.

Es importante resaltar que ya en ésta primera fase entran en juego los conceptos de variable independiente (volumen) y variable dependiente (altura). Cada grupo de 5 alumnos dispondrá de dos botellas y distintos medios para lograr los datos, de modo que habrá en cada grupo un líder de equipo que se ocupará de coordinar a los dos equipos (dos alumnos por equipo) y de proveer los instrumentos necesarios para poder realizar el experimento y el recabado de datos. A modo de resumen, el profesor llevará al aula 10 botellas distintas (de refresco, material de laboratorio, de agua, cerveza, etc) y repartirá dos por equipo. Además, se dejará encima de la mesa del profesor el equipamiento diverso necesario para poder hacer el experimento de distintas formas (balanza, jeringuillas, pipetas de laboratorio, reglas, papel milimetrado, vasos de precipitado milimetrados...) de modo que cada equipo deberá consensuar con su líder cómo quiere hacer el experimento y cuál es el material preciso que se requiere. Es importante destacar que las únicas explicaciones que realizará el profesor respecto a la actividad tienen relación con la generación de puntos de coordenadas por pasos (a cada volumen vertido, una altura) que luego deben plasmar en el papel milimetrado. El cómo lo hagan los equipos, el qué

instrumental elijan para realizar la actividad será parte del trabajo propio de los equipos que deben discutirlo y consensuarlo. Aquí entrarán en juego conceptos como la densidad del agua para aquellos que usen balanzas, o la relación volumen altura para una sección dada para aquellos que usen vasos de precipitados. Los alumnos que usen las jeringuillas ya tendrán directamente el volumen que deberán saber transformar de capacidad (mililitros) a volumen (mm^3).

En la segunda fase de la actividad los alumnos trabajarán de forma individual en un entorno virtual mediante la aplicación web Water Line de Desmos, en la que podrán crear gráficos de llenado en base a distintas botellas, dibujar aproximadamente sus botellas reales de la fase 1 y comprobar el gráfico de llenado, y crear otras formas para que los demás alumnos jueguen a crear el gráfico de llenado.

Finalmente, la fase 3 consiste en el análisis de los resultados de los alumnos y la presentación de resultados de cada grupo en la primera fase al resto del aula. La presentación puede incluir un cuestionario para la audiencia en el que deberán adivinar el gráfico de llenado a cada una de las botellas reales y a algunas de las creadas individualmente por miembros del grupo en la aplicación web.

Los detalles de ésta actividad, contenidos, objetivos didácticos, competencias trabajadas, se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10. Actividad 2: el llenado de botellas. Elaboración propia

SESIONES 4, 5 y 6				
Objetivos: conocer el concepto de función y la relación entre variable independiente y variable dependiente, representar gráficamente una función a partir de coordenadas, comprender y determinar los conceptos de dominio y recorrido, identificar las zonas de crecimiento rápido y lento (conceptos de concavidad y convexidad) y su relación con el fenómeno físico (perfil de las botellas). Ver distintos tipos de funciones (lineales, bilineales, exponenciales, potenciales).				
Primera fase	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
	CCL, CSC, CMCT, CAA, CSIE Dentro del ámbito matemático, 1, 2 y 3 de la Tabla 1, 8 de la Tabla 3 y 9 de la Tabla 4 con CC2, CC5, CC6, CC7, CC8, CC9, CC11 y CC12	Investigación, participativa, manipulativa	Grupos heterogéneos de 5 alumnos	Habitual
	Los estudiantes destinarán los primeros minutos de la sesión a escuchar activamente en qué consiste concretamente la actividad, los objetivos, las enseñanzas aplicadas, el procedimiento básico, etc.			

	<p>El profesor organizará a los alumnos por grupos heterogéneos de 5 estudiantes a los que entregará dos hojas de papel milimetrado y dos botellas de distinto perfil. En la mesa del profesor habrá instrumental como reglas, balanzas, vasos de precipitado reglados y sin reglar, jeringuillas y pipetas de laboratorio. Serán los propios alumnos quienes deberán decidir cuál es el instrumental necesario para llevar a cabo el experimento (el coordinador se encargará que cada uno de los dos equipos a su cargo usen métodos diferentes) y, por turnos, el coordinador de cada equipo hará acopio del material estrictamente necesario para el experimento. Forma parte de la evaluación mediante observación que los equipos no sobredimensionen ni subestimen el material que van a necesitar de modo que los alumnos desarrollen sus capacidades de gestión. A través del experimento cada equipo deberá encontrar gráficamente la relación existente entre volumen y altura del líquido para su botella o recipiente como la que se muestra en la Figura 8.</p>			
Segunda fase	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
	<p>CCL, CMCT, CD, CSC, CAA, CSIE</p> <hr/> <p>Dentro del ámbito matemático, la 3 de la Tabla 1, la 8 de la Tabla 3 y las 9, 10, 11 y 12 de la Tabla 4, con CC5, CC6, CC7, CC8, CC9, CC11, CCD9 y CCD24</p>	<p>Investigación, participativa, TIC</p>	<p>Individual</p>	<p>Aula informática</p>
	<p>Ésta segunda fase de la actividad se basa en el uso de las TIC para relacionar fenómenos físicos con su representación matemática mediante gráfico.</p> <ul style="list-style-type: none"> • En los primeros 15 minutos de clase los alumnos accederán a la página web Experiencing Maths (Centre Sciences y Adecum, recuperado el 12 de Noviembre de 2019), pestaña Construir, pestaña Curvas y Volúmenes. Ahí los alumnos podrán entender los conceptos desarrollados en la primera fase así como ver distintas curvas de llenado en función del recipiente. • Los siguientes 45 minutos los alumnos trabajarán con la aplicación web Water Line entrando en el aula creada por el profesor. En ésta aplicación los alumnos pondrán en práctica los conocimientos adquiridos analizando distintas botellas y creando los gráficos de llenado, contestando preguntas y finalmente generando su propia botella que los demás alumnos deberán testear. • A elección del coordinador de equipo de la primera fase, dos alumnos de cada equipo dibujarán la botella experimental mientras que los otros 3 diseñarán una a su elección. La participación de los alumnos, sus respuestas, y sus logros quedan registrados en el aula creada por el profesor que usará como instrumento de evaluación. 			

	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
Tercera fase	CCL, CSC, CMCT, CD	Expositiva del alumnado	Grupos heterogéneos de 5 alumnos	Habitual con el ordenador del profesor
	Dentro del ámbito matemático, la 10, 11 y 12 de la Tabla 4, con CC6, CC9, CCD9 y CCD24			
	En ésta tercera fase los alumnos podrán comprobar los resultados obtenidos en el aula virtual de la aplicación web Water Line durante los primeros minutos de la clase. Posteriormente, los alumnos deberán buscar información sobre los tipos de funciones y deberán identificar las que se asemejan a las vistas en la actividad comprendiendo sus expresiones algebraicas (lineales, bilineales a trozos, potenciales). Finalmente, cada grupo procederá a presentar sus resultados de la primera fase al resto de la clase mediante presentación de Powerpoint.			

Como análisis de la propia actividad, presenta las siguientes fortalezas y debilidades:

- Es claramente una actividad interdisciplinar que explica el concepto de función mediante el uso de material y conceptos de otras áreas (Tecnología y Ciencias).
- Fomenta el trabajo cooperativo con reparto de roles en la búsqueda de un objetivo común.
- Fomenta la actividad metacognitiva dentro del marco del ABP mezclando matemáticas y ciencias.
- Es una actividad contextualizada y por lo tanto se enmarca dentro del concepto de cognición situada.
- Se trabajan las competencias y la evaluación es competencial.
- Es una actividad innovadora que plantea el concepto función a través de la experimentación y no de un texto.
- Pese a mostrar a nivel matemático la relación entre variables de una forma muy clara, no se trabajan en ella varios conceptos matemáticos de la unidad en profundidad. Se trata de una actividad en la que se pueden empezar a ver los conceptos de concavidad y convexidad (características de funciones fuera de la UD planteada), pero en la que carece de sentido trabajar los cortes con los ejes o el crecimiento y decrecimiento.
- Al trabajo cooperativo y autónomo de los grupos a lo largo de ésta actividad, así como la parte desarrollada individualmente fomenta la inclusión en el aula y la atención a la diversidad.

3.3.5.4 El bungee jumping

Ésta actividad consiste, a grandes rasgos, en el diseño de un salto de puenting (*bungee jumping*) que los alumnos deben realizar mediante experimentos y con el uso de un muñeco y gomas elásticas convencionales. En la primera fase, los alumnos trabajarán de forma cooperativa en grupos heterogéneos de 5 estudiantes y mediante el uso de materiales manipulativos testarán el comportamiento del experimento en el laboratorio creado (aula habitual) para determinar los parámetros de comportamiento (en definitiva la recta que relaciona el número de gomas empleado con la distancia recorrida) y el modelado de la función. Se puede ver un esquema del ensayo a llevar a cabo en el aula en la Figura 9.

