

# ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS CALIFICACIONES OBTENIDAS POR LOS ALUMNOS DE SEPTIMO CURSO DE BACHILLERATO Y EXAMEN DE ESTADO, Y CORRELACION ENTRE AMBAS EN LAS DISTINTAS UNIVERSIDADES Y EN TOTAL, POR MEDIO DE UNA MUESTRA

P O R

JOSÉ ROYO LÓPEZ Y SEBASTIÁN FERRER MARTÍN (\*)

## INTRODUCCION

El actual Estatuto de Enseñanza Media, promulgado en 1938, lleva ya un número de años de vigencia suficientes para que haya podido asentarse, y, en consecuencia, estudiar alguna de sus facetas sin que pueda esgrimirse, ni como disculpa ni como agravante, las imperfecciones de toda obra recién nacida.

La clave del régimen actual del Bachillerato es el Examen de Estado; por esto parece labor primordial el estudio de la correlación que pueda existir entre las calificaciones obtenidas por los alumnos en séptimo curso y las del Examen de Estado de la misma convocatoria, y cuyos ejercicios se realizan con un mes escaso de diferencia.

A tal fin hemos procedido a extraer una muestra estratificada con afijación proporcional de la población de alumnos examinados en Examen de Estado en junio de 1950.

Tomaremos como escala de notas:

0	≤	Suspenseo	.....	<	5
5	≤	Aprobado	.....	<	7
7	≤	Notable	.....	<	9
9	≤	Sobresaliente	.....	≤	10

Consideraremos cada Universidad como un estrato de la población escolar y tomaremos una muestra estratificada aleatoria con afijación proporcional y fracción de muestreo 5/100.

(\*) Para la realización de gran número de cálculos se ha contado con la valiosa ayuda de los estadísticos D. Eduardo García España y don José Luis Tendero.

En todo el estudio tomaremos, en vez de los intervalos, las marcas de clase correspondientes; éstas son:

Suspenso, marca de clase .....	2,5
Aprobado, marca de clase .....	6
Notable, marca de clase .....	8
Sobresaliente, marca de clase .....	9,5

## I

## EXTRACCIÓN DE LA MUESTRA

Siendo la varianza de la distribución de notas en el Examen de Estado superior a la del séptimo curso, fijamos el tamaño de los estratos de la población escolar a partir de los datos de Examen de Estado, por lo cual se tomaron los números de alumnos matriculados en cada una de las Universidades, obteniendo a continuación el tamaño de cada uno de los estratos de la muestra.

Los tamaños de cada estrato en la población y en la muestra son (1):

ESTRATO — Universidad	Tamaño del estrato = número de alumnos	
	En la población	En la muestra
Núm. 1 .....	2.195	110
Núm. 2 .....	547	27
Núm. 3 .....	1.111	56
Núm. 4 .....	1.763	88
Núm. 5 .....	1.199	60
Núm. 6 .....	1.450	73
Núm. 7 .....	1.351	68
Núm. 8 .....	1.269	64
Núm. 9 .....	1.304	66
Núm. 10 .....	638	32
Núm. 11 .....	4 929	245
Núm. 12 .....	1.495	75
TOTALES.....	19.251	964

(1) Prescindimos del nombre de las Universidades.

Siendo, por lo tanto:

Tamaño de la población .....  $v = 19.251$   
 Tamaño de la muestra .....  $n = 964$

Tomamos de cada estrato, mediante las tablas de números aleatorios de R. A. Fisher y F. Yates, los números de matrícula de los alumnos de cada Universidad que se seleccionan para formar parte de la muestra, procediendo a continuación a la recogida de datos.

## II

### RECOGIDA DE DATOS

Fijados los alumnos que forman parte de cada estrato de la muestra, se envió el estado número 1 a cada una de las Universidades con la casilla: número de matrícula, rellenada, contestados los cuales se obtuvieron las notas de Examen de Estado de los alumnos de la muestra y el Instituto de Enseñanza Media donde aparecían matriculados.

ESTADO NÚMERO 1

UNIVERSIDAD DE .....

*Relación de alumnos de Examen de Estado con la puntuación obtenida en los exámenes de junio de 1950, indicando el Instituto de Enseñanza Media en que están matriculados.*

Número de matrícula	Nombre y apellidos	PUNTUACIONES OBTENIDAS		Instituto de Enseñanza Media de que procede
		Escrito	Oral	

## ESTADO NÚMERO 2

INSTITUTO NACIONAL DE ENSEÑANZA MEDIA DE .....

Nombre y apellidos	Matriculado en Examen de Estado en junio 1950		Calificación obtenida en séptimo curso		Fecha en que aprobó el séptimo curso
	Universidad	Núm. de matrícula	Punt. media	Nota	

Con los datos recogidos por el estado número 1, y clasificados, se procedió a confeccionar el estado número 2, que se remitió a los Institutos de Enseñanza Media con las casillas: Nombres y apellidos, Universidad y número de matrícula, rellenadas, contestados los cuales y clasificados sus datos se confeccionó el cuadro siguiente para cada una de las Universidades:

## UNIVERSIDAD DE .....

*Alumnos de Examen de Estado en junio de 1950, con las puntuaciones obtenidas en Examen de Estado y 7.º curso de Bachillerato*

Número de matrícula (1)	PUNTUACIONES		
	Séptimo curso	EXAMEN DE ESTADO	
		Escrito	Oral

A partir del cual se obtuvieron los resultados que veremos a continuación, primero para cada una de las Universidades y después para toda la población escolar considerada.

(1) En todo el trabajo prescindimos de los números de matrícula y nombre y apellidos de los alumnos.

## III

ESTUDIO DE LOS DATOS OBTENIDOS EN CADA UNO DE LOS ESTRATOS  
Y CONCLUSIONES PARA CADA UNA DE LAS UNIVERSIDADES.

## UNIVERSIDAD N.º 1

En esta Universidad se presentaron a Examen de Estado 2.195 alumnos. De ellos se ha tomado una muestra aleatoria basada en los números de matrícula, seleccionando mediante las tablas de números aleatorios de Fisher y Yates una muestra de 110 alumnos (equivalente al 5 por 100 de la población).

Las notas obtenidas en Examen de Estado y 7.º curso correspondientes a los alumnos que forman la muestra resultaron ser (referidas a la marca de clase):

TABLA I

*Alumnos de Examen de Estado en junio de 1950, con las puntuaciones obtenidas en Examen de Estado y 7.º curso de Bachillerato*

Séptimo Bachiller	Examen de Estado		Séptimo Bachiller	Examen de Estado		Séptimo Bachiller	Examen de Estado	
	Escrito	Oral		Escrito	Oral		Escrito	Oral
8	A	8	8	A	8	6	A	—
8	A	6	8	A	6	6	A	—
8	A	6	6	A	6	8	A	6
8	A	8	6	A	6	6	A	—
6	A	6	6	A	6	6	A	6
6	A	8	6	A	—	6	A	6
6	A	6	6	A	6	8	A	6
6	A	8	6	A	—	6	A	—
6	S	—	8	A	6	8	A	—
8	A	6	8	A	6	6	A	—
6	A	6	8	A	6	6	A	6
6	S	—	6	A	—	6	A	6
8	A	6	8	A	—	6	A	6
6	A	6	9,5	A	6	8	S	—
8	A	8	6	A	6	6	S	—
6	A	6	6	A	—	8	A	6
6	A	6	8	A	6	6	S	—
6	S	—	6	S	—	6	S	—

Séptimo Bachiller	Examen de Estado		Séplimo Bachiller	Examen de Estado		Séptimo Bachiller	Examen de Estado	
	Escrito	Oral		Escrito	Oral		Escrito	Oral
6	S	—	8	A	6	6	A	6
6	S	—	8	A	8	6	S	—
6	S	—	6	S	—	8	A	6
6	S	—	6	S	—	9,5	S	—
6	S	—	6	A	—	9,5	S	—
6	S	—	6	A	—	8	S	—
6	S	—	8	A	6	8	S	—
8	A	—	6	S	—	6	A	6
6	A	6	6	S	—	8	A	—
9,5	A	8	6	S	—	6	A	—
8	A	6	6	A	—	6	S	—
8	S	—	8	S	—	6	A	6
6	S	—	6	A	—	6	A	—
6	A	8	6	S	—	6	S	—
6	A	—	8	A	—	6	S	—
8	A	—	6	A	—	6	A	—
8	A	6	6	S	—	6	S	—
6	A	6	8	S	—	6	A	—
6	A	6	6	A	—	6	A	—

Tanto en examen de Estado como en Bachillerato, la correspondencia entre la puntuación obtenida y las notas clásicas es la siguiente:

Puntuación	Nota	Marca de clase
De 0 a 4,9 .....	Suspense .....	2,5
De 5 a 6,9 .....	Aprobado .....	6
De 7 a 8,9 .....	Notable .....	8
De 9 a 10 .....	Sobresaliente .....	9,5

En consecuencia, la clasificación por notas obtenidas en Examen de Estado y 7.º curso de Bachillerato por los alumnos que forman la muestra es:

TABLA II

7.º y <sub>a</sub> j	E. E. y <sub>x</sub> i	2,5	6	8	9,5	Totales n <sub>j</sub>
		Suspens.	Aprob.	Notables.	Sobresal.	
6	Aprobados	47	21	3	—	71
8	Notables	12	18	5	—	35
9,5	Sobresalientes	2	1	1	—	4
Totales	n <sub>i</sub> .	61	40	9	0	n <sub>x</sub> = 110

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

**TABLA III**

*Porcentaje y proporción de suspensos en Examen de Estado respecto al total de alumnos presentados a dicha prueba, según la nota obtenida en 7.º curso de Bachillerato.*

Notas en septimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	42,73 por 100 del total	$p_{11} = \frac{47}{110}$
Notable .....	10,91 por 100 del total	$p_{12} = \frac{12}{110}$
Sobresaliente.....	1,82 por 100 del total	$p_{13} = \frac{2}{110}$
<b>TOTAL.....</b>	<b>55,46 por 100 del total</b>	$p_x = \frac{61}{110}$

Estudiemos la fiabilidad de estos datos: El error de muestreo en las proporciones viene dado por la fórmula

$$D^2 [p_x] = \frac{v_x - n_x}{v_x - 1} \cdot \frac{\omega_x \Phi_x}{n_x}$$

Siendo  $v_x$  = tamaño del estrato en la población  $n_x$  = estrato en la muestra,  $\omega_x$  = proporción de suspensos, y  $\Phi_x = 1 - \omega_x$ .  
Aplicada dicha fórmula a cada una de las proporciones nos da:

$$D^2 [p_x] = \frac{2085}{2194} \cdot \frac{\frac{61}{110} \cdot \frac{49}{110}}{110} = 0,00213; \quad D [p_x] = 0,046$$

$$D^2 [p_{11}] = \frac{2085}{2194} \cdot \frac{\frac{47}{110} \cdot \frac{63}{110}}{110} = 0,00211; \quad D [p_{11}] = 0,0459$$

$$D^* [p_{12}] = \frac{2085}{2194} \cdot \frac{\frac{12}{110} \cdot \frac{98}{110}}{110} = 0,000838 ; \quad D [p_{12}] = 0,0289$$

$$D^* [p_{23}] = \frac{2085}{2194} \cdot \frac{\frac{2}{110} \cdot \frac{108}{110}}{110} = 0,000154 ; \quad D [p_{23}] = 0,0124$$

Como el error máximo permisible es  $E = KD [p_r]$ , si suponemos que las distribuciones de las proporciones en el muestreo son normales (hipótesis más lógica), y si queremos un coeficiente de confianza de 0,95 (1 es la seguridad), deberá ser  $K = 2$ , con lo cual obtenemos que

*El error máximo para las proporciones (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:*

$$E_1 = 2 \cdot 0,046 = 0,092 \quad E_{12} = 2 \cdot 0,00838 = 0,01676 \quad E_{23} = 2 \cdot 0,000154 = 0,000308$$

$$E_{123} = 2 \cdot 0,0124 = 0,0248$$

Resumiendo, podemos asegurar que

*Con un coeficiente de confianza de 0,95 y las hipótesis de rigor, de los alumnos presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 55,46 por 100, que se distribuyen:*

*El 42,73 por 100 son aprobados en 7.º curso de bachiller.*

*El 10,91 por 100 son notables en 7.º curso de bachiller.*

*El 1,82 por 100 son sobresalientes en 7.º curso de bachiller.*

Veamos ahora si existe alguna correspondencia y en qué grado entre las notas en 7.º curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

De los valores obtenidos en la tabla II deducimos:

$Y_i$	$Y_{sj}$	$n_{ij}$	$Y_i \cdot Y_{sj} \cdot n_{ij}$
15		47	705
20		12	240
23,75		2	47,5
36		21	756
48		18	864
57		1	57
48		3	144
64		5	320
76		1	76
Total .....			3.209,5

y en consecuencia  $\frac{\sum y_{xi} y_{xj} n_{ij}}{n_x} = \frac{3209,5}{110} = 29,1772$

Las medias marginales son:

$$a_{(x)} = \frac{2,5.61 + 6.40 + 8.9}{110} = \frac{464,5}{110} = 4,22273$$

$$a_{(y)} = \frac{6.71 + 8.35 + 9,5.4}{110} = \frac{744}{110} = 6,763636$$

Llamando  $z_{xi}$  y  $z_{xj}$  a las desviaciones con respecto a las medias aritméticas, tenemos:

$z_{xi}$	$n_{i.}$	$z_{xi}^2$	$z_{xi}^2 n_{i.}$	$z_{xj}$	$n_{.j}$	$z_{xj}^2$	$z_{xj}^2 n_{.j}$
-1,72273	61	2,9678	181,03	-0,763636	71	0,58314	41,403
1,77727	40	3,1587	126,35	1,236364	35	1,5285	53,497
3,77727	9	14,2678	128,41	2,736364	4	7,4877	29,950
TOTAL .....			435,79	TOTAL .....			124,850

$$S_x^2 = \frac{435,79}{110} = 3,961$$

$$S_y^2 = \frac{124,85}{110} = 1,135$$

$$S_x = 1,99$$

$$S_y = 1,07$$

Luego el coeficiente de correlación lineal es:

$$r = \frac{29,177 - 4,223 \cdot 6,763}{1,99 \cdot 1,07} = \frac{0,616}{2,13} = 0,289 < 0,5$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher; con esta transformación tenemos:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = \frac{1}{2} \ln \frac{1,289}{0,711} = \frac{1}{2} \cdot 0,59333 = 0,3$$

La desviación estándar de Z es:

$$S_Z = \frac{1}{\sqrt{n_1 - 3}} = \frac{1}{\sqrt{107}} = 0,0966$$

$$\text{Luego } \frac{Z}{S_Z} = \frac{296'6}{96} = 3'07$$

lo cual nos indica que:

*El coeficiente de correlación encontrado es significativo, y por consiguiente podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor, que no existe correlación entre las notas de Examen de Estado y las de séptimo curso de bachiller*

## UNIVERSIDAD N.º 2

En esta Universidad se presentaron a Examen de Estado 547 estudiantes, de los que un 5 por 100, o sea 27, forman la muestra seleccionada aleatoriamente. Los 27 alumnos que forman la muestra son aquellos cuyo número de matrícula coinciden con los 27 primeros números menores que 547, que aparecen en las tablas de números aleatorios de Fisher y Yates.

Las notas obtenidas por estos estudiantes en séptimo curso de Bachillerato y en Examen de Estado, fueron:

TABLA I

*Alumnos de Examen de Estado en junio de 1950, con las puntuaciones obtenidas en Examen de Estado y séptimo curso de Bachillerato.*

Séptimo Bachiller	Examen de Estado		Séptimo Bachiller	Examen de Estado		Séptimo Bachiller	Examen de Estado	
	Escrito	Oral		Escrito	Oral		Escrito	Oral
6	A	—	6	A	—	8	A	9'5
8	A	—	9'5	S	—	8	A	—
6	A	6	6	A	—	8	A	—
6	A	—	9'5	A	6	6	S	—
6	A	6	8	A	—	8	A	6
8	A	—	8	S	—	6	S	—
9, 5	A	8	6	A	—	6	S	—
6	A	6	8	A	6	6	A	6
9'5	A	9'5	6	A	8	6	A	—

y la tabla de notas será:

TABLA II

7.º y <sub>2j</sub>	E. E. y <sub>1i</sub>	2'5	6	8	9'5	Totales n <sub>.j</sub>
6		9	4	1		14
8		6	2		1	9
9'5		1	1	1	1	4
Totales n <sub>i.</sub>		16	7	2	2	n <sub>2</sub> = 27

De esta tabla obtenemos inemdiatamente.

TABLA III

*Proporción y porcentaje respecto al total de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado.....	33'33 por 100 del total	$p_{21} = \frac{1}{3}$
Notable.....	22'22 por 100 del total	$p_{22} = \frac{2}{9}$
Sobresaliente.....	3'70 por 100 del total	$p_{23} = \frac{1}{27}$
T O T A L.....	59'25 por 100 del total	$p_{2.} = \frac{16}{27}$

Estudiemos la fiabilidad de estos datos: El error de muestreo en las proporciones viene dado por la fórmula

$$D^2 [ p_a ] = \frac{v_a - n_a}{v_a - 1} \frac{\omega_a \Phi_a}{n_a}$$

siendo  $v_a$  = tamaño del estrato en población,  $n_a$  = tamaño del estrato en la muestra,  $\omega_a$  = proporción de suspensos, y  $\Phi_a = 1 - \omega_a$ .

