

**Universidad Internacional de La Rioja (UNIR)**

**Escuela de Ingeniería**

**Máster en Ingeniería Matemática y Computación**

**Modelo alométrico  
mediante técnicas de  
simulación para  
estimar biomasa aérea  
vegetal**

**Trabajo Fin de Máster**

**presentado por:** Antepara Basurto, José Andrés

**Director:** González Sánchez, Daniel

Ciudad: Guayaquil

Fecha: febrero 14 de 2019

## Resumen

Para el estudio de captura de carbono, inventarios forestales y gestión de riesgo de incendios se requiere calcular la biomasa de la vegetación y esta puede ser modelada matemáticamente con el uso de regresiones mediante ecuaciones alométricas. Este trabajo desarrolla un modelo alométrico de *Tecoma castaneifolia*, una especie arbustiva nativa de los bosques secos tropicales de la costa de Ecuador. El muestreo se realizó en el campus Mapasingue de la Universidad de Guayaquil-Facultad de Ciencias Naturales (Guayaquil-Ecuador), ubicado en 2°08'45"S 79°55'04"O, a 20 msnm. Durante los meses de noviembre y diciembre de 2018 se muestreó un total de 35 individuos utilizando un método destructivo, se establecieron tres clases diamétricas de tocón. Se ajustaron 11 modelos con la ayuda del programa SPSS, se seleccionó el modelo cuadrático como el que mejor ajusta sus parámetros, luego se aplicó una comparación de medias con prueba t entre el valor de la predicción y el observado. Finalmente se simuló el comportamiento de la biomasa, concluyendo que el modelo tiene un alto nivel de predicción.

**Palabras Clave:** Modelo matemático de regresión; modelo alométrico; alometría, variables dasométricas.

## Abstract

For the study of carbon capture, forest inventories and fire risk management it is required to calculate the biomass of the vegetation and that can be mathematically modeled using allometric equations regressions. This work develops an allometric model of *Tecoma castaneifolia*, a shrubby species native to the tropical dry forests of coastal Ecuador. The sampling was carried out in Guayaquil, Ecuador, at the University of Guayaquil, Faculty of Natural Sciences, Campus Mapasingue (2°08'45 "S 79°55'04" W), at 20 masl. During November and December of 2018, a total of 35 individuals were sampled using a destructive method, divided into three diameter stump classes; the variable stump diameter was the only one selected with the best significance. Eleven models were adjusted with the help of the SPSS program, the quadratic model was selected as the one that best fits the parameters. Finally, a comparison of means with T test was applied between the prediction value and the observed, concluding that the model has a high level of biomass forecast.

**Keywords:** Regression mathematical model; allometric model; allometry, dasometric variables.

## Índice de contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>7</b>
1.1. Problemática	8
1.1. Justificación	9
1.2. Enfoque metodológico	9
1.3. Estructura del documento	10
<b>2. Contexto y estado de arte</b>	<b>12</b>
2.1. Contexto general del campo a tratar	12
2.2. Contexto general del modelo matemático	16
<b>3. Identificación de requisitos</b>	<b>23</b>
<b>4. Objetivos concretos y metodologías de trabajo</b>	<b>25</b>
4.1. Objetivo general	25
4.2. Objetivos específicos	25
4.3. Metodología del trabajo	25
4.3.1. Localización del área de trabajo	25
4.3.2. Materiales y equipo de evaluación	26
4.3.3. Metodología para la creación del modelo	27
4.3.3.1. Unidades de análisis	27
4.3.3.2. Selección de la muestra	27
4.3.3.3. Procedimiento de campo	29
4.3.3.4. Procedimiento de laboratorio	30
4.3.3.5. Datos	31
4.3.3.6. Determinación del modelo alométrico para estimar la biomasa	32
4.3.3.7. Selección y validación del modelo alométrico para estimar la biomasa	33
4.3.3.8. Estimar la incertidumbre del modelo alométrico mediante simulación de la biomasa	36
<b>5. Descripción del modelo y resultados obtenidos</b>	<b>38</b>
5.1. Estimación de la biomasa aérea total de <i>Tecoma castaneifolia</i>	38
5.1.1. Medición en el campo de los compartimentos	38
5.2. Generar un modelo alométrico para estimar la biomasa seca total de <i>Tecoma castaneifolia</i>	39
5.2.1. Prueba de normalidad a las variables dasométricas	39
5.2.2. Selección de variables mediante regresión lineal múltiple	39