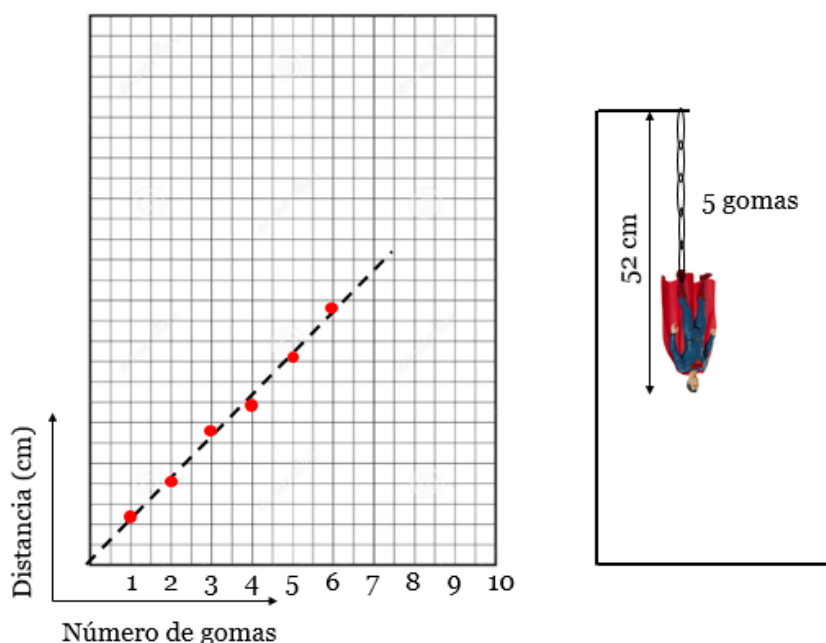


Figura 9. Esquema del ensayo y modelado de la función de comportamiento para la actividad 3. Elaboración propia.

En éste punto cabe destacar que la función real de un experimento de éste tipo se obtiene mediante el ajuste de la recta de regresión, pero al estar ésta fuera del currículum de 4º de la ESO, ésta parte deberá ser apoyada por el profesor. En una segunda fase y mediante los resultados de la primera fase, los grupos diseñarán los componentes del salto real (en el patio y en un lugar habilitado con altura suficiente) y competirán para ver qué equipo ha logrado el mejor diseño. Cabe resaltar que en un salto de éste tipo dominan dos factores: el salto debe ser emocionante y seguro a la vez. Por lo tanto gana quien se acerque más al suelo sin tocarlo. Los detalles de ésta actividad, contenidos, objetivos didácticos, competencias trabajadas, se muestran en la Tabla 11.

Tabla 11. Actividad 3: el bungee jumping. Elaboración propia

SESIONES 7, 8 y 9				
Objetivos: conocer el concepto de función y la relación entre variable independiente y variable dependiente, representar gráficamente una función lineal a partir de coordenadas, comprender y determinar su fórmula y su relación con el fenómeno físico (cantidad de gomas y distancia de bajada).				
	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
	CCL, CSC, CMCT, CAA, CSIE, CCEC, CD	Investigación, participativa, manipulativa, TIC	Grupos heterogéneos de 5 alumnos	Habitual
	Dentro del ámbito matemático, 1, 2 y 3 de la Tabla 1, 6 de la Tabla 2, 8 de la Tabla 3 y 11 y 12 de la Tabla 4 con CC2, CC3, CC4, CC5, CC6, CC7, CC11, CC12, CCD9 y CCD24			
Primera fase	<p>Los estudiantes destinarán los primeros minutos de la sesión a escuchar activamente en qué consiste concretamente la actividad, los objetivos, las enseñanzas aplicadas, el procedimiento básico, etc. Los alumnos visualizarán el video de un salto para entrar en contexto y entender los retos del experimento (Youtube. (3 de agosto de 2014). <i>BUNGEE JUMPING @Aqualandia (POV)</i>. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=xQSLYdJs_Cw).</p> <p>El profesor organizará a los alumnos por grupos heterogéneos de 5 estudiantes a los que entregará papel milimetrado, instrumentos de fijación (sargentos), una cinta métrica y cinta adhesiva. A partir de ahí los alumnos deberán organizar sus ensayos, toma de datos y mediante prueba y error determinar la mejor forma de llevar a cabo el experimento y modelado. En éste punto será de especial interés un fenómeno relacionado con las áreas de Tecnología, Ciencias e Ingeniería por el que se verá que la elasticidad de las gomas va variando hasta estabilizarse. Los alumnos deberán ver que los datos, en un mismo punto del ensayo, van variando a medida que se van haciendo lanzamientos, y deberán reflexionar sobre el efecto que esto tendrá cuando utilicen gomas nuevas todavía no estiradas en su aplicación real. Los alumnos realizarán tantos ensayos como quieran para, por un lado, obtener la mayor fiabilidad de los datos (repetitividad y poca dispersión) y por el otro tener en cuenta las limitaciones del entorno (altura máxima de la clase para ensayos). Cuando los alumnos tengan varios puntos de la recta, recibirán la ayuda del profesor para poder ver que el fenómeno es lineal pese a que los puntos no se alinean perfectamente. Dibujarán a mano la recta que mejor se ajuste visualmente y determinarán su ecuación mediante la expresión general y dos puntos conocidos. Posteriormente deberán entrar los datos en una hoja de cálculo (Excel) y con la ayuda del profesor crear la recta de regresión y comparar las</p>			

	ecuaciones obtenidas. Con esas ecuaciones, ya les es posible modelar el salto con el que van a competir.			
Segunda fase	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
	CMCT, CSC, CSIE, CCEC Dentro del ámbito matemático, la 3 de la Tabla 1, la 8 de la Tabla 3 y las 9, 10, 11 y 12 de la Tabla 4, con CC5, CC6, CC7, CC8, CC9, CC11, CCD9 y CCD24	Manipulativa, participativa	Grupos heterogéneos de 5 alumnos	Patio en zona segura y con altura suficiente para llevar a cabo el salto
	Ésta segunda fase los alumnos pondrán en marcha su salto real con el mismo muñeco de los experimentos pero determinando el número de gomas necesario para cumplir los dos requisitos base: acercarse lo máximo al suelo y no impactar. Para ello, utilizarán la fórmula que domina el experimento determinada en la fase 1 y aplicarán los factores correctores que consideren oportunos en base al desgaste de las gomas y a la relajación tensional de las gomas en función de su grado de utilización. Cada equipo dispondrá de dos oportunidades para obtener su resultado. En un primer lanzamiento comprobarán si sus cálculos son correctos y que error (estimativo) han podido cometer. Para el segundo lanzamiento, todos los equipos lanzarán a la vez y el salto se grabará en video. Gana el equipo que más se acerque al suelo sin impactar.			
Tercera fase	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
	CCL, CSC, CMCT, CD, CAA Dentro del ámbito matemático, la 10, 11 y 12 de la Tabla 4, con CC6, CC9, CCD9 y CCD24	Expositiva del alumnado, cooperativa, TIC	Grupos heterogéneos de 5 alumnos	Aula informática
	En ésta tercera fase los alumnos trabajarán en la redacción y entrega del informe de resultados mediante: <ul style="list-style-type: none"> • Edición en línea del documento de texto con Google Docs. • Edición de los gráficos necesarios con la hoja de cálculo en línea de Google Docs. • Entrega del informe por parte de cada alumno (el mismo para todo el grupo) en el aula virtual de Google Classroom creada por el profesor a tal efecto. • La evaluación de los logros se hará mediante la evidencia del informe y observación sistemática durante el proceso, ambos mediante rúbrica. 			

Ésta actividad presenta las siguientes características:

- Actividad interdisciplinar relacionada con Ciencias (método científico, propiedades y características de los materiales), Ingeniería (diseño de bancos de experimentos y desarrollo de proyectos) y Tecnología (relación fuerza-deformación para cuerpos elásticos).
- Trabajo cooperativo con reparto de roles con un objetivo común.
- Fomenta la actividad metacognitiva dentro del marco del ABP mezclando matemáticas, ciencias, ingeniería y tecnología.
- Es una actividad contextualizada.
- No se puede considerar una actividad que fomente la creatividad pues el planteamiento, pese a fomentar el espíritu investigador, tiene poco espacio a la creatividad (parte más artística).
- Se trabajan las competencias y la evaluación es competencial.
- Es una actividad innovadora que plantea el concepto de función como relación de variables y el trabajo en la expresión algebraica a través de la experimentación contextualizada en base a una actividad activa y motivadora, y no a través de un texto.
- Ésta actividad trabaja bien los conceptos del currículo de matemáticas para las funciones del 4º curso de la ESO si bien entra en juego el concepto de regresión lineal que no forma parte de los contenidos del mencionado curso. Para ello la ayuda del profesor en la parte de modelado se antoja imprescindible.
- Fomenta el trabajo cooperativo, la inclusión en el aula y la atención a la diversidad.