Fórmula que aplicada a cada caso, puesto que es

$$\frac{v_a - n_a}{v_a - 1} = \frac{520}{540} = 0'9523809$$

resulta

$$D^2 [ p_{a1} ] = 0'9523809 \frac{\frac{16}{27} \cdot \frac{11}{27}}{27} = 0'008516 ; D [ p_{a1} ] = 0'09228$$

$$D^2 [ p_{a2} ] = 0'9523809 \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}{27} = 0'0078385 ; D [ p_{a2} ] = 0'08853$$

$$D^2 [ p_{a3} ] = 0'9523809 \frac{\frac{2}{9} \cdot \frac{7}{9}}{27} = 0'006097 ; D [ p_{a3} ] = 0'078$$

$$D^2 [ p_{a4} ] = 0'9523809 \frac{\frac{1}{27} \cdot \frac{26}{27}}{27} = 0'001258 ; D [ p_{a4} ] = 0'03546$$

Como el error máximo permisible es  $E = k D(p)$ , si suponemos que las distribuciones de las proporciones en el muestreo siguen la distribución normal, y si queremos un coeficiente de confianza de 0,95, deberá ser  $k = 2$ , con lo cual obtenemos que:

*El error máximo de las proporciones (con un coeficiente de confianza de 0,95), es:*

$$E_{a1} = 2 \cdot 0,092 = 0,18; E_{a2} = 2 \cdot 0,086 = 0,172; E_{a3} = 2 \cdot 0,078 = 0,156; E_{a4} = 2 \cdot 0,035 = 0,07.$$

En resumen, podemos asegurar que dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 59,25 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 33,33 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 22,22 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 3,70 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

De los valores de la tabla III deducimos:

<u><math>y_{xi} \cdot y_{aj}</math></u>	<u><math>n_{ij}</math></u>	<u><math>y_{xi} \cdot y_{aj} \cdot n_{ij}</math></u>
15	9	135
20	6	120
23,75	1	23,75
36	4	144
48	2	96
57	1	57
48	1	48
76	1	76
76	1	76
90,25	1	90,25
Total .....		866,—

Luego:

$$\frac{\sum y_{xi} y_{aj} n_{ij}}{n_s} = \frac{866}{27} = 32'074$$

Las medias marginales son:

$$a_{(1)} = \frac{2,5 \cdot 16 + 6 \cdot 7 + 8 \cdot 2 + 9,5 \cdot 2}{27} = \frac{117}{27} = 4,3$$

$$a_{(2)} = \frac{6 \cdot 14 + 8 \cdot 9 + 9,5 \cdot 4}{27} = \frac{194}{27} = 7,185$$

Llamando  $z_{xi}$  y  $z_{xj}$  a las desviaciones de las marcas de clase con respecto a la media correspondiente, tenemos:

$z_{xi}$	$z_{xi}^2$	$n \cdot i$	$z_{xi}^2 \cdot n \cdot i$	$z_{xj}$	$z_{xj}^2$	$n \cdot j$	$z_{xj}^2 \cdot n \cdot j$
-1,83	3,349	16	53,58	-1,185	1,404	14	19,65
1,67	2,789	7	19,52	0,815	0,664	9	5,97
3,67	13,469	2	26,94	2,315	5,359	4	21,43
5,17	26,729	2	53,45				
TOTAL.....			153,49	TOTAL.....			47,05

$$S_x^2 = \frac{153,49}{27} = 5,685; S_x = 2,384; S_y^2 = \frac{47,05}{27} = 1,743; S_y = 1,320$$

Luego el coeficiente de correlación es:

$$r = \frac{32,074 - 4,3 \cdot 7,185}{2,384 \cdot 1,320} = \frac{32,074 - 30,895}{3,147} = \frac{1,179}{3,147} = 0,375$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = \frac{1}{2} \ln \frac{1,375}{0,625} = \frac{1}{2} \ln 2,200 = \frac{1}{2} \cdot 0,798 = 0,399 = 0,4$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}; S_z = \frac{1}{\sqrt{24}} = 0,20$$

luego

$$\frac{|Z|}{S_z} = \frac{0,40}{0,20} = 2$$

que nos indica que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor, que:*

*No existe una correlación entre las notas obtenidas en el Examen de Estado por los alumnos presentados a dicha prueba y las que estos mismos alumnos obtuvieron en séptimo curso de Bachillerato.*

## UNIVERSIDAD N.º 3

En esta Universidad se presentaron a Examen de Estado 1.111 estudiantes, de los que un 5 por 100, o sea 56, forman la muestra seleccionada aleatoriamente. Los 56 alumnos que forman la muestra son aquellos cuyo número de matrícula coincide con los 56 primeros números menores que 1.111, que aparecen en tablas de números aleatorios de Fisher y Yates.

Procediendo de la misma forma que en los estratos anteriores, obtenemos:

TABLA I

7.º $y_{2j}$	E. E. $y_{zi}$	2,5	6	8	9,5	$n \cdot j$
6		29	15			44
8		1	7	2	1	11
9,5		—	1			1
$n_i$		30	23	2	1	$n_3 = 56$

De esta tabla obtenemos inmediatamente:

TABLA II

*Proporción y porcentaje respecto al total de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	51,8 por 100 del total	$p_{31} = \frac{29}{56}$
Notable .....	1,8 por 100 del total	$p_{32} = \frac{1}{56}$
Sobresaliente .....	0 por 100 del total	$p_{33} = \frac{0}{56}$
<b>T O T A L</b> .....	53,6 por 100 del total	$p_1 = \frac{15}{28}$

Estudiamos la fiabilidad de estos datos: El error de muestreo en las proporciones viene dado por la fórmula

$$D^2 [p_3] = \frac{v_3 - n_3}{v_3 - 1} \cdot \frac{\omega_3 \Phi_3}{n_3}$$

siendo  $v_3$  = tamaño del estrato en la población;  $n_3$  = tamaño del estrato en la muestra;  $\omega_3$  = proporción de suspensos, y  $\Phi_3 = 1 - \omega_3$

Fórmula que aplicada a cada caso, puesto que es

$$\frac{v_3 - n_3}{v_3 - 1} = \frac{1055}{1110}$$

resulta

$$D^2 [p_3] = \frac{1055}{1110} \cdot \frac{\frac{15}{28} \cdot \frac{13}{28}}{56} = 0'00422; D [p] = 0'065$$

$$D^2 [p_{3x}] = \frac{1055}{1110} \cdot \frac{\frac{29}{56} \cdot \frac{27}{56}}{\frac{56}{56}} = 0'004238; D [p_{3x}] = 0'06509$$

$$D^2 [p_{3a}] = \frac{1055}{1110} \cdot \frac{\frac{1}{56} \cdot \frac{55}{56}}{\frac{56}{56}} = 0'0002977; D [p_{3a}] = 0'01725$$

Como el error máximo permisible es  $E = k D(p)$ , si suponemos que las distribuciones de las proporciones en el muestreo siguen la ley normal, y si queremos un coeficiente de confianza de 0,95 deberá ser  $k = 2$ , con lo cual obtenemos que:

*El error máximo de las proporciones (con un coeficiente de confianza de 0,95), es:*

$$E_3 = 2 \cdot 0,065 = 0,130; E_{3x} = 2 \cdot 0,065 = 0,13; E_{3a} = 2 \cdot 0,017 = 0,034$$

En resumen, podemos asegurar que, dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 53,6 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 51,8 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 1,8 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 0 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

De los valores de la tabla I deducimos:

$y_{2i} \cdot y_{3j}$	$n_{ij}$	$y_{2i} y_{3j} n_{ij}$
15	29	435
20	1	20
36	15	540
48	7	336
64	2	128
76	1	76
57	1	57
TOTAL.....		1592

Luego:

$$\frac{\sum_{ij} y_{xi} y_{sj} n_{ij}}{n} = \frac{1592}{56} = 28,43$$

Las medias marginales son:

$$a_{(x)} = \frac{2,5 \cdot 30 + 6 \cdot 23 + 8,2 + 9,5 \cdot 1}{56} = \frac{238,5}{56} = 4,25$$

$$a_{(s)} = \frac{6 \cdot 44 + 8,11 + 9,5 \cdot 1}{56} = \frac{361,5}{56} = 6,46$$

Llamando  $z_{xi}$  y  $z_{sj}$  a las desviaciones de las marcas de clase con respecto a la media correspondiente, tenemos:

$z_{xi}$	$n_{i.}$	$z_{xi}^2$	$z_{xi}^2 n_{i.}$	$z_{sj}$	$n_{.j}$	$z_{sj}^2$	$z_{sj}^2 n_{.j}$
-1,75	30	3,06	162,18	-0,46	44	0,21	9,24
1,75	23	3,06		1,54	11	2,37	26,07
3,75	2	14,06	28,12	3,04	1	9,24	9,24
5,25	1	27,56	27,56				
TOTAL .....			217,86	TOTAL .....			44,55

$$S_x^2 = \frac{217,86}{56} = 3,89$$

$$S_x = 1,973$$

$$S_s^2 = \frac{44,55}{56} = 0,7955 \approx 0,80$$

$$S_s = 0,89$$

Luego el coeficiente de correlación lineal es:

$$r = \frac{28,43 - 4,25 \cdot 6,46}{1,97 \cdot 0,89} = \frac{28,43 - 27,45}{1,76} = \frac{0,98}{1,76} = 0,56$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+r}{1-r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,56}{0,44} = \frac{1}{2} \cdot 3,54 = 0,63206$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{53}} = 0,137 ; \frac{Z}{S_z} = \frac{0,63206}{0,137} = 4,613$$

que nos indica que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor, que existe muy poca correlación entre las notas del Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.*

#### UNIVERSIDAD NUMERO 4

En esta Universidad se presentaron a Examen de Estado 1.763 estudiantes, de los que un 5 por 100, o sea 88, forman la muestra seleccionada aleatoriamente. Los 88 alumnos que forman la muestra son aquellos cuyo número de matrícula coincide con los 88 números menores que 1.763, obtenidos con las tablas de números casuales de Fisher y Yates.