5.2.3.	Ajustes de modelo: Exploración de datos bivariantes .....	41
5.2.4.	Estimación curvilínea: Modelos posibles .....	42
5.2.5.	Ajuste gráfico de los modelos generados .....	43
5.3.	Selección del modelo con el mejor ajuste a la biomasa real de <i>Tecoma castaneifolia</i> .....	45
5.3.1.	Coeficiente de determinación ( $R^2$ ).....	45
5.3.2.	P-valor.....	45
5.3.3.	Supuestos de regresión.....	46
5.3.3.1.	Linealidad .....	46
5.3.3.2.	Normalidad de residuos .....	46
5.3.3.3.	Independencia de los residuos .....	47
5.3.3.4.	Homocedasticidad.....	48
5.3.4.	Criterios de selección de modelos: Criterio de información Akaike (AIC) y criterio de información Bayesiano (BIC) .....	49
5.3.5.	Criterio de validación: Prueba con Error cuadrático medio (RMSE) y Error cuadrático medio relativo (RRMSE).....	51
5.3.6.	Capacidad de Predicción de los modelos mediante comparación de medias ..	52
5.3.7.	Modelo seleccionado y validado .....	55
5.4.	Estimar la incertidumbre del modelo seleccionado mediante simulación .....	58
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y trabajo futuro .....</b>	<b>60</b>
6.1.	Conclusiones.....	60
6.2.	Líneas de trabajo futuro .....	61
<b>7.</b>	<b>Bibliografía .....</b>	<b>62</b>
<b>8.</b>	<b>Anexos .....</b>	<b>70</b>
8.1.	Anexo 1: Programas la simulación de la biomasa .....	70
8.2.	Anexo 2: Programa para manipular la simulación de la biomasa.....	71

## Índice de ilustraciones

Figura 2.1 <i>Tecoma castaneifolia</i> . Vista completa y vista de sus hojas y flores [36].	14
Figura 2.2. Representación gráfica de la cortina rompevientos, para evitar la erosión, daños en los cultivos, humanos y animales. [38].	15
Figura 2.3. Variables dendrométricas.	16
Figura 2.4. Diferencia de entre un arbusto (izquierda) y árbol normal (derecha).	17
Figura 2.5. Modelos matemáticos utilizados para ajustar los datos. a, b y c son los coeficientes, Y es la biomasa y X son las variables explicativas. Fuente: Tomado de [6, p. 107].	20
Figura 4.1. Ubicación geográfica del área de estudio en Ecuador. Fuente: Google Earth. Instituto Nacional de Estadísticas y censo (INEC), división política administrativa del Ecuador, sistema de coordenada WGS 84.	26
Figura 4.2. Zona de muestreo en el Campus de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad de Guayaquil, segmentada en 64 cuadrantes. Fuente: Imagen de Google Earth.	28
Figura 4.3. A. Corte de árbol y peso por compartimentos (fuste, ramas, hojas y frutos). B. Peso en balanza portátil en gramos para alícuotas pequeñas.	29
Figura 4.4 Alícuotas rotuladas en la cámara de secado del Herbario GUAY de la Universidad de Guayaquil, Ecuador.	30
Figura 4.5. Algoritmo del proceso de simulación para el análisis de la incertidumbre de la biomasa seca total, en lenguaje Mathematica.	37
Figura 5.1. Nube de puntos de la Biomasa seca total en relación al diámetro del tocón.	41
Figura 5.2. A. Lineal, B. Logarítmica, C. Inversa, D. Cuadrático, E. Cúbico, F. Compuesto, G. Potencia, H. Curva-S, I. Crecimiento, J. Exponencial y K. Logística.	44
Figura 5.3. Prueba de linealidad aplicada a la variable diámetro de tocón.	46
Figura 5.4. Comportamiento de la nube de residuos en los modelos.	48
Figura 5.5. Simulación del Modelo cuadrático y la nube de puntos de la biomasa observada real en función del diámetro del tocón.	57