3.3.5.5 La espuma de cerveza

En ésta actividad los alumnos deberán modelar el proceso de desintegración de la espuma de cerveza en un vaso detectando el tipo de función que se genera. Para un grupo de 25 alumnos, se crearán 5 grupos de trabajo en el que cada grupo trabajará un tipo de cerveza de la misma marca (negra, sin alcohol, doble malta, clásica y tostada). Adicionalmente, se puede trabajar en el análisis del efecto de la temperatura en el comportamiento de la espuma, implicando así en la actividad al profesor de ciencias y alargando los experimentos unas sesiones más. Ésta posibilidad queda fuera del alcance de la presente propuesta en la que se detallarán solo los análisis a temperatura ambiente de los distintos tipos de cerveza. Una vez más, los alumnos trabajarán conceptos como la definición de función y la relación entre variable independiente y variable dependiente, y la representación gráfica de una función a partir de coordenadas. Como en la actividad presentada en la sección 3.3.5.4, el modelado de la función (la fórmula que rige el comportamiento) se debe sacar de una regresión mediante una hoja de cálculo. Al ser éste un concepto fuera del currículo del 4º curso de la ESO y habiéndose tratado superficialmente en la anterior actividad, en éste caso los alumnos se limitarán a ver el tipo de

comportamiento y a comprender el tipo de función matemática que lo rige sin ser necesario el modelado completo. Respecto a ésta actividad, caben destacar dos puntos adicionales. Por un lado el hecho de entrar bebidas con contenido alcohólico en un aula para un experimento no debería suponer ningún problema, del mismo modo que se hacen experimentos con productos químicos tóxicos en el laboratorio de química. Sin embargo, se deberá tener especial cuidado con la manipulación por parte de los estudiantes. Por otro lado, es importante destacar que el proceso de desintegración de la espuma de una cerveza vertida en un vaso se rige por dos factores: el nivel de espuma que desciende y el nivel de líquido que asciende. Por lo tanto el espesor de la espuma se obtendrá de restar ambos datos. El cómo los alumnos sean capaces de detectar ambos procesos así como medirlos determinará el grado de éxito del experimento. En la Figura 10 se puede observar un esquema y un ejemplo de los datos obtenidos durante el experimento.

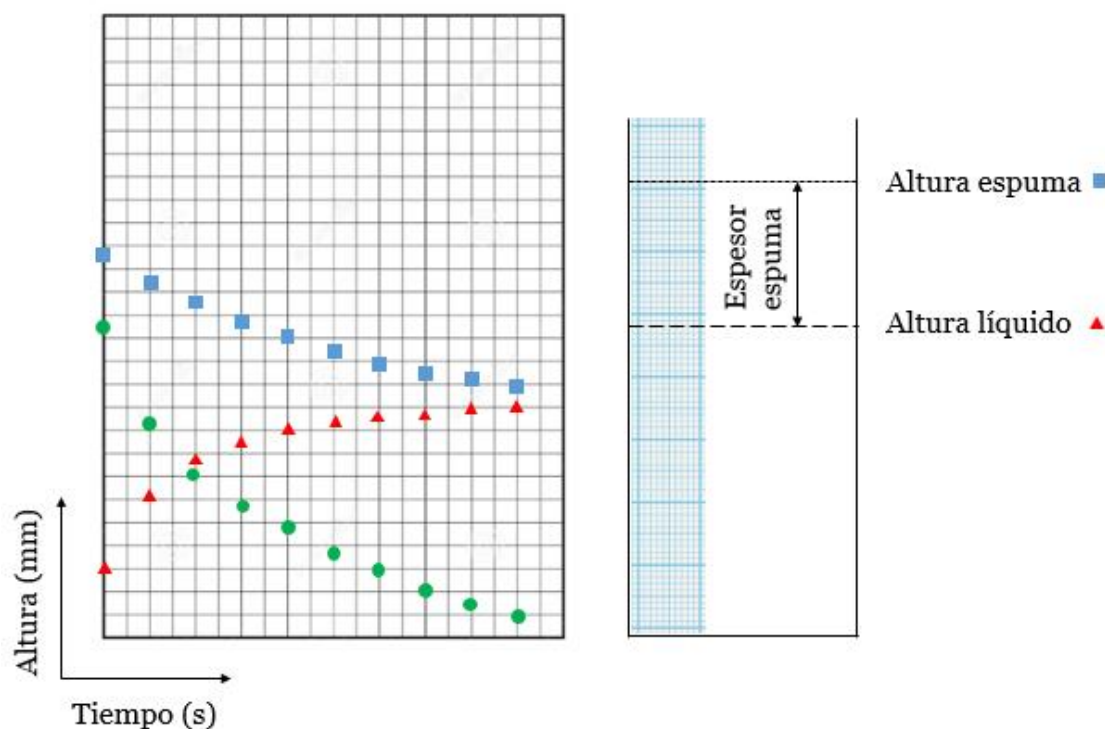


Figura 10. Esquema de la actividad 4 y ejemplo de los datos obtenidos y su tratamiento. Elaboración propia.

Otro factor que juega en papel en el experimento y que sin embargo no juega un papel en el resultado es el cómo se vierte la cerveza, o en otras palabras, el grosor inicial de espuma. En éste caso, el proceso de vertido simplemente juega un papel residual al determinar en qué punto de proceso gráfico se empiezan a tomar datos. Para realizar los experimentos, los alumnos deberán hacer uso de medios tecnológicos para poder grabar el experimento y así facilitar el recabado de datos (los dos niveles de la espuma en función del tiempo), necesitarán vasos de cristal de forma alargada, tiras de papel milimetrado para las mediciones y ordenadores para poder introducir los datos y tratarlos. Los detalles de la actividad 4 vienen descritos en la Tabla 12.

Tabla 12. Actividad 4: la espuma de cerveza. Elaboración propia

SESIONES 10 y 11				
Objetivos: conocer el concepto de función y la relación entre variable independiente y variable dependiente, representar gráficamente una función exponencial a partir de coordenadas, trabajar la combinación de funciones para obtener otra función.				
	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
	CCL, CSC, CMCT, CAA, CSIE, CCEC, CD	Investigación, participativa, manipulativa, TIC	Grupos heterogéneos de 5 alumnos	Aula informática
	Dentro del ámbito matemático, 1, 2 y 3 de la Tabla 1, 6 de la Tabla 2, 8 de la Tabla 3 y 11 y 12 de la Tabla 4 con CC2, CC3, CC4, CC5, CC6, CC7, CC11, CC12, CCD9 y CCD24			
Primera fase	<p>Los estudiantes destinarán los primeros minutos de la sesión a escuchar activamente en qué consiste concretamente la actividad, los objetivos, las enseñanzas aplicadas, el procedimiento básico, y algunos consejos del profesor para llevar a cabo la actividad de forma adecuada (medición de los dos datos de interés). Los alumnos reflexionarán sobre la relación que guardan ambos datos para obtener el espesor de la espuma.</p> <p>El profesor organizará a los alumnos por grupos heterogéneos de 5 estudiantes a los que entregará un vaso alargado, una tira de papel milimetrado (que deberán enganchar al vaso) y dos latas de cerveza del mismo tipo a temperatura ambiente. Los alumnos deberán preparar el experimento pegando la tira de papel milimetrado al vaso y enfocando uno de sus teléfonos móviles al vaso donde se puedan ver tanto el nivel de líquido como la altura absoluta de la espuma. El siguiente paso es el vertido de la cerveza y empezar a grabar hasta que no se aprecie disminución del espesor de la espuma (esto puede tomar entre 7 y 12 minutos desde el inicio del grabado). Cada grupo repetirá el experimento con la segunda lata de cerveza variando la forma de tirarla para que los datos obtenidos empiecen más temprano o más tarde dentro de la gráfica dependiendo de cómo se vierta. Cuando la fase experimental esté acabada los grupos procederán al recabado de datos e introducción de los mismos en una hoja de cálculo para su tratamiento y representación. Entonces los alumnos deberán buscar información en internet sobre los tipos de funciones existentes y reflexionar sobre qué tipo de función es la que más se asemeja a sus datos valorando el sentido de la expresión algebraica que domina dichas funciones. Empezarán a preparar la presentación para mostrar los resultados en la segunda fase de la actividad.</p>			

	Competencias	Metodología	Agrupamiento	Aula
Segunda fase	CMCT, CSC, CSIE, CD	Expositiva del alumnado, cooperativa, TIC	Grupos heterogéneos de 5 alumnos	Habitual con el ordenador del profesor
	Dentro del ámbito matemático, la 10, 11 y 12 de la Tabla 4, con CC6, CC9, CCD9 y CCD24			
	Ésta segunda fase de los alumnos realizarán la presentación de sus experimentos y resultados al resto del aula, con sus conclusiones y aprendizajes. Habrán trabajado la preparación de presentaciones en línea mediante Google Docs en casa y mostrarán sus capacidades comunicativas al resto de la clase.			