Procediendo de la misma forma que en los estratos anteriores, obtenemos:

T A B L A I

$7.^\circ$ $y_{2j}$	E. E. $y_{xi}$	2,5	6	8	9,5	$n. j$
6		41	29	3		73
8		2	7	1		10
9,5		1	3		1	5
$n_i$		44	39	4	1	88 = $n_4$

De esta tabla obtenemos inmediatamente:

T A B L A II

*Proporción y porcentaje respecto al total de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso:*

Notas en séptimo curso	Suspendos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	46,6 por 100 del total	$p_{41} = \frac{41}{88}$
Notable .....	2,3 por 100 del total	$p_{42} = \frac{2}{88}$
Sobresaliente .....	1,1 por 100 del total	$p_{43} = \frac{1}{88}$
<b>T O T A L</b> .....	50,0 por 100 del total	$p_4 = \frac{44}{88} = \frac{1}{2}$

Estudiemos la fiabilidad de estos datos. El error de muestreo en las proporciones viene dada por la fórmula:

$$D^2 [p_4] = \frac{v_4 - n_4}{v_4 - 1} = \frac{\omega_4 \Phi_4}{n_4}$$

siendo  $v_4$  = tamaño del estrato en la población;  $n_4$  = tamaño del estrato en la muestra;  $\omega_4$  = proporción de suspendos, y  $\Phi_4 = 1 - \omega_4$   
Fórmula que aplicada a cada caso resulta:

$$\begin{aligned} D^2 [p_{41}] &= 0,002688 ; D [p_{41}] = 0,051 \\ D^2 [p_{42}] &= 0,0002399 ; D [p_{42}] = 0,015 \\ D^2 [p_{43}] &= 0,000121 ; D [p_{43}] = 0,011 \\ D^2 [p_4] &= 0,002700 ; D [p_4] = 0,0518 \end{aligned}$$

Como el error máximo permisible es  $E_4 = K D [p_4]$ , si suponemos que las distribuciones de las proporciones en el muestreo siguen la ley normal, y si queremos un coeficiente de confianza de 0,95, deberá ser  $K = 2$ , con lo cual obtenemos que:

El error máximo de las proporciones (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:

$$E_4 = 2 \times 0,0518 = 0,1036; E_{4x} = 2 \cdot 0,05 = 0,1; E_{4a} = 2 \cdot 0,015 = 0,030; E_{4s} = 2 \cdot 0,011 = 0,022$$

En resumen, podemos asegurar que, dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 50 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 46,6 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 2,3 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 1,1 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$a_{(x)} = \frac{2,5 \cdot 44 + 6 \cdot 39 + 8 \cdot 4 + 9,5 \cdot 1}{88} = \frac{385,5}{88} = 4,38$$

$$a_{(a)} = \frac{6 \cdot 73 + 8 \cdot 10 + 9,5 \cdot 5}{88} = \frac{565,5}{88} = 6,43$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_x^2 = \frac{336,462}{88} = 3,823; S_x = 1,955$$

$$S_a^2 = \frac{85,280}{88} = 0,9690; S_a = 0,984$$

Luego el coeficiente de correlación lineal es:

$$r = \frac{28,73 - 4,38 \cdot 6,43}{1,955 \cdot 0,984} = \frac{28,73 - 28,16}{1,92} = \frac{0,57}{1,92} = 0,29$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = 0,299 \simeq 0,30$$

La desviación de estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{85}} = 0,10869 \simeq 0,11$$

Y siendo:

$$\frac{Z}{S_z} = \frac{0,30}{0,11} = 2,7$$

Nos indica que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor, que:*

*No existe correlación entre las notas del Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.*

#### UNIVERSIDAD NUMERO 5

Procediendo de la misma forma que en los estratos anteriores, para éste tenemos:

Tamaño del estrato en la población:  $v_5 = 1.199$ .

Tamaño del estrato en la muestra  $n_5 = 60$ .

TABLA I

7.º y <sub>aj</sub>	E. E. y <sub>xi</sub>	2,5	6	8	9,5	n <sub>i</sub>
6		22	16	4	—	42
8		3	8	3	1	15
9,5		—	1	—	2	3
n <sub>i</sub>		25	25	7	3	n <sub>5</sub> = 60

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

TABLA II

*Proporción y porcentaje, respecto al total, de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado . . . . .	36,66 por 100 del total	$p_{5x} = \frac{11}{30}$
Notable . . . . .	5,0 por 100 del total	$p_{5a} = \frac{1}{20}$
Sobresaliente . . . . .	0,0 por 100 del total	$p_{5s} = \frac{0}{60}$
<b>TOTAL</b> . . . . .	41,66 por 100 del total	$p_5 = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

Estudemos la fiabilidad de  $p$ : El error de muestreo viene dado por la fórmula:

$$D^2 [ p_5 ] = \frac{v_5 - n_5}{v_5 - 1} \cdot \frac{\omega_5 \Phi_5}{n_5}$$

como ya hemos dicho repetidas veces; luego:

$$D^* [ p_5 ] = 0,003851 \quad ; \quad D [ p_5 ]^2 = 0,0620$$

Error máximo permisible de la proporción  $p$  (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:

$$E_s = 2 \times 0,0620 = 0,124$$

Resumiendo, podemos asegurar que, dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 41,66 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 33,66 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 5,00 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 0,00 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal:

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$a_{(1)} = \frac{297}{60} = 4,95$$

$$a_{(2)} = \frac{400,5}{60} = 6,675$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_1^2 = \frac{304,85}{60} = 5,08; S_1 = 2,25 \quad ; \quad S_2^2 = \frac{69,41}{60} = 1,16 \quad ; \quad S_2 = 1,08$$

Luego el coeficiente de correlación lineal será:

$$r = \frac{34,125 - 4,95 \cdot 6,675}{2,25 \cdot 1,08} = \frac{34,125 - 33,041}{2,43} = \frac{1,084}{2,43} = 0,446$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = 1/2 \left( 1 + \frac{1,446}{0,554} \right) = 1/2 \cdot 0,96 = 0,48$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{57}} = 0,132$$

Y siendo

$$\frac{Z}{S_z} = \frac{480}{132} = 3,6$$

nos indica que

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor enunciados, que:*

*No existe correlación entre las notas del Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.*

#### UNIVERSIDAD NUMERO 6

Tamaño del estrato en la población:  $n_6 = 1.450$ .

Tamaño del estrato en la muestra:  $\gamma_6 = 73$ .

T A B L A I

7.º y <sub>2j</sub>	E. E. y <sub>2i</sub>	2,5	6	8	9,5	n . j
6		39	15	—	—	54
8		2	5	4	—	11
9,5		—	3	3	2	8
n <sub>i</sub> .		41	23	7	2	n <sub>6</sub> = 73

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

TABLA II

*Proporción y porcentaje, respecto al total, de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	53,42 por 100 del total	$p_{61} = \frac{39}{73}$
Notable .....	2,74 por 100 del total	$p_{62} = \frac{2}{73}$
Sobresaliente .....	0,00 por 100 del total	$p_{63} = 0$
TOTAL .....	56,16 por 100 del total	$p_6 = \frac{41}{73}$

Estudiemos la fiabilidad de  $p$ : El error de muestreo viene dado por la fórmula:

$$D^* [ p_6 ] = \frac{v_6 - n_6}{v_6 - 1} \cdot \frac{\omega_6 \cdot \Phi_6}{n_6}$$

como ya hemos dicho repetidas veces; luego:

$$D^* [ p_6 ] = 0,003205; \quad D [ p_6^- ] = 0,0566;$$

Error máximo permisible de la proporción  $p$  (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:

$$E_s = 2,005 = 0,10$$

Resumiendo, podemos asegurar que, dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 56,16 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

El 53,42 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.

El 2,74 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.

El 0,00 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal:

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$a_{(1)} = 4,321917$$

$$a_{(2)} = 6,684931$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_1^2 = \frac{349,18}{73} = 4,7833; \quad S_1 = 2,187; \quad S_2^2 = \frac{107,7534}{73} = 1,47607; \quad S_2 = 1,215$$

Luego el coeficiente de correlación lineal será:

$$r = \frac{30,69178 - 4,32 \cdot 6,68}{4,783 \cdot 1,215} = \frac{30,69178 - 28,8576}{5,811345} = \frac{1,8341}{5,8113} = 0,31560$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual:

$$Z = 1/2 \left[ \frac{1,3156}{0,6844} \right] = 1/2 \cdot 0,65233 = 0,32616$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{70}} = 0,119531$$

Y siendo

$$\frac{Z}{S_z} = 2,729$$

nos indica que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor enunciadas, que:*

*No existe correlación entre las notas del Examen de Estado y las*

obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.

## UNIVERSIDAD NUMERO 7

Tamaño del estrato en la población:  $v_7 = 1.351$

Tamaño del estrato en la muestra:  $n_7 = 68$ .

TABLA I

7.º $y_{aj}$	E. E. $y_{xi}$	2,5	6	8	9,5	$n_{.j}$
6		35	9	1		45
8		10	8	1		19
9,5		1	3			4
$n_i$		46	20	2		$n_7 = 68$

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

TABLA II

Proporción y porcentaje, respecto al total, de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.