## Índice de tablas

TABLA 2.1. Modelos de estudios similares de biomasa.....	19
TABLA 4.1. Árboles muestreados por clase diamétrica .....	28
TABLA 4.2. Nomenclatura de las variables utilizadas en el análisis estadístico. ....	31
TABLA 4.3. Modelos generales evaluados para la estimación de biomasa .....	33
TABLA 5.1. Estadísticos descriptivos de las variables de estudio .....	38
TABLA 5.2. Biomasa estimada por compartimento .....	39
TABLA 5.3. Pruebas de normalidad de cada variable dasométrica.....	39
TABLA 5.4. Coeficientes de correlación de Pearson entre variables dasométricas, medidas de <i>T. castaneifolia</i> .....	40
TABLA 5.5. Resumen del modelo generado por regresión lineal múltiple.....	40
TABLA 5.6. Coeficientes del modelo generado por regresión lineal múltiple <sup>a</sup> .....	41
TABLA 5.7. Variables excluidas del modelo generado por regresión lineal múltiple.....	41
TABLA 5.8. Ecuaciones y estimadores estadísticos a partir del análisis de regresión no lineal entre diámetro de tocón, para predecir la biomasa de <i>T. castaneifolia</i> .....	43
TABLA 5.9. Modelos generados a partir de la estimación curvilínea de SPSS.....	45
TABLA 5.10. Prueba de normalidad de los 11 modelos.....	47
TABLA 5.11. Prueba de rachas.....	47
TABLA 5.12. Resumen de supuestos y estadísticos de las 11 curvas .....	49
TABLA 5.13. Criterio de selección de Akaike corregido .....	50
TABLA 5.14. Criterio de selección Bayesiano .....	51
TABLA 5.15. Prueba con error cuadrático medio (RMSE) y Error cuadrático medio relativo (RRMSE) en las 11 modelos generados.....	52
TABLA 5.16. Estadísticos de muestras relacionadas .....	53
TABLA 5.17. Correlaciones de muestras relacionadas .....	54
TABLA 5.18. Prueba de muestras relacionadas.....	55
TABLA 5.19. Pruebas realizadas a los 11 modelos de SPSS.....	56
TABLA 5.20. Simulación de biomasa y curvas ajustas de acuerdo a número de variables aleatorias generadas .....	58

## 1. Introducción

Las estructuras vegetales guardan una proporcionalidad en cuanto a tamaño, al igual que todos los seres vivos [1], [2], esta proporcionalidad se basa en el tipo de crecimiento que poseen, por lo tanto, se pretende encontrar una ecuación alométrica que modele su biomasa (materia orgánica) aérea en el árbol siendo esta proporcional a su tamaño.

La estimación del crecimiento vegetal se realiza a través del planteamiento de un modelo matemático de tipo predictivo o también llamado de regresión [3], [4], que permita analizar la información observada y de tal manera, establecer una ecuación que represente su crecimiento mediante la interacción entre las diferentes medidas forestales, es decir, de sus variables dasométricas. Las variables dasométricas son comúnmente utilizadas en estudios de biomasa vegetal [5]. El desarrollo de este tipo de modelos que relacionan el peso de un ser vivo con relación a una de sus variables de su misma estructura se conoce como ecuación alométrica [6], que según Huxley [1] es el estudio del desarrollo de un organismo, mejor conocido como la ontogenia en los seres vivos.

Estos modelos matemáticos de tipo alométrico aplicado en especies vegetales, toman como variable respuesta a la biomasa seca, volumen o carbón fijado [7]–[9], siendo para este estudio la principal atención el pronóstico de la biomasa. Esto se debe a que el mayor beneficio está en el aprovechamiento de la biomasa para uso energético [10, Cap. 1], siendo la biomasa uno de los cinco grupos de energías renovables:

- Energía hidráulica
- Energía eólica
- Energía geotérmica
- Energía solar
- Biomasa

Esta biomasa a través de una transformación física o química genera biocombustible, por esto, la cuantificación de esta materia orgánica se revierte a los multiusos que se le da en su transformación, tomando en consideración que está formada principalmente por cadenas de carbono [10, p. 35].

Es así como el objetivo planteado en el trabajo fue desarrollar un modelo alométrico para calcular la biomasa aérea de una especie nativa del Ecuador como lo es *Tecoma castaneifolia*, conocida comúnmente como *Tecoma* y confundida con la especie *Tecoma stans*, por su parecido. *T. castaneifolia* es una especie de crecimiento acelerado, tipo arbustiva (varios

tallos) a temprana edad llegando a convertirse en su madurez en un árbol de cinco a seis metros de altura.

Esta especie en particular crece en bosques secos tropicales que son zonas que soportan una estación seca larga y que por su comportamiento estacional es una especie importante para la conservación de la fauna en el bosque seco decíduo del Pacífico Ecuatorial, pues gracias a su florecimiento en época seca provee de alimento a unas 89 especies de fauna que incluye mayormente a insectos, arácnidos y aves [11].

Para alcanzar el objetivo, se plantea realizar regresiones curvilíneas ajustando 11 posibles modelos para seleccionar el mejor y validar su capacidad de predicción.