Ésta actividad presenta las siguientes características:

- Actividad interdisciplinar relacionada con Ciencias (método científico, posibilidad de trabajarla con el efecto de la temperatura), Ingeniería (diseño de bancos de experimentos y desarrollo de proyectos) y Tecnología (modelado fluido-dinámico de la espuma).
- Trabajo cooperativo con reparto de roles con un objetivo común.
- Fomenta la actividad metacognitiva dentro del marco del ABP mezclando matemáticas, ciencias, ingeniería y tecnología y planteando retos que deben ser investigados y resueltos.
- Es una actividad contextualizada.
- Se trabajan todas las competencias y la evaluación es competencial.
- La actividad, que se desarrolla mediante metodologías activas, plantea el concepto de función como relación de variables y construcción de gráficos a partir de coordenadas a través de la experimentación contextualizada.
- Fomenta el trabajo cooperativo, la inclusión en el aula y la atención a la diversidad

3.3.5.6 Sesión de trabajo 12

La última sesión de la unidad didáctica presentada se plantea a modo de clausura como valoración final de todas las actividades, de los logros de los estudiantes en su conjunto y como hecho competencial valorando el conocimiento general y las actitudes desarrolladas. Los alumnos valorarán su propio desarrollo de la UD, de sus conocimientos y su grado de satisfacción con la metodología empleada. Los detalles de ésta última sesión se especifican en la Tabla 13.

Tabla 13. Sesión 12, clausura de la UD. Elaboración propia.

SESIÓN 12			
Clausura de la unidad didáctica	Objetivos: valorar la unidad didáctica como tal, tomando en cuenta la valoración que hacen los propios estudiantes de la misma y el grado de logro alcanzado por los estudiantes a lo largo de las actividades.		
	Competencias	Metodología	Agrupamiento
	CCL, CSC, CMCT, CD	Exposición, debate, valorativa	Todo el grupo
	<p>En ésta última sesión los estudiantes valorarán sus logros y su propia experiencia de aprendizaje a través del debate en clase y una evaluación (propia y de los compañeros de equipo) en línea mediante hoja de cálculo de Google Docs a rellenar con sus respuestas.</p> <p>Durante una primera fase de la clase se realizará una charla coloquio acerca de la experiencia vivida. Los alumnos expresarán sus opiniones sobre la metodología empleada, sobre su percepción de sus logros y sobre el trabajo en equipo desarrollado en público. A continuación, procederán a rellenar un cuestionario sobre su propio aprendizaje, sobre su desarrollo, y sobre hasta qué punto consideran que han alcanzado las competencias perseguidas a través de las actividades. Finalmente, rellenarán otro cuestionario en línea con unas preguntas relacionadas con los contenidos de la UD para que el profesor pueda valorar si, desde un punto de vista más general, los alumnos han alcanzado los conocimientos que se pretendían. Estos cuestionarios pueden ser consultados en la sección 7.1 y 7.2.</p>		

3.3.6 Recursos

Los recursos necesarios para el correcto desarrollo de la unidad didáctica planteada vienen definidos por las propias actividades tal como se ha venido detallando en las secciones anteriores. El uso de herramientas TIC como ordenadores, teléfonos móviles, software como Excel, Powerpoint, Word y Geogebra, los libros de texto están a la orden del día. Sin embargo, ésta unidad didáctica se caracteriza por el uso de material manipulativo de uso cotidiano empleado para la enseñanza de las matemáticas, teniendo los recursos habitualmente empleados (anteriormente mencionados) un uso más bien tangencial o simplemente circunstancial para el desarrollo de otras competencias como la digital o la social y cívica mediante el trabajo cooperativo con las TAC (Tecnologías de aprendizaje Cooperativo). Los recursos específicos que se deben emplear para el correcto desarrollo de las actividades planteadas se detallan en la Tabla 14. Cabe destacar que se trata de recursos de uso cotidiano o académico habitual, fáciles de conseguir, y sobretodo, recursos muy económicos (o ya disponibles en el centro) que en ningún caso pueden plantear un problema de desarrollo de las actividades por falta de recursos económicos en el departamento.

Tabla 14. Recursos necesarios para el desarrollo de las actividades planteadas.

RECURSOS	
Las cajas de papel	<ul style="list-style-type: none"> • Papel cuadriculado de 46x62 recuadros • Cinta adhesiva • Tijeras • Ordenador del profesor • Proyector • Geogebra
El llenado de botellas	<ul style="list-style-type: none"> • Papel milimetrado • Botellas o recipientes típicos de laboratorio de distintos perfiles • Reglas • Balanzas • Vasos de precipitado reglados y sin reglar • Jeringuillas • Pipetas de laboratorio • Ordenador del profesor • Proyector • Acceso a internet • Ordenadores del aula informática • Powerpoint (o el <i>opensource</i> de Google Docs)
El bungee jumping	<ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de sujeción (sargentos, disponibles en el laboratorio de Tecnología) • Cinta métrica • Teléfonos móviles para grabar los experimentos y tomar medidas (opcional) • Gomas elásticas convencionales de empaquetar • Un muñeco por grupo (lo traen de casa) • Cinta adhesiva (opcional para enganchar la cinta métrica al sistema de sujeción) • Ordenador del profesor • Proyector • Acceso a internet • Excel (o el <i>opensource</i> de Google Docs) • Word (o el <i>opensource</i> de Google Docs) • Google Classroom (gratuito)
La espuma de cerveza	<ul style="list-style-type: none"> • Tiras de papel milimetrado • Vasos de tubo • Teléfonos móviles para grabar los experimentos y tomar medidas por su relación con el factor tiempo • 10 latas de cerveza (5 tipos distintos) • Pegamento • Ordenador del profesor • Proyector • Acceso a internet • Aula informática • Excel (o el <i>opensource</i> de Google Docs) • Powerpoint (o el <i>opensource</i> de Google Docs)

3.3.7 Evaluación

Como se ha comentado a lo largo del trabajo, la evaluación de los logros de los alumnos, tanto curriculares como actitudinales, se realiza mediante rúbricas. Asimismo, los procedimientos

de evaluación empleados, descritos brevemente en cada actividad, así como los tipos de evaluación considerados se detallan en la Tabla 15. Cabe destacar que la ponderación de los distintos tipos de evaluación, cuando los haya, corresponden al 70% la heteroevaluación (del profesor al alumno), 15% la autoevaluación (la evaluación del alumno a sí mismo) y el 15% restante de la coevaluación (evaluación de los compañeros). En caso que solo coexistan dos tipos, el peso será del 80% la heteroevaluación y el 20% el otro tipo considerado (autoevaluación).

Tabla 15. Procedimientos de evaluación empleados y tipos considerados.

PROCEDIMIENTOS Y TIPOS DE EVALUACIÓN POR ACTIVIDAD		
Las cajas de papel	Procedimientos	Tipos
	Observación sistemática	Heteroevaluación
El llenado de botellas	Procedimientos	Tipos
	Observación sistemática	Heteroevaluación
	Resultados y trabajo registrados en Water Line	Heteroevaluación
		Autoevaluación
	Presentación de resultados en clase	Heteroevaluación
		Autoevaluación
		Coevaluación
El bungee jumping	Procedimientos	Tipos
	Observación sistemática (tanto de la fase experimental como de la puesta en práctica de los resultados)	Heteroevaluación
	Informe de resultados	Heteroevaluación
		Autoevaluación
		Coevaluación
La espuma de cerveza	Procedimientos	Tipos
	Observación sistemática	Heteroevaluación
	Presentación de resultados en clase	Heteroevaluación
		Autoevaluación
		Coevaluación

Las rúbricas de evaluación que empleará el profesor serán las mismas que se facilitarán a los alumnos, tanto al principio de la unidad didáctica (con el fin de anticipar demandas y evaluación del trabajo de los alumnos, como se explicó en el punto 3.3.5.1) como a la hora de pedir que evalúen su propio trabajo y el trabajo de sus compañeros de equipo en los casos en que los haya (autoevaluación y coevaluación). Las rúbricas empleadas en cada procedimiento se presentan a continuación. Nótese que la puntuación va del 1 al 4 significando respectivamente los números suspenso, aprobado, notable y excelente. Todos los indicadores valen lo mismo, obteniendo la nota de la actividad por media aritmética de los valores de cada indicador de cada rúbrica. En caso de existir más de una rúbrica para una actividad, el resultado final es la media aritmética de los resultados obtenidos. La calificación final del alumno seguirá la misma estructura (1 a 4) tomando en cuenta el valor decimal que más se acerque y ajustando.

El uso de las rúbricas dependerá de a qué análisis estén enfocadas. Las de observación sistemática (observación directa en el aula) se emplearán mientras los alumnos desarrollan las actividades y se irán complementando a medida que transcurran las mismas. Las que evalúan producciones de los alumnos (sean resultados online o informes de resultados) se utilizarán en trabajo en casa del profesor. Finalmente, las que se usen para evaluar las comunicaciones orales de resultados (presentaciones) se usarán durante la comunicación. Aquellas rúbricas que se usen para autoevaluación y coevaluación serán compartidas mediante hoja de cálculo en Google Drive con cada alumno y con una pestaña para cada alumno implicado (el propio alumno y sus compañeros en tal caso) de forma que estas evaluaciones sean confidenciales entre profesor y alumno.

La rúbrica que se plantea para la evaluación por observación directa en el aula se presenta en la Tabla 16 y se utiliza en todas las actividades y sesiones.