Notas en séptimo curso	Suspendos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	51,47 por 100 del total	$p_{7x} = \frac{35}{68}$
Notable .....	14,71 por 100 del total	$p_{7a} = \frac{10}{68}$
Sobresaliente .....	1,47 por 100 del total	$p_{7s} = \frac{1}{68}$
TOTAL .....	67,65 por 100 del total	$p_7 = \frac{46}{68}$

Estudiamos la fiabilidad de  $p$ : El error de muestreo viene dado por la fórmula  $D^2 [ p_7 ] = \frac{v_7 - n_7}{v_7 - 1} \cdot \frac{\omega_7 \Phi_7}{n_7}$ , como ya hemos dicho repetidas veces; luego:

$$D^2 [ p_7 ] = 0,00305877; \quad D [ p_7 ] = 0,05530;$$

Error máximo permisible de la proporción  $p$  (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:

$$E_r = 2 \cdot 0,05530 = 0,1106$$

Resumiendo, podemos asegurar que dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 67,65 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 51,47 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 14,71 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 1,47 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$a_{(1)} = 3,69117$$

$$a_{(2)} = 6,764706$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_1^2 = \frac{209,008}{68} = 3,0736; \quad S_1 = 1,753; \quad S_2^2 = \frac{85,288}{68} = 1,2542; \quad S_2 = 1,119;$$

Luego el coeficiente de correlación lineal será:

$$r = \frac{25,584 - 3,691 \cdot 6,765}{1,753 \cdot 1,119} = \frac{0,61438}{1,9616} = 0,3132$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = 1/2 \ln \frac{1+r}{1-r} = 1/2 \ln \frac{1,3132}{0,6868} = 1/2 \ln 1,91 = 0,3235$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{68-3}} = \frac{1}{\sqrt{65}} = \frac{1}{8,062} = 0,1240387$$

Y siendo:

$$\frac{Z}{S_z} = \frac{0,3235}{0,1240} = 2,609$$

nos indica que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor, que:*

*No existe correlación entre las notas del Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.*

#### UNIVERSIDAD NUMERO 8

Tamaño del estrato en la población:  $v_8 = 1.269$ .

Tamaño del estrato en la muestra:  $n_8 = 64$ .

T A B L A I

7.º p <sub>a j</sub>	E. E. y <sub>r i</sub>	2,5	6	8	9,5	n <sub>. j</sub>
6		27	14			41
8		5	11			16
9,5		2	3	2		7
n <sub>i</sub>		34	28	2		n <sub>8</sub> = 64

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

TABLA II

Proporción y porcentaje, respecto al total, de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	42,19 por 100 del total	$p_{81} = \frac{27}{64}$
Notable .....	7,91 por 100 del total	$p_{82} = \frac{5}{64}$
Sobresaliente .....	3,13 por 100 del total	$p_{83} = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$
<b>TOTAL</b> .....	53,13 por 100 del total	$p_8 = \frac{34}{64} = \frac{17}{32}$

Estudiemos la fiabilidad de  $p$ : El error de muestreo viene dado por la fórmula:  $D^2 [ p_8 ] = \frac{v_8 - n_8}{v_8 - 1} \cdot \frac{\omega_8 - \phi_8}{n_8}$ , como ya hemos dicho repetidas veces; luego:

$$D^2 [ p_8 ] = 0,003698; \quad D [ p_8 ] = 0,0608;$$

Error máximo permisible de la proporción  $p$  (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:

$$E_1 = 2 \cdot 0,0608 = 0,1216$$

Resumiendo, podemos asegurar que dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 53,13 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 42,19 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

El 7,81 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.

El 3,13 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$a_{(x)} = 4,2031250$$

$$a_{(e)} = 6,8828125$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_1^2 = \frac{217,859}{64} = 3,4040 ; S_1 = \sqrt{3,404} = 1,845;$$

$$S_2^2 = \frac{99,875}{64} = 1,5605 ; S_2 = \sqrt{1,560} = 1,249,$$

Luego el coeficiente de correlación lineal será:

$$r = \frac{29,805 - 4,203 \cdot 6,883}{1,845 \cdot 1,249} = \frac{0,876}{2,304} = 0,380$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = 1/2 \left[ 1 + \frac{1,380}{0,620} \right] = 1/2 \left[ 2,226 \right] = 1/2 \cdot 0,7998 = 0,3999$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n_g - 3}} = \frac{1}{\sqrt{61}} = \frac{1}{7,810} = 0,1280$$

Y siendo:

$$\frac{|Z|}{S_z} = \frac{|Z|}{0,128} = \frac{0,3999}{0,1280} = 3,12$$

nos dice que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de costumbre, que:*

*No existe correlación entre las notas del Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.*

### UNIVERSIDAD NUMERO 9

Tamaño del estrato en la población:  $v_9 = 1.304$ .

Tamaño del estrato en la muestra:  $n_9 = 66$ .

TABLA I

7.º y <sub>a</sub> j	E. E. y <sub>1</sub> i	2,5	6	8	9,5	n . j
6		29	14	3		46
8		7	7	3		17
9,5		1		2		3
n i .		37	21	8		n <sub>9</sub> = 66

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

TABLA II

*Proporción y porcentaje, respecto al total, de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	43,94 por 100 del total	$p_{91} = \frac{29}{66}$
Notable .....	10,61 por 100 del total	$p_{92} = \frac{7}{66}$
Sobresaliente .....	1,51 por 100 del total	$p_{93} = \frac{1}{66}$
<b>TOTAL</b> .....	56,06 por 100 del total	$p_9 = \frac{37}{66}$

Estudemos la fiabilidad de  $p$ : El error de muestreo viene dado por

la fórmula  $D^2 [ p_9 ] = \frac{v_9 - n_9}{v_9 - 1} \cdot \frac{\omega_9 \Phi_9}{n_9}$ , como ya hemos dicho repetidas veces; luego:

$$D^2 [ p_9 ] = 0,003546; \quad D [ p_9 ] = 0,05955;$$

Error máximo permisible de la proporción  $p$  (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:

$$E_s = 2 \cdot 0,05955 = 0,11910$$

Resumiendo, podemos asegurar que dentro de las hipótesis de rigor y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 56,06 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 43,94 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

El 10,61 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.

El 1,51 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal:

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$\bar{x}_{(1)} = 4,280303 ; \bar{x}_{(2)} = 6,674242$$

Variaciones y desviaciones estándar:

$$S_1^2 = \frac{289,919}{66} = 4,392712; S_1 = 2,096; S_2^2 = \frac{76,471}{66} = 1,1586515; S_2 = 1,077$$

Luego el coeficiente de correlación lineal será:

$$r = \frac{29,193 - 4,280 \cdot 6,674}{2,096 \cdot 1,077} = \frac{0,628}{2,26} = 0,277$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = \frac{1}{2} \ln \frac{1,277}{0,723} = \frac{1}{2} \ln 1,76 = \frac{1}{2} \cdot 0,565 = 0,287$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{1}{7,9372} = 0,126$$

Y siendo:

$$\frac{Z}{S} = \frac{0,287}{0,126} = 2,27$$

nos indica que:

El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor, que:

*No existe correlación entre las notas de Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.*

## UNIVERSIDAD NUMERO 10

Tamaño del estrato de la población:  $v_{20} = 638$ .

Tamaño del estrato de la muestra:  $n_{20} = 32$ .

TABLA I

7.º y <sub>a j</sub> \ E. E. y <sub>x i</sub>	2,5	6	8	9,5	n . j
6	17	4	3		24
8	4	1		1	6
9,5			1	1	2
n i .	21	5	4	2	$n_{20} = 32$

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

TABLA II

*Proporción y porcentaje, respecto al total, de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspendos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	53,12 por 100 del total	$p_{201} = \frac{17}{32}$
Notable .....	12,50 por 100 del total	$p_{202} = \frac{4}{32}$
Sobresaliente .....	0 por 100 del total	$p_{203} = 0$
<b>TOTAL</b> .....	65,62 por 100 del total	$p_{20} = \frac{21}{32}$

Estudiamos la fiabilidad de  $p$ : El error de muestreo viene dado por la fórmula:  $D^2 [ p_{10} ] = \frac{v_{10} - n_{10}}{v_{10} - 1} \cdot \frac{w_{10} \Phi_{10}}{n_{10}}$ , como ya hemos dicho repetidas veces; luego:

$$D^2 [ p_{10} ] = 0,006706; \quad D [ p_{10} ] = 0,08189$$

Error máximo permisible de la proporción  $p$  (con un coeficiente de confianza de 0,95) es:

$$E_{10} = 2 \cdot 0,08189 = 0,16378$$

Resumiendo, podemos asegurar que dentro de las hipótesis de rigor y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 65,62 por 100, distribuidos de la siguiente forma:*

*El 53,12 por 100 obtuvieron aprobado en séptimo curso del Bachillerato.*

*El 12,50 por 100 obtuvieron notable en séptimo curso del Bachillerato.*

*El 0,00 por 100 obtuvieron sobresaliente en séptimo curso del Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal:

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$a_{(1)} = 4,171875 \quad a_{(2)} = 6,593750$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_1^2 = \frac{190,8048}{32} = 5,96265 \quad ; \quad S_1 = 2,4419$$

$$S_2^2 = \frac{37,21875}{32} = 1,16308 \quad ; \quad S_2 = 1,0785$$

Luego el coeficiente de correlación lineal será:

$$r = 0,39141$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1,39141}{0,60859} = \frac{1}{2} \cdot 0,82445 = 0,4122$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{29}} = 0,1858$$

Y siendo:

$$\frac{Z}{S_z} = \frac{0,4122}{0,1858} = 2,218$$

nos indica que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar, dentro de las hipótesis de rigor, que:*

*No existe correlación entre las notas de Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los no suspendidos en dicho curso.*

#### UNIVERSIDAD NUMERO 11

Tamaño del estrato en la población:  $v_{xx} = 4.929$ .