## 1.1. Problemática

A nivel mundial, se realizan investigaciones sobre alometría en todo tipo de especie, por ejemplo, en plantas se desarrollan modelos alométricos para biomasa aérea, residual y radicular (raíces) [12]. Es así que la institución a nivel internacional reconocida por generar información relacionada a este tipo de modelos es la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura, ONUAA o mejor conocida como FAO (por sus siglas en inglés: Food and Agriculture Organization) [13].

También, se modelan este tipo de ecuaciones para gestionar el peso en la población de peces [14], crecimiento en aves [15], mamíferos [16], e inclusive se desarrollan modelos alométricos en el campo de biomasa en algas y microalgas para beneficio de la medicina y alimentos [17] [18]; estos modelos se generan a partir de métodos directos e indirectos como es el caso de estudios con imágenes aéreas mediante la técnica de teledetección óptica, conocidas como LIDAR (Light Detection and Ranging) para calcular matemáticamente la emisión de CO<sub>2</sub> (Dióxido de Carbono) a la atmósfera en grandes plantaciones [19].

Por consiguiente, se debe considerar que el crecimiento de una especie es proporcional a su peso en sentido teórico, modelar ese comportamiento ha sido tema de estudios en biología y matemática, en [20] se plantea la tesis de cómo las plantas vasculares (que presentan raíz, tallo y hojas.) tienen un escalado alométrico de la producción y variación de su desarrollo a lo largo de su vida muy parecido a un modelo potencial. Se debe considerar que al estudiar la biomasa se incluye su aumento hacia arriba y hacia los lados [6], por ello la variable altura y diámetro en especies vegetales, son las variables más utilizadas para plantear este tipo de ecuaciones.



## 1.1. Justificación

La *Tecoma castaneifolia* no ha sido objeto de estudio anteriores en modelos alométricos, este trabajo constituye el primero en generar una ecuación de crecimiento de biomasa para esta especie, que es nativa de los bosques secos tropicales, que tienen prioridad de conservación mundial pues albergan cuantiosas especies propias de la región (endémicas).

Es evidente entonces, que los modelos de biomasa aérea son desarrollados alrededor del mundo y difundidos para su uso en estudios relacionados [21], es así que las ecuaciones generadas a partir del análisis de regresiones deben ser publicadas, pues forman parte de las miles de ecuaciones utilizadas en la gestión forestal y agroforestal de bosques, que en el caso de este estudio, tributa a los bosques secos del Ecuador [22].

En ese mismo sentido, los estudios sobre el cambio climático donde la medición del carbono es uno de los factores más utilizados y necesarios de calcular, es de vital importancia la obtención de la biomasa seca de una especie vegetal, pues a partir de ésta, se puede conseguir el CO<sub>2</sub> fijado (captado por vegetación), densidad y volumen, entre otras variables [23].

## 1.2. Enfoque metodológico

El estudio consiste en generar un modelo alométrico de una especie. Para esto se realizó:

1. *Se colectan los datos mediante un muestreo aleatorio estratificado* por tamaño de diámetro de la base del árbol (tocón) de la *Tecoma castaneifolia*. Posteriormente, se podan las ramas, hojas y frutos de cada individuo y se secan para el cálculo de su biomasa por sus compartimentos y el valor total de biomasa seca.
2. *Se exploran los datos* a partir de esa información recopilada y mediante técnicas multivariantes con el uso de regresiones lineales múltiples se *seleccionan las mejores variables* explicativas.
3. *Se seleccionan los mejores modelos de crecimiento* mediante pruebas estadísticas en función de 11 posibles tipos de modelos matemáticos.
4. *Se validaron* los modelos con una prueba T de medias para comparar el pronóstico del modelo versus la biomasa seca observada del muestreo.

Con referencia a lo anterior, se desarrolló un modelo matemático que predice la biomasa seca de una especie mediante una ecuación, siendo innecesario cortar más especies para pronosticar su biomasa, pues se puede calcular a partir del ingreso de una o varias variables

dasométricas fácil de obtener y que son comúnmente utilizadas por los autores en estudios alométricos de especies vegetales [21].

Para esto, de acuerdo a estudios precedentes se debe disminuir la varianza mediante la estratificación por clase diamétrica (diámetro del tronco o de la base del tronco), y el uso de criterios de selección de modelos con pruebas estadísticas paramétricas o no paramétricas luego de verificar los supuestos, todo esto mediante el uso de software SPSS por la capacidad de creación de informes múltiples.