Tabla 16. Rúbrica de observación directa en el aula. Elaboración propia.

OBSERVACIÓN SISTEMÁTICA					
Indicador		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
CURRICULARES	Desarrollo de la tarea	No trabaja en clase y no entrega la tarea requerida. Nula participación en equipo	Trabaja lo mínimo entregando lo más básico. No se implica a fondo en el trabajo en equipo	Hace un buen trabajo y sus entregas cumplen especificaciones a un buen nivel. Es un activo del equipo	Su desarrollo de la tarea y sus entregas son excelentes y se muestra como un líder del equipo ayudando a sus compañeros

	Comprensión de conceptos	No muestra comprensión de los conceptos implicados en las actividades	Entiende algunos conceptos relacionados con el currículo de matemáticas	Muestra un alto nivel de comprensión de la mayoría de conceptos	Su comprensión de los conceptos matemáticos es muy alta
	Resultados obtenidos	No obtiene los resultados esperados de la actividad	Obtiene parte de los resultados con errores significativos	Obtiene la mayoría de los resultados con errores menores de operación	Sus resultados son correctos, sin errores de concepto ni operación
	Calidad del trabajo	El trabajo es pobre y poco argumentado	Su trabajo está bien presentado con poca argumentación y conexión	Su trabajo está bien presentado, con pulcritud y argumentado. Falta conexión de conceptos	Su trabajo tiene una presentación, argumentación y conexión de conceptos excelente
	Relación de contenidos matemáticos en la actividad	No detecta conceptos matemáticos implicados en la actividad	Detecta algunos contenidos matemáticos implicados en la actividad	Detecta la mayoría de contenidos matemáticos relacionados con la actividad	Detecta todos los contenidos matemáticos relacionados con la actividad y los desarrolla de forma excelente
ACTITUDINALES	Respeto	No muestra respeto en la interacción con profesores y compañeros	Muestra respeto por el profesor y los compañeros pero no por las tareas de los compañeros	Se comunica con respeto hacia profesor y alumnos con algunas actitudes reprobables en alguna ocasión	Se comunica con un respeto exquisito con profesor y compañeros en todo momento y en todos los ámbitos
	Actitud	No muestra interés por la actividad ni capacidad	Muestra interés por la actividad pero no una actitud reflexiva	Muestra interés y actitud reflexiva por la tarea	Muestra interés, actitud reflexiva e indagadora por el reto planteado buscando

		reflexiva ante el reto	e inquisitiva por el reto planteado		soluciones y analizándolas
	Autonomía	Requiere constantemente orientación y no intenta desarrollar sus propias investigaciones	Desarrolla sus tareas pidiendo a menudo la ayuda de profesor y compañeros	Desarrolla sus tareas y rara vez requiere orientaciones	Desarrolla sus tareas de forma totalmente autónoma
	Relación de contenidos	No muestra interés por la relación de otras asignaturas con la actividad	Detecta algunas relaciones transversales con otras asignaturas	Detecta la mayoría de conexiones con otras áreas del saber científico	Tiene una comprensión y relación absoluta del saber científico como saber integrado

La rúbrica que se utilizará para evaluar los resultados de los alumnos en el aula virtual de Water Line se presenta en la Tabla 17 y se usa para la segunda fase de la actividad presentada en la sección 3.3.5.3. Cabe destacar que al tratarse de una evaluación de producciones online como tal, no se consideran indicadores actitudinales que ya se han evaluado en cada actividad mediante observación directa.

Tabla 17. Rúbrica de evaluación de resultados online en el aula virtual de Water Line. Elaboración propia.

RESULTADOS Y TRABAJO EN WATER LINE					
Indicador		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
CURRICULARES	Respuestas del cuestionario del aula	No responder a las preguntas planteadas	Responde a la mayoría de las preguntas planteadas con cierta corrección	Responde a todas las preguntas con algún error de concepto	Responde a todas las preguntas con total corrección
	Resultados obtenidos en las gráficas	No entrega las gráficas o no se observa interés por hacerlo con corrección	Entrega todas las gráficas pero se observa poco interés por hacerlo de forma correcta	Dibuja todas las gráficas con algunos errores no significativos	Dibuja todas las gráficas perfectamente, con detalle y con método
	Participación en resolución	No participa en las preguntas o	Contesta pocas preguntas y retos	Contesta muchas preguntas y	Contesta muchas preguntas y

de retos propuestos por compañeros	gráficas propuestas por el resto de compañeros ni plantea retos propios para ellos	gráficos de los compañeros y plantea alguno	cuestiones gráficas de los compañeros pero solo plantea 1 pregunta para el resto	gráficos de los compañeros y plantea varias cuestiones
------------------------------------	--	---	--	--

La rúbrica que se utilizará para evaluar las presentaciones de resultados por medios audiovisuales al resto del aula se detalla en la Tabla 18 y se utilizará para evaluar las partes correspondientes de las actividades planteadas en las secciones 3.3.5.3 y 3.3.5.5.

Tabla 18. Rúbrica de evaluación de presentación de resultados. Elaboración propia

PRESENTACIÓN AUDIOVISUAL DE RESULTADOS					
Indicador		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
CURRICULARES	Comprensión de conceptos	No muestra comprensión de los conceptos implicados en las actividades	Entiende algunos conceptos relacionados con el currículo de matemáticas	Muestra un alto nivel de comprensión de la mayoría de conceptos	Su comprensión de los conceptos matemáticos es muy alta
	Resultados obtenidos	No obtiene los resultados esperados de la actividad	Obtiene parte de los resultados con errores significativos	Obtiene la mayoría de los resultados con errores menores de operación	Sus resultados son correctos, sin errores de concepto ni operación
	Calidad de la presentación	La presentación está mal estructurada, no fluye. Los colores no son adecuados	La presentación tiene buena estructura y el alumno explica su parte correctamente	La presentación está bien estructurada y es amable para el oyente. El alumno explica bien los conceptos y relaciones	La presentación es excelente, fluye, está bien estructurada y organizada. El alumno explica perfectamente los conceptos
	Relación de contenidos matemáticos en la actividad	No se detectan los conceptos matemáticos implicados en la actividad	Se detectan algunos contenidos matemáticos implicados en la	Se detectan la mayoría de contenidos matemáticos relacionados con	Se detectan y presentan todos los contenidos matemáticos relacionados con

			actividad y los plasman en la presentación	la actividad y se plasman en la presentación	la actividad y se desarrollan de forma excelente
ACTITUDINALES	Respeto	No muestra una actitud ni respeto adecuados en una presentación audiovisual. No ayuda a los compañeros	Muestra una buena actitud y gesticula pese a leer de la pantalla a menudo	Muestra una buena actitud comunicativa, gesticula, interactúa pero tiende a necesitar asistencia de los contenidos en pantalla	Muestra una actitud comunicativa y respetuosa, gesticula, interactúa, mira a los ojos, asiste a sus compañeros cuando lo necesitan
	Actitud	No muestra interés por presentar sus resultados a la audiencia	Explica su parte pero no se detecta interés elevado por la actividad	Muestra una actitud de interés y activa para explicar sus logros	Tiene una actitud muy positiva para el resto del grupo, mostrando interés en explicar su parte y que las de los demás sea bien explicada
	Relación de contenidos	No demuestra haber visto la relación de otras asignaturas con la actividad	Detecta algunas relaciones transversales con otras asignaturas sin plasmarlo categóricamente	Detecta la mayoría de conexiones con otras áreas del saber científico y lo explica vagamente	Tiene una comprensión y relación absoluta del saber científico como saber integrado demostrándolo en la exposición con ejemplos fuera de pantalla

Finalmente, la Tabla 19 muestra la rúbrica de evaluación que se usará para los informes de resultados. Como sucedía con los resultados en aula virtual, ésta solo tiene en cuenta los indicadores curriculares puesto que los actitudinales en cada actividad se habrán tenido en cuenta mediante observación directa. Ésta rúbrica se usará para la actividad presentada en la sección 3.3.5.4.

Tabla 19. Rúbrica de evaluación de informe de resultados. Elaboración propia

INFORME DE RESULTADOS					
Indicador		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
CURRICULARES	Comprensión de conceptos	No muestra comprensión de los conceptos relacionados en la actividad	Entiende algunos conceptos relacionados con el currículo de matemáticas presentes en la actividad	Muestra un alto nivel de comprensión de la mayoría de conceptos	Su comprensión de los conceptos matemáticos es muy alta
	Resultados obtenidos	No obtiene los resultados esperados de la actividad	Obtiene parte de los resultados con errores significativos	Obtiene la mayoría de los resultados con errores menores de operación	Sus resultados son correctos, sin errores de concepto ni operación
	Calidad del informe	La redacción es de baja calidad, mal estructurada, no comunica, errores de formato y con faltas de ortografía	La redacción no es de buena calidad pero se incluyen todos los apartados y el formato es correcto. Hay algunas falta de ortografía leves	La redacción es buena, con todos los apartados y con el formato correcto presentando algunas faltas de ortografía leves	La redacción y la estructura son excelentes, el formato es el correcto, sin falta de ortografía reseñables
	Relación de contenidos matemáticos en la actividad	No se detectan los conceptos matemáticos implicados en la actividad	Se detectan algunos contenidos matemáticos implicados en la actividad y los plasma en el informe	Se detectan la mayoría de contenidos matemáticos relacionados con la actividad y se plasman en el informe	Se detectan y describen todos los contenidos matemáticos relacionados con la actividad y se desarrollan de forma excelente

3.4 Evaluación de la propuesta

En ésta sección del trabajo se procederá a analizar la propuesta de intervención como tal. La construcción de la matriz conocida como DAFO (Tabla 20) dará cuenta de la calidad, los beneficios, las dificultades de implantación o cualquier otro indicador de análisis que permitirá evaluar la propuesta en sí misma. Adicionalmente, en éste apartado se procederá a evaluar el

nivel de logro de los objetivos planteados (sección 1.3), tomando en cuenta que el último de ellos es precisamente lo que se realiza en la presente sección.