Tamaño del estrato en la muestra:  $n_{xx} = 245$ .

TABLA I

7.º y = i	E. E. y = i	2,5	6	8	9,5	n. j
6		107	55	6	2	170
8		27	21	9	3	60
9,5		6	2	4	3	15
n. i		140	78	19	8	245

De esta tabla obtenemos inmediatamente las siguientes conclusiones:

TABLA II

*Proporción y porcentaje, respecto al total, de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	43,673 por 100 del total	$p_{211} = \frac{107}{245}$
Notable.....	11,020 por 100 del total	$p_{212} = \frac{27}{245}$
Sobresaliente .....	2,449 por 100 del total	$p_{213} = \frac{6}{245}$
TOTAL.....	57,142 por 100 del total	$p_{21} = \frac{140}{245}$

Estudemos la fiabilidad de  $p_{21}$ : El error de muestreo será:

$$D^* = [p_{21}] = \frac{v_{21} - n_{21}}{v_{21} - 1} \cdot \frac{\omega_{21} \Phi_{21}}{n_{21}} = 0,0009500911; D[p_{21}] = 0,030824$$

Luego el error máximo permisible de la proporción  $p$ , con un coeficiente de confianza de 0,95, es:

$$E = 2 \cdot 0,030824 = 0,061648$$

Resumiendo, podemos asegurar que dentro de las hipótesis de rigor, y con un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 57,142 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 43,673 por 100 del total obtuvieron aprobado en séptimo curso del Bachillerato.*

*El 11,020 por 100 del total obtuvieron notable en séptimo curso del Bachillerato.*

*El 2,449 por 100 del total obtuvieron sobresaliente en séptimo curso del Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

De los valores de la tabla I deducimos:

Medias marginales:

$$\bar{a}_{(x)} = 4,269387 ; \bar{a}_{(y)} = 6,704082$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_x^2 = \frac{1155,22032}{245} = 4,71518 ; S_1 = 2,1714 ; S_y^2 = \frac{302,29605}{245} = 1,23386 ; S_2 = 1,1108$$

Luego el coeficiente de correlación lineal será:

$$r = \frac{29,2663 - 4,2694 \cdot 6,7041}{2,1714 \cdot 1,1108} = \frac{0,6439}{2,4120} = 0,2670$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher, según la cual es:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1,2670}{0,7330} = \frac{1}{2} \ln 1,729 = \frac{1}{2} \cdot 0,54754 = 0,2737$$

La desviación estándar de Z será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n_{xx} - 3}} = \frac{1}{\sqrt{242}} = \frac{1}{15,556}$$

y siendo:

$$\frac{Z}{S_z} = 0,2737 \cdot 15,556 = 4,258$$

Lo cual nos indica que:

*El coeficiente de correlación hallado es significativo, y, por tanto, podemos afirmar que dentro de las hipótesis de rigor:*

*No existe correlación entre las notas de Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso del Bachillerato por los alumnos que se presentaron a dicha prueba.*

## UNIVERSIDAD NUMERO 12

Tamaño del estrato en la población  $v_{rs} = 1.495$ .

Tamaño del estrato en la muestra  $n_{rs} = 75$ .

TABLA I

7.º y <sub>sj</sub> \ E. E. y <sub>xi</sub>	2,5	6	8	9,5	n . j
6	45	6	1		52
8	5	11		1	17
9,5	2	2	2		6
n i .	52	19	3	1	75

De esta tabla deducimos inmediatamente la siguiente:

TABLA II

*Proporción y porcentajes respecto al total de alumnos suspendidos en Examen de Estado con relación a las notas obtenidas en séptimo curso.*

Notas en séptimo curso	Suspensos en E. E.	Proporción
Aprobado .....	60,000 por 100 del total	$p_{232} = \frac{3}{5}$
Notable .....	6,666 por 100 del total	$p_{233} = \frac{1}{15}$
Sobresaliente .....	2,666 por 100 del total	$p_{233} = \frac{2}{75}$
<b>TOTAL</b> .....	69,333 por 100 del total	$p_{233} = \frac{52}{75}$

Estudiamos la fiabilidad de  $p$ . El error del muestreo será:

$$D^* [p_{22}] = \frac{v_{22} - n_{22}}{v_{22} - 1} = \frac{\omega_{22} \Phi_{22}}{n_{22}} = 0,002694543 ; D [p_{22}] = 0,051908$$

Luego el error máximo permisible de la proporción  $p$ , con un coeficiente de confianza de 0,95, es:

$$E = 2 \times 0,051908 = 0,103816$$

Resumiendo, podemos asegurar que dentro de las hipótesis de rigor y un coeficiente de confianza de 0,95:

*De los estudiantes presentados a Examen de Estado fueron suspendidos el 69,333 por 100, distribuidos en la siguiente forma:*

*El 60,00 por 100 del total obtuvieron aprobado en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 6,66 por 100 del total obtuvieron notable en séptimo curso de Bachillerato.*

*El 2,66 por 100 del total obtuvieron sobresaliente en séptimo curso de Bachillerato.*

Veamos si existe alguna correspondencia, y en qué grado, entre las notas de séptimo curso y Examen de Estado. Para ello encontraremos el coeficiente de correlación lineal.

Medias marginales:

$$a_{(1)} = 3,700000 \quad a_{(2)} = 6,733333$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$S_1^2 = 3,5266666 \quad S_1 = 1,8779$$

$$S_2^2 = 1,3488889 \quad S_2 = 1,1614$$

Luego el coeficiente de correlación lineal es:

$$r = \frac{26,0867 - 3,7 \cdot 6,7333}{1,8779 \cdot 1,1614} = \frac{1,1735}{2,18099} = 0,53806$$

Para estudiar la significación de este coeficiente efectuaremos la transformación de Fisher. Será:

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n_{22} - 3}} = \frac{1}{\sqrt{72}} = \frac{1}{8,4853}$$

cuya desviación estándar es:

$$Z = \frac{1}{2} \left( \frac{1+r}{1-r} \right) = \frac{1}{2} \left( 3,32956 \right) = 0,5999$$

y siendo:

$$\frac{Z}{S_z} = 0,5999 \times 8,4853 = 5,09$$

podemos asegurar que:

*El coeficiente de correlación indicado es significativo, y, por tanto, afirmar que dentro de las hipótesis de rigor existe una correlación muy leve entre las notas de Examen de Estado y las obtenidas en séptimo curso de Bachillerato por los alumnos que se presentaron a dicha prueba.*

#### IV

### ESTUDIO DE LOS DATOS OBTENIDOS PARA EL TOTAL DE LA POBLACION ESCOLAR Y CONCLUSIONES

Como resumen de todo lo expuesto para cada Universidad, que ha constituido en nuestra muestra un estrato, trataremos de encontrar conclusiones finales que comprendan los resultados obtenidos en Examen de Estado por los alumnos presentados a dicha prueba en relación con los que obtuvieron en el último curso del Bachillerato.

La población total en estudio se compone de  $v = 19.251$  estudiantes, y el tamaño de la muestra (5 por 100 de la población) es  $n = 964$ , cuyas clasificaciones se reparten según indica la tabla adjunta, resumen de las tablas II de los estratos 1 y 2 y de las tablas I de los restantes estratos.

T A B L A I

*Estudiantes clasificados por las notas obtenidas en Examen de Estado y en séptimo curso del Bachillerato*

7.º y <sub>aj</sub>	E. E. y <sub>1i</sub>	2,5 Suspenseo	6 Aprobado	8 Notable	9 Sobresal.	n <sub>.j</sub> TOTAL
6 Aprobado		447	202	25	2	676
8 Notable		84	106	28	8	226
9,5 Sobresaliente		16	20	16	10	62
n <sub>i</sub> T O T A L		547	328	69	20	n = 964

Pasaremos ahora a estimar las proporciones respecto del total de alumnos presentados de los suspendidos que obtuvieron distinta notas en séptimo del Bachillerato. Para ello emplearemos la fórmula usual en este tipo de muestreo (estratificado aleatorio):

$$\widehat{p}_j = \frac{1}{v} \sum_i v_i p_{ji} \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$\widehat{p} = \frac{1}{v} \sum_i v_i p_i$$

Hemos de recordar que en los estratos 3, 5, 6 y 10 no pudo estimarse el valor de  $p_{.j}$ , debido a tratarse de una característica tan rara que la muestra no podía acusarla. Por ello, el valor de  $v$  será el ya sabido 19.251 para estimar  $p_{.1}$ ,  $p_{.2}$  y  $p_{.3}$ , y 14.853 para  $p_{.j}$ , el cual viene dado por la suma de los tamaños de todos los estratos en que ha podido estimarse esta característica.