El estudio concluye con la elección de tres modelos que mejor predicen la biomasa, como lo son el modelo Cuadrático, Lineal y Cúbico. Para el procedimiento se verificó supuestos de linealidad, homocedasticidad (varianza constante), independencia de residuos y normalidad; y luego se utilizó los criterios más citados en la literatura para seleccionar el mejor modelo [24], [25], como lo es el criterio de información akaike corregido (AICc) y criterio de información bayesiano (BIC), prueba con error cuadrático medio (RMSE) y error cuadrático medio relativo (RRMSE). Para luego validar la capacidad de predicción de cada modelo mediante una comparación de medias con prueba T de muestras relacionadas.

### 1.3. Estructura del documento

Este trabajo está organizado en seis capítulos. A continuación, se describe brevemente el contenido de cada uno de ellos.

En el capítulo uno se presenta el contexto del estudio dentro del modelamiento matemático aplicado al campo de la alometría en seres vivos. Luego se realiza el Planteamiento del Problema, la Justificación del Trabajo, el Objetivo General, la contribución y el procedimiento utilizado. Finalmente, se presenta el contenido de los capítulos que sintetizan la estructura del TFM.

En el capítulo dos se presenta la revisión de la literatura que sirve como argumento matemático para sustentar la base de modelado, siendo la línea de investigación escogida en este TFM, y revisando los diferentes tipos de ecuaciones alométricas desarrolladas para cálculo de biomasa en revistas indexadas de alto impacto y publicaciones internas en Ecuador.

En el capítulo tres se indica los pasos previos realizados para desarrollar la solución del modelo alométrico, se describe que factores y variables son necesarias para desarrollar el modelo. Se justifica los criterios matemáticos para seleccionar el mejor modelo por medio de AIC, BIC, RMSE y RRMSE.

En el capítulo cuatro se presentan los objetivos generales y específicos junto la metodología para el desarrollo matemático de este tipo de ecuaciones alométricas; mediante el muestreo aleatorio estratificado de las variables dasométricas. También, se analiza el proceso de creación del modelo por regresiones mediante el software SPSS, se realiza las pruebas de validación y la simulación de la biomasa.

En el capítulo 5 se presenta el resultado del proceso desarrollado en el capítulo anterior; también se detalla la exploración de datos, selección de la mejor variable mediante una regresión lineal múltiple y se realiza una estimación curvilínea de los posibles 11 modelos, mediante ajustes de sus parámetros.

Además, se verifica los supuestos de regresión y mediante el criterio de información akaike (AIC) corregido, criterio de información bayesiano (BIC), prueba con error cuadrático medio (RMSE) y error cuadrático medio relativo (RRMSE) se seleccionó el mejor modelo.

Finalmente, se valida la capacidad predictiva del modelo con una comparación de medias utilizando la prueba "t" para muestras relacionadas; además para medir la eficiencia del modelo se realizó una prueba con una muestra tomada al azar del área de muestreo.

En el capítulo seis se presenta las conclusiones del modelo alométrico creado y se plantean recomendaciones para posibles trabajos futuros.

En los anexos se puede encontrar fotos, documentación de muestreo y el certificado de secado de biomasa por Herbario GUAY de la Universidad de Guayaquil-Ecuador.

## 2. Contexto y estado de arte

### 2.1. Contexto general del campo a tratar

Según Borja [10], “la biomasa, es la materia orgánica generada en los procesos biológicos, utilizada como fuente de energía desde el descubrimiento del fuego. Es necesario el conocimiento y estudios que aseguren el aprovechamiento y gestión de la biomasa”.

El desarrollo de ecuaciones para cálculo de biomasa en especies vegetales han sido discutidas en otros estudios [26]-[27], debido a la importancia en la preparación de planes de gestión de riesgo de incendios [28], cuantificación de carbono en los ecosistemas terrestres [29] y la vida silvestre en zonas secas [30].

Se observa claramente, que los modelos alométricos constituyen herramientas importantes que ayudan a quienes administran los bosques en la toma de sus decisiones. Además, dichos modelos se enfocan típicamente en especies de árboles de producción comercial [10]. La adición de especies arbustivas y en áreas de bosques secos puede beneficiar al manejo forestal debido al impacto que tienen estas especies nativas en áreas de bosques secos y reditúan en beneficio del suelo [31].

Es así que, Aguilar [32] define a los modelos alométricos como ecuaciones matemáticas que muestran el crecimiento de manera indirecta de un organismo, buscando una relación matemática