Tabla 20. Matriz DAFO de la propuesta planteada. Elaboración propia.

		FACTORES INTERNOS	FACTORES EXTERNOS
ASPECTOS NEGATIVOS	DEBILIDADES	<ul style="list-style-type: none"> Las actividades son transversales pero están planteadas solamente en el aula de matemáticas No se implican otros departamentos que extenderían la duración y sentido de los proyectos No se hace partícipe del proyecto a la vertiente más artística, creativa La programación tiene un enfoque ideal pero probablemente se requiera más tiempo 	AMENAZAS
	ASPECTOS POSITIVOS	FORTALEZAS	<ul style="list-style-type: none"> Actividades interdisciplinarias que fomentan el uso de conocimientos de forma transversal. Competencial Metodologías activas, integradoras Protagonismo del estudiante Contextualización, cognición situada Actividades de acción, divertidas, motivadoras Evaluación compartida, innovadora El aprendizaje es significativo
			<ul style="list-style-type: none"> Desmotivación inicial del alumnado Falta de conocimientos previos del alumnado debido al sistema en el que han estado inmersos Individualismo del profesorado Cultura escolar y posibilidad de directrices contrarias a la implantación Pesimismo y malestar docente en relación a la participación. Falta de colaboración del profesorado El paso a Bachillerato requiere saber enfrentarse a exámenes Sistema de evaluación no tradicional y posibilidad de discrepancias departamentales

En definitiva, la evaluación que hace el autor de ésta propuesta de intervención es muy positivo pues se considera que se han cumplido los objetivos marcados al inicio de la misma. Se ha diseñado una unidad didáctica basada en la educación STEM en el marco del ABP, y para ello se ha ido logrando la consecución de todos los objetivos parciales planteados. Pese a ello, y desde un punto de vista objetivo, el autor de éste trabajo considera, modestamente, que habría

que incidir especialmente en las debilidades relacionadas con la inclusión de la vertiente creativa y la participación de otros departamentos trabajando sobre las amenazas relacionadas con la situación del profesorado en el centro escolar.

4 Conclusiones

Durante la fase de revisión bibliográfica para la realización del presente trabajo se constató la importancia del aprendizaje multidisciplinar en un enfoque futurista a corto plazo. No en vano, los profesionales del futuro tendrán un fuerte componente del uso de las TIC, requerirán grandes dosis de trabajo autónomo, con capacidades de análisis elevadas y enfrentándose a proyectos que requerirán capacidades de visión lateral, de enfoques holísticos. Por lo tanto aparece como esencial que lleguen preparados a esa fase de sus vidas. Así, también se ha podido demostrar a lo largo de ésta fase del trabajo que la educación STEM y que el ABP incide muy positivamente en estos aspectos y que sus beneficios son múltiples. Por lo tanto, se considera que la unidad didáctica desarrollada, por sus características generales y particulares, ayuda a desarrollar las mencionadas capacidades y tiene un enfoque innovador si nos atenemos a la enseñanza tradicional todavía presente en las aulas de hoy. La flexibilidad, la inclusión, la integración, el trabajo con recursos cotidianos, situar el contexto cognitivo, la atención a la diversidad, los valores esenciales del trabajo cooperativo en equipo, el uso de recursos TIC y manipulativos, logra en cierta medida aumentar la motivación del alumnado, la alegría en el aula, atraer la atención y el placer por el aprendizaje, y en definitiva fomenta el aprendizaje profundo y significativo por parte de los alumnos.

Por otro lado, la innovación en el aprendizaje de hoy no solo consiste en convertir al alumno en protagonista de las actividades y que haga (que es cuando aprende), sino en convertir al alumno en protagonista de su propio aprendizaje dentro de un enfoque holístico, general. Y esto incluye la integración del alumno en su propio proceso de evaluación, haciéndole conocedor de los contenidos, de las demandas, anticipando por qué logros se le va a evaluar. A éste fin, el autor de éste trabajo considera que todo esto anteriormente mencionado se logra en ésta propuesta de intervención.

En general, se considera que los objetivos planteados al inicio de la propuesta se han logrado en su totalidad. Y cabe añadir que los objetivos didácticos, tanto curriculares como actitudinales de los alumnos, están plasmados en todas las actividades de una forma continua, de modo que los contenidos de la unidad didáctica se van viendo a lo largo de la misma y no de un modo automático. Esto permite que el conocimiento vaya asentándose en las estructuras de conocimiento del alumno de forma paulatina, por acción, y no por orden y en un tiempo concreto. Esto, en la opinión del autor de éste trabajo, contribuye sustancialmente a generar

un aprendizaje duradero en los alumnos y a fomentar una percepción de escuela por parte de los mismos mucho más positiva que la existente hoy en día.

Finalmente, y en relación al análisis o evaluación de la propuesta, al autor del presente trabajo le gustaría dejar una reflexión. Si el enfoque de los alumnos en su aprendizaje debe ser holístico, el enfoque de los profesores en la enseñanza no puede ser individual por mucho que se mezclen disciplinas. No basta con que cada profesor trabaje de modo multidisciplinar en su aula. El aprendizaje y educación de los estudiantes de hoy es cosa de toda la comunidad educativa, y eso, circunscrito a la propia enseñanza de contenidos, debe hacer reflexionar al cuerpo de profesores para entender que el enfoque debe tener un marcado carácter cooperativo. Trabajar juntos para lograr los objetivos juntos. Implicar a todo el profesorado para lograr realmente una escuela donde todo aprendizaje adquiera sentido global.

5 Limitaciones y prospectiva

Parece evidente, por cómo se ha descrito la propuesta, que la misma, como tal, no tiene grandes limitaciones de implantación por sí misma, a nivel interno. Sus debilidades pueden ser corregidas mediante un desarrollo más creativo y grupal de la misma. Sin embargo, podemos encontrar ciertas limitaciones a nivel de centro, a nivel de compañerismo, a nivel, en resumen, externo. Las amenazas. Será tarea del docente, con la ayuda del departamento, el lograr una satisfactoria implantación de la metodología aquí presentada. Y esto, la extensión de la metodología al resto de departamentos y en definitiva a la cultura escolar, dependerá en gran medida de los resultados. Contar con el apoyo del departamento y, por extensión, del centro, resultará clave para lograr la implicación del resto de departamentos. Y para ello se deberán vencer todos los obstáculos a la innovación incluidos en la Tabla 20.

En cuanto a las prospectivas, el autor del presente trabajo considera que los siguientes pasos en el desarrollo y mejora de la propuesta de intervención planteada consisten, a grandes rasgos, en complementar las actividades e implicar en primer lugar a los departamentos más cercanos (ciencias y Tecnología). Esto contribuiría a que las actividades pudieran ser implementadas en esas áreas logrando que los pequeños proyectos o actividades planteadas, pasen a ser proyectos de medio o largo alcance y entren a formar parte de las características esenciales del centro. Cuando los proyectos mezclan no solo otras disciplinas, sino también sus agentes relacionados, la sensación de continuidad y sentido del proyecto aumenta, y con ello la motivación por el producto final.

6 Referencias bibliográficas

- Beane, J. A. (1995). Curriculum Integration and The Disciplines of Knowledge. *The Phi Delta Kappan*, 76(8), 616-622.
- Brophy, J. (1986). Teacher influences on student achievement. *American Psychologist*, 41(10), 1069-1077.
- Carretero, R., Coriat, M., & Nieto, P. (1995). *Secuenciación, organización de contenidos y actividades de aula*. Sevilla: Consejería de Educación y Ciencia.
- Cascallana, M. T. (1988). *Iniciación a la Matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana, Aula XXI.
- Centre Sciences, & Adecum. (12 de Noviembre de 2019). *Matemáticas Experimentales*. Obtenido de Matemáticas Experimentales: <https://www.experiencingmaths.org/es/>
- Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional. (2013). *Nota informativa: Las sendas de la recuperación: tres escenarios sobre competencias y el mercado de trabajo para 2025*.
- Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional. (2015). *Annex 1 - Short descriptions of indicators and additional notes*.
- Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional. (2015). *España: Previsiones de las habilidades hasta 2025*.
- Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional. (2015). *Statistics and Indicators: 20. How many IVET students graduate in STEM subjects?*
- Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional. (2018). *Nota informativa: Menos fuerza bruta y más cerebro*.
- Chase, C. C., Marks, J., Malkiewich, L. J., & Connolly, H. (2019). How teacher talk guidance during invention activities shapes students' cognitive engagement and transfer. *International Journal of STEM Education*, 6(14).
- Decret 187/2015, de 25 de Agosto, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. (2015). *Diario Oficial de la Generalitat de Catalunya*.
- Desmos. (12 de Noviembre de 2019). *Water Line*. Obtenido de Water Line: <https://teacher.desmos.com/waterline>
- Domingo, J. (2008). El aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de Trabajo Social*, 21, 231-246.
- Dugger, W. E. (1993). The Relationship between Technology, Science, Engineering, and Mathematics. *American Vocational Association Conference*. Nashville, TN: ERIC.
- Dugger, W. E. (2016). Evolution of STEM in the United States. *XXII International Conference on Technological Education in*. Moscow (Rusia): ITEEA.