Para el cálculo de estas estimaciones podemos formar la siguiente

TABLA II

Cálculo de las estimaciones de las distintas proporciones

ESTRATO	vi	pi <sub>x</sub>	pi <sub>s</sub>	pi	vi pi <sub>x</sub>	vi pi <sub>s</sub>	vi pi	vi pi <sub>s</sub>	vi pi
1.º .....	2,195	47 : 110	12 : 110	61 : 110	937,863636	239,454545	39,909091	1217,227272	
2.º .....	547	1 : 3	2 : 9	16 : 27	182,333333	121,555556	20,259259	324,148148	
3.º .....	1,111	29 : 56	1 : 56	30 : 56	875,339285	19,899286	20,034091	595,178571	
4.º .....	1,763	41 : 88	2 : 88	44 : 88	821,397727	40,068182	20,034091	881,500000	
5.º .....	1,199	11 : 30	1 : 20	5 : 12	439,633333	59,950000	20,034091	499,583333	
6.º .....	1,450	39 : 73	2 : 73	41 : 73	774,657534	39,726027	19,867647	814,383561	
7.º .....	1,351	35 : 68	10 : 68	46 : 68	695,367647	198,676470	19,867647	913,911764	
8.º .....	1,269	27 : 64	5 : 64	17 : 32	535,359375	99,140625	39,056250	674,156250	
9.º .....	1,304	29 : 66	7 : 66	37 : 66	572,969697	138,303030	19,757576	731,030303	
10.º .....	638	17 : 32	4 : 32	21 : 32	338,937500	79,750000	120,710204	418,687500	
11.º .....	4,929	107 : 245	27 : 245	140 : 245	2152,665306	543,195918	39,866667	2816,571428	
12.º .....	1,495	3 : 5	1 : 15	52 : 75	897,000000	99,666667	39,866667	1036,533333	
TOTAL....	19,251 14,853				8923,524373	1679,326305	320,060785	10922,911463	
Estimador .....					0,46353563	0,0872332	0,0215486	0,567394	

cuyas cifras finales expresamos a continuación:

TABLE III

*Porcentajes y proporciones de suspensos en Examen de Estado respecto del total de examinandos*

Notas en séptimo curso del Bachillerato	Proporción estimada	Porcentaje estimado
Aprobado .....	0,46353	46,3 por 100 del total
Notable .....	0,08723	8,72 por 100 del total
Sobresaliente .....	0,02155	2,15 por 100 del total
TOTAL .....	0,5674	56,7 por 100 del total

Interesa ahora conocer la fiabilidad de estos resultados, para lo cual debemos estimar el error de muestreo de estas proporciones, cuyo cálculo, aunque laborioso, expresamos a continuación:

T A B L A I V

*Cálculo del error del muestreo de las proporciones*

Estrato	$v_i$	$D^2 [p_{1i}]$	$D^2 [p_{2i}]$	$D^2 [p_{3i}]$	$D^2 [p_i]$	$v_i^2 D^2 [p_{1i}]$	$v_i^2 D^2 [p_{2i}]$	$v_i^2 D^2 [p_{3i}]$	$v_i^2 D^2 [p_i]$	$v_i^2 D^2 [p_{1i}]$	$v_i^2 D^2 [p_{2i}]$	$v_i^2 D^2 [p_{3i}]$	$v_i^2 D^2 [p_i]$
1.º	4818025	0,0021110133	0,00083841662	0,00015399489	0,0021309756	10170,915	4039,512	741,9512	10267,094	10170,915	4039,512	741,9512	10267,094
2.º	299209	0,0078385263	0,0060966316	0,0012580351	0,0085159299	2345,357	1824,167	376,4154	2548,042	2345,357	1824,167	376,4154	2548,042
3.º	1234321	0,0042376703	0,00029766522	0,00042214340	0,0042214340	5230,645	367,414	377,2113	5210,604	5230,645	367,414	377,2113	5210,604
4.º	3108169	0,0026880866	0,00023993264	0,00012136128	0,0027006372	8355,015	745,751	377,2113	8394,036	8355,015	745,751	377,2113	8394,036
5.º	1437601	0,0636797595	0,00075267807	0,00034688484	0,0038514229	5290,025	1082,050	377,2113	5536,809	5290,025	1082,050	377,2113	5536,809
6.º	2102500	0,0032392204	0,00034688484	0,00034688484	0,0032050205	6810,460	729,325	377,2113	6738,565	6810,460	729,325	377,2113	6738,565
7.º	1825201	0,0034909862	0,0017530494	0,00020250743	0,0030587689	6371,751	3199,667	377,2113	5582,868	6371,751	3199,667	377,2113	5582,868
8.º	1610301	0,0036215406	0,0010694239	0,000449520566	0,0036976691	5831,987	1722,158	377,2113	5954,582	5831,987	1722,158	377,2113	5954,582
9.º	1700416	0,0035460442	0,0013648800	0,00021481162	0,0035460442	6029,750	2320,863	377,2113	6029,750	6029,750	2320,863	377,2113	6029,750
10.º	407044	0,0074032674	0,0032516312	0,00067064893	0,0067064893	3013,455	1323,556	377,2113	2729,836	3013,455	1323,556	377,2113	2729,836
11.º	24295041	0,00095435686	0,00038042425	0,00009268236	0,00095009114	23186,139	9242,422	377,2113	23082,503	23186,139	9242,422	377,2113	23082,503
12.º	2235025	0,0030414993	0,00078853686	0,00032893252	0,0026945431	6797,827	1762,400	377,2113	6022,371	6797,827	1762,400	377,2113	6022,371
TOTAL						89433,326	28359,285	5941,2481	88097,050	89433,326	28359,285	5941,2481	88097,050
$D^2 [\hat{P}_i]$						0,00024283	0,0000770017	0,0000271497	0,000239202	0,00024283	0,0000770017	0,0000271497	0,000239202
$D [\hat{P}_i]$						0,015583	0,008775	0,0052105	0,015466	0,015583	0,008775	0,0052105	0,015466

Las distribuciones de las proporciones en el muestreo tienen una distribución normal, y, por tanto, si deseamos un coeficiente de confianza de 0,95, el error máximo permisible será

$$E_i = 2 D [p_i]$$

Por tanto, aplicando esta fórmula a los resultados obtenidos en la tabla IV, resulta que *con un coeficiente de confianza de 0,95* obtenemos las conclusiones expresadas en la siguiente

T A B L A V

*Porcentaje y error del mismo de los alumnos presentados a Examen de Estado y suspendidos*

Notas en séptimo curso de Bachillerato	Porcentaje de suspendidos respecto del total de presentados	Error máximo debido al muestreo
Aprobado . . . . .	46,35	3,12
Notable . . . . .	8,72	1,76
Sobresaliente . . . . .	2,15	1,04
<b>TOTAL . . . . .</b>	<b>56,74</b>	<b>3,10</b>

Lo cual quiere decir que en el 95 por 100 de los casos que pueden presentarse en la población estudiada, el *número de estudiantes suspendidos en Examen de Estado y*

Aprobados en 7.º curso oscila entre 49,47 por 100 y 43,23 por 100 del total.  
 Notables " " " " " 9,48 por 100 y 6,96 por 100 " "  
 Sobresalientes " " " " " 3,19 por 100 y 1,11 por 100 " "

*y que el total de los suspendidos en dicha prueba oscila entre el 59,84 por 100 y el 53,64 por 100 del total de alumnos presentados a Examen de Estado.*

Estimaremos ahora las proporciones de aprobados, notables y sobresalientes obtenidos en séptimo curso respecto del total de alumnos presentados a Examen de Estado. Los cálculos para ello aparecen en la tabla siguiente:

TABLA VI

*Cálculo de las estimaciones de las proporciones de notas obtenidas en séptimo curso del Bachillerato*

Estrato	$v_i$	$p'_{i1}$	$p'_{i2}$	$p'_{i3}$	$v_i p'_{i1}$	$v_i p'_{i2}$	$v_i p'_{i3}$
1º	2195	71 : 110	35 : 110	4 : 110	1416,772727	698,090909	79,8181818
2º	547	14 : 27	9 : 27	4 : 27	283,629630	182,333333	81,0370370
3º	1111	44 : 56	11 : 56	1 : 56	872,928571	218,232143	19,8392857
4º	1763	73 : 88	10 : 88	5 : 88	1462,488635	200,340909	100,1704545
5º	1199	42 : 60	15 : 60	3 : 60	839,300000	299,750000	59,9500000
6º	1450	54 : 73	11 : 73	8 : 73	1072,602739	218,493150	158,9041093
7º	1351	45 : 68	19 : 68	4 : 68	894,044117	377,485294	79,4705882
8º	1269	41 : 64	16 : 64	7 : 64	812,953125	317,250000	138,7968750
9º	1304	46 : 66	17 : 66	3 : 66	908,848484	335,878787	59,2727273
10º	638	24 : 32	6 : 32	2 : 32	478,500000	119,625000	59,8750000
11º	4929	170 : 245	60 : 245	15 : 245	3420,122448	1207,102040	301,7755102
12º	1495	52 : 75	17 : 75	6 : 75	1036,533333	338,866667	119,6000000
TOTAL	19251				13498,723809	4513,448232	1238,5097690
ES FIMADOR .....					0,7012	0,2345	0,0643

y cuyos resultados se expresan así:

TABLA VII

*Proporciones y porcentajes de notas obtenidas en séptimo curso del Bachillerato respecto del total de alumnos presentados a dicha prueba*

Notas en séptimo curso de Bachillerato	Proporción	Porcentaje
Aprobado .....	0,7012	70,12
Notable .....	0,2345	23,45
Sobresaliente.....	0,0643	6,43
TOTAL.....	1,0000	100,00

Resultados que comparados por cociente con los de la tabla III nos conducen a las siguientes conclusiones:

De los alumnos presentados a Examen de Estado fueron suspendidos:

- El 66,1 por 100 de los que obtuvieron aprobado en 7.º curso.
- El 37,2 por 100 » » » » notable en 7.º curso.
- El 33,5 por 100 » » » » sobresaliente en 7.º curso.