- Fernández, N. (2006). Estrategias de enseñanza para favorecer el aprendizaje significativo. *Revista Cognición*, 1(6), 12-28.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A., & Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: universidad de Granada.
- Greene, B. B. (1991). A Survey of Computer Integration into College Courses. *Educational Technology*, 31(7), 37-47.
- Hartzler, D. S. (2000). *A meta-analysis of studies conducted on integrated curriculum programs and their effects on student achievement*. Indianapolis: Indiana University.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1994). *Cooperative Learning in the Classroom*. Virginia: Association For Supervision and Curriculum Development.
- Jones, B. F., Rasmussen, C. M., & Moffitt, M. C. (1997). *Real-life problem solving: A collaborative approach to interdisciplinary learning*. American Psychological Association.
- Larmer, J., Mergendoller, J., & Boss, S. (2015). *Setting the standard for project based learning*. ASCD.
- LOE. (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 106, de 4 de Mayo de 2006.
- LOMCE. (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de Diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 295, de 10 de Diciembre de 2013.
- Mihardi, S., Harap, M. B., & Sani, R. A. (2013). The Effect of Project Based Learning Model with KWL Worksheet on Student Creative Thinking Process in Physics Problems. *Journal of Economics and Sustainable Development*, 4(18), 93-106.
- Mills, J. E., & Treagust, D. F. (2003). Engineering education: Is problem-based or project-based learning the answer? *Australasian Journal of Engineering Education*.
- Mooney, M. A., & Laubach, T. A. (2002). Adventure Engineering: A Design Centered, Inquiry Based Approach to Middle Grade Science and Mathematics Education. *Journal of Engineering Education*, 3(91), 309-318.
- Moore, T. J., & Smith, K. A. (2014). Advancing the State of the Art of STEM Integration. *Journal of STEM Education: innovations and Research*, 15(1), 5.
- Moore, T. J., Guzey, S. S., & Brown, A. (2014). Greenhouse design: An engineering unit. *Science Scope*, 37(7), 51-57.
- Moreno, I. (1996). Las nuevas tecnologías como nuevos materiales curriculares. *Educación y Medios*, 2, 40-47.
- Moreno, I. (2004). *La utilización de medios y recursos didácticos en el aula*. Madrid: UCM.
- National Research Council. (1996). *The national science education standards*. Washington DC: National Academy Press.

- Puig Adam, P. (1958). *El Material Didáctico Matemático Actual*. Madrid: Ministerio de Educación Nacional.
- Pujolàs Maset, P. (2008). *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Graó.
- Pujolàs Maset, P. (2015). *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Graó.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de Diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. (3 de Enero de 2015). *Boletín Oficial del Estado*.
- Respondek, L., Seufert, T., & Nett, U. E. (2019). Adding previous experiences to the person-situation debate of achievement emotions. *Contemporary Educational Psychology*, *58*, 19-32.
- Sanders, M. (2009). STEM, STEM Education, STEMmania. *The Technology Teacher*, 20-26.
- Sanders, M., & Wells, J. (2005). STEM graduate education/research collaboratory. *Virginia Tech Faculty, Virginia Tech*.
- Smith, J., & Karr-Kidwell, P. J. (2000). *The Interdisciplinary Curriculum: A Literary Review and a Manual for Administrators and Teachers*. ERIC.
- Squires, D., & McDougall, A. (1994). *Coosing and Using Educational Software: A Teacher's Guide*. Londres: Falmer Press.
- Szendrei, J. (1996). Concrete Materials in the Classroom. *International Handbook of Mathematics Education*, 411-434.
- Thompson, P. W. (1994). Concrete Materials and Teaching for Mathematical Understanding. *Arithmetic Teacher*, *41*(9), 556-558.
- Tourón, J., Santiago, R., & Diez, A. (2014). *The flipped classroom: Cómo convertir la escuela en un espacio de aprendizaje*. Océano de Mexico.
- Vars, G. F. (1991). Integrated Curriculum in Historical Perspective. *Educational Leadership*, 14-15.
- Yakman, G. (2008). STEAM education: An overview of creating a model of integrative education. *PATT 19 - Research on Techology, Innovation, Design and Engineering (TIDE) Teaching*. Salt Lake City, UT: ITEEA-2008.
- Yakman, G., & Lee, H.-N. (2012). Exploring the exemplary STEAM education in the US as a practical educational framework for Korea. *Journal of the Korean Association for Science Education*, *32*(6), 1072-1086.
- Youtube. (3 de Agosto de 2014). *BUNGEE JUMPING @Aqualandia (POV)*. Recuperado el 15 de Noviembre de 2019, de BUNGEE JUMPING @Aqualandia (POV): https://www.youtube.com/watch?v=xQSLYdJs_Cw
- Zabalza Beraza, M. Á. (2003). *Competencias docentes del profesorado universitario: Calidad y desarrollo profesional*. Madrid: Narcea Ediciones.

7 Anexos

En el apartado de anexos se incluye una sección con los cuestionarios de evaluación de la sesión final. Se incluyen solamente las preguntas que se harán a los alumnos sin preparar propiamente el documento que servirá para registrar las respuestas en línea. Estos cuestionarios se pueden hacer del mismo modo que las autoevaluaciones y las coevaluaciones, es decir, mediante hoja de cálculo compartida mediante Google Drive a la que cada alumno accederá para rellenar con sus respuestas.

7.1 Cuestionario de satisfacción

En éste apartado se presentan las preguntas que se realizarán a los alumnos para valorar su percepción sobre aspectos como el desarrollo de la unidad didáctica, su aprendizaje, su motivación por la asignatura cuando se trabaja con ésta metodología, el carácter transversal de las actividades, las relaciones con el profesor y con el resto de la clase, . El listado de preguntas se detalla a continuación.

- Describe en pocas palabras tus sensaciones en clase a lo largo de las últimas 12 sesiones de trabajo.
- ¿Dirías que te has aburrido en clase durante el desarrollo de las actividades?
- Menciona tres contenidos estudiados en otras asignaturas que consideras que han estado presentes en el desarrollo de las actividades y que te han servido para el correcto desempeño de las mismas.
- Valora de 0 a 10 el grado de aprendizaje que consideras que has obtenido mediante el desarrollo de las actividades planteadas en relación a los contenidos de la unidad, y si es posible, contraponlo al que consideras que has obtenido a lo largo de tu escolarización en entornos de enseñanza más tradicional (libro, pizarra, escucha).
- ¿Te gustaría que toda la educación (primaria y secundaria) se pudiera desarrollar de ésta forma mediante actividades manipulativas y con el uso de herramientas tecnológicas?
- ¿Hasta qué punto consideras que el hecho de no tener que realizar exámenes para tu evaluación ha jugado un papel positivo en tu motivación, reducción de ansiedad, visión de tus capacidades? Valora de 0 a 10.
- En vista del carácter más general del estudio de funciones que se ha desarrollado, ¿te consideras preparado para dar un salto cualitativo conceptual en la profundización del tema o por el contrario crees que no se ha trabajado lo suficiente el concepto matemático?

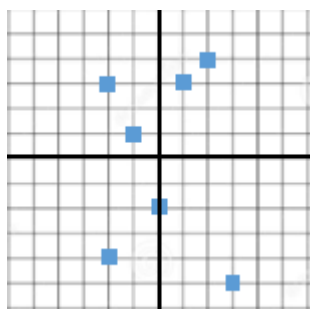
- Viéndote como un futuro profesional, ¿crees que es más importante saber mucho de matemáticas en profundidad o saber enfrentar problemas desde varios puntos de vista y mediante diversas herramientas?
- ¿Dirías que prefieres la satisfacción del trabajo autónomo desarrollando una actitud de indagación sobre los retos o por el contrario hubieras preferido una estructura clara y marcada de resolución?
- ¿Cómo consideras que se han desarrollado las relaciones de convivencia en el aula lo largo de las últimas 12 sesiones tanto entre compañeros como con el profesor?