Los cuales muestran la escasa influencia que ejercen las notas del último curso del Bachillerato sobre el hecho de pasar o no la prueba establecida legalmente para dar como válidos aquellos estudios.

Quizá se vea más claramente la conclusión anterior teniendo en cuenta que en la hipótesis de que las notas del Bachillerato no tengan ninguna influencia en el hecho de pasar al Examen de Estado, el número de aprobados, notables y sobresalientes en séptimo curso y suspendidos después debe ser proporcional al número de alumnos que obtuvieron aquellas notas y se presentaron a Examen de Estado. Es decir, hay que repartir el 56,74 por 100 de suspensos en Examen de Estado proporcionalmente a los porcentajes de la tabla VII, con lo que obtenemos la

TABLA VIII

*Comparación entre los porcentajes estimados de suspendidos en Examen de Estado y los que existirían cuando en dicha prueba no tuvieran influencia las notas de séptimo curso*

Notas en séptimo curso de Bachillerato	Porcentajes de suspendidos en E. E. respecto del total que obtuvieron la misma nota en 7.º	Porcentaje teórico para la independencia de las notas de séptimo curso y Examen de Estado
Aprobado.....	46,35	39,79
Notable.....	8,72	13,30
Sobresaliente.....	2,15	3,65

Las diferencias que se observan entre las dos últimas columnas de la tabla anterior caen dentro de los márgenes empíricos de error tole-

rables en este tipo de estudios, por lo que podemos asegurar que la hipótesis se cumple dentro de límites prácticamente admisibles.

Todo lo visto hasta aquí se ha referido a los suspensos en el Examen de Estado, que en el fondo es uno de los problemas más interesantes en cuanto al porvenir de esa masa de estudiantes del Bachillerato, que supera a la otra (56,74 por 100), y que se consideran ante ellos como «fracasados». Veamos ahora el problema más general de las distintas notas de los dos exámenes que venimos considerando.

Para ello, el procedimiento que seguimos es calcular el coeficiente de correlación lineal.

De los valores dados en la tabla I obtenemos inmediatamente:

Medias marginales:

$$B_{(1)} = 4,22977178$$

$$B_{(2)} = 6,69398340$$

Varianzas y desviaciones estándar:

$$s_1^2 = \frac{4200,855558}{964} = 4,357734 \quad s_1 = 2,0875$$

$$s_2^2 = \frac{1999,922516}{964} = 2,074733 \quad s_2 = 1,4577$$

Momento respecto al origen de orden 1 en  $y_1$  e  $y_2$ :

$$a_{11} = 29,147$$

Coefficiente de correlación:

$$r = \frac{29,147 - 4,2298 \cdot 6,6940}{2,0875 \cdot 1,4577} = \frac{0,8327}{2,9390} = 0,2834$$

Para ver si este coeficiente es significativo emplearemos, como hicimos en los estratos, la transformación de Fisher, y será:

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1,3575}{0,6425} = \frac{1}{2} \ln 2,1128 = \frac{1}{2} 0,74801 = 0,37400$$

cuya desviación estándar es:

$$s_s = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{961}}} = \frac{1}{31}$$

y siendo:

$$\frac{z}{\frac{S}{Z}} = 0,374 \cdot 31 = 11,594 > 2$$

podemos asegurar que el coeficiente  $r$  encontrado es significativo.

Resumiendo lo antedicho (en Pedagogía se estima que «un coeficiente de correlación por debajo de 0,50 carece prácticamente de valor pronóstico» (Buyse), y que «un coeficiente de correlación entre 0 y 0,50 es insignificante» (Rugg)), el coeficiente obtenido en el problema que nos ocupa es 0,35; luego no existe correspondencia alguna en valor pronóstico entre las calificaciones de séptimo año en los centros de Enseñanza Media y las de Examen de Estado.

Si nos referimos a porcentajes para una mejor comprensión, resulta que el 66,1 por 100 de los «aprobados» en séptimo son «suspensos» en Examen de Estado; el 37,2 por 100 de los «notables» en séptimo, «suspensos», y el 33,5 por 100 de los «sobresalientes» en séptimo, «suspensos»; más de la tercera parte de los «sobresalientes» han resultado «suspensos».

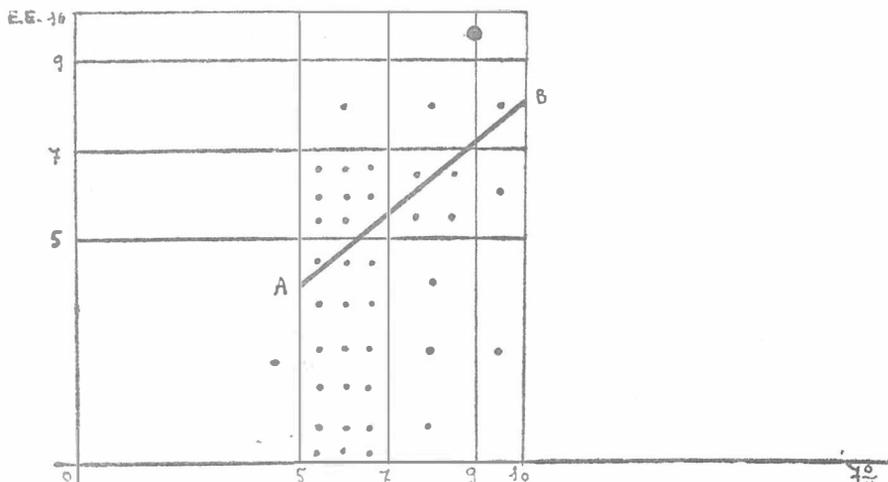
Esta baja correlación *no supone que en el Examen de Estado sean más «duros»*, ya que si esta «dureza» fuese proporcional o equipolente (es decir, disminución en un número igual de puntos de una a otra calificación), el coeficiente sería 1; al ser 0,35, no supone mayor «dureza ni blandura», sino falta de concordancia en su valor pronóstico entre unas y otras calificaciones.

Si el Examen de Estado estuviese de acuerdo con las notas del Bachillerato, pero fuese una prueba más fuerte, las notas del Examen de Estado deberían coincidir con las del séptimo curso multiplicadas por un coeficiente de proporcionalidad a determinar, haciendo que los suspendidos en Examen de Estado fuesen los de peor nota en séptimo curso; con ello, el coeficiente obtenido es 0,76. Con esta hipótesis, y para que salieran los mismos suspensos habidos en Examen de Estado, deberían ser suspendidos:

El 80,92 por 100 de los aprobados	en 7.º, y han sido el 66,1 por 100
El 0,00 por 100 » » notables	» » » » » » 37,2 por 100
El 0,00 por 100 » » sobresalientes	» » » » » » 33,5 por 100

Que nos comprueba una vez más la no correspondencia entre ambas notas.

Continuando con la hipótesis antes citada (de que los exámenes de Estado fueran más «duros», pero con cierta proporcionalidad), las notas de los alumnos se debían distribuir en las proximidades y a lo largo de la recta AB, y la realidad es que aparecen dispersas con una irregularidad y un alejamiento anormales, como se ve en la figura, en la que cada punto representa las notas de 25 alumnos:



A la misma conclusión se llega analizando la tabla siguiente:

T A B L A IX

*Estudiantes clasificados por las notas obtenidas en Examen de Estado y en séptimo curso del Bachillerato*

7.º curso \ E. E.	2,5 Suspenso	6 Aprobado	8 Notable	9,5 Sobresal.	TOTAL
6 Aprobado	447	202	25	2	676
8 Notable	84	106	28	8	226
9,5 Sobresaliente	16	20	16	10	62
TOTAL	547	328	69	20	n = 964

Se ve en esta tabla que el número total de alumnos que han obtenido la misma calificación en séptimo curso que en Examen de Estado es  $202 + 28 + 10 = 240$ , sobre la muestra de 964 solamente una cuarta parte, es decir, que las tres cuartas partes de los alumnos han obtenido distinta nota en séptimo curso en los centros de Enseñanza Media, que en el Examen de Estado, realizado un mes después.

## SUMMARY

The authors have done a study of the scores obtained by the students of the 1th. course of Baccalaureate who some months later on took their examination (State Examination) in several Spanish Universities. The selected sample can be considered as representative of the people who attend this trial.

They establish the correlations for each University between the different scores obtained in the last course of Baccalaureate and those of the State Examination; as a rule these correlations are rather low.