7.2 Cuestionario de rendimiento

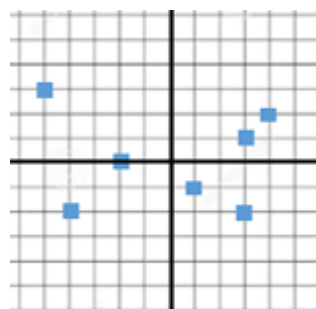
En éste apartado se presentan las preguntas que se realizarán a los alumnos para valorar su grado de logro, de aprendizaje, en relación a los objetivos y contenidos planteados al inicio de la unidad didáctica. Sin ser un examen como tal, se pretende ver hasta qué punto los alumnos pueden contestar preguntas conceptuales que se presentaban de forma subyacente en las actividades.

- Indica cuál de las siguientes frases define mejor el concepto de función:
 - a. Es una representación gráfica del comportamiento de un fenómeno mediante la posición de coordenadas.
 - b. Es una expresión algebraica entre x e y que sirve para calcular relaciones.
 - c. Es una relación, entre dos magnitudes, representada por las variables independiente y dependiente. A cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.
 - d. Es una relación entre variables que puede ser lineal, potencial o exponencial, que tiene un dominio y un recorrido, zonas de crecimiento y decrecimiento y que puede ser continua o discontinua.
- Dadas las coordenadas $(1,3)$, $(0,-2)$, $(-1,1)$, $(-2,3)$, $(-2,-4)$, $(2,4)$ y $(3,-5)$, cuál de los siguientes ejes de coordenadas las tiene bien posicionadas.

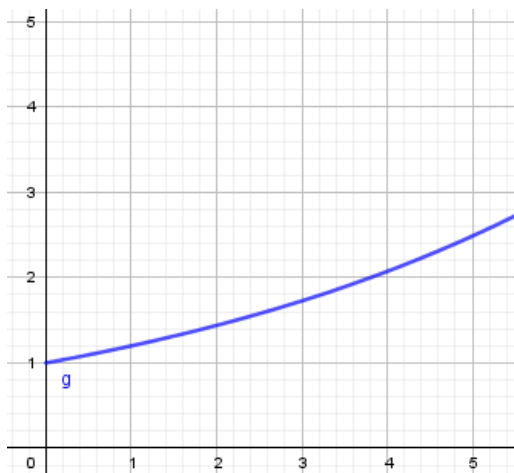
a.



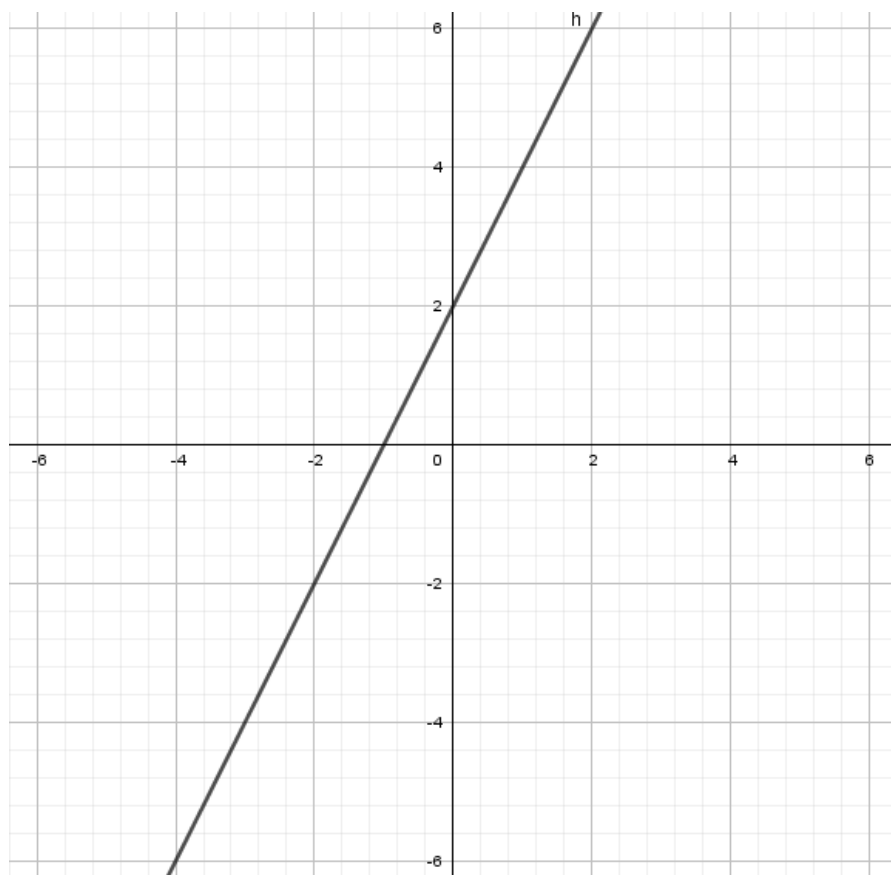
b.



- A la vista del gráfico de la figura, dirías que se trata de una función:

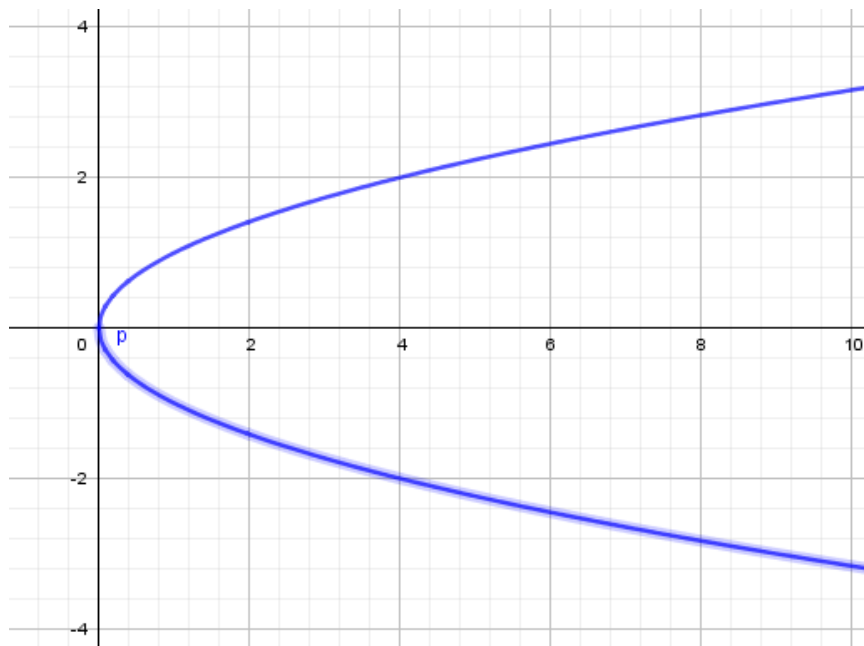


- Potencial
 - Exponencial
 - Lineal
 - Falta información en el gráfico para asegurarlo con certeza
- ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas se relaciona con la recta de la gráfica?

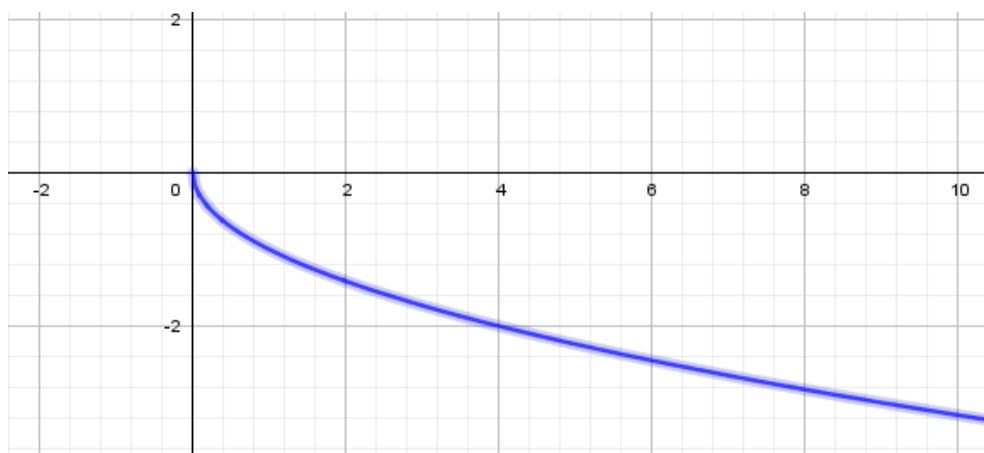


- $y=2-3x$
- $y=x+2$
- $y=2x+2$
- $y=x$

- A la vista del gráfico de la imagen, ¿dirías que se trata de una función?



- El dominio de la función $y = -\sqrt{x}$ representada en el gráfico se define por:



- a. Dom=[0,∞]
 - b. Dom=[0,∞)
 - c. Dom=R
 - d. Dom=(-∞,0]
- ¿Y el recorrido?
 - a. Rec=[0,∞]
 - b. Rec=[0,∞)
 - c. Rec=R
 - d. Rec=(-∞,0]

- Indica los puntos de corte con los ejes y aproximadamente las zonas de crecimiento y decrecimiento de la función de la imagen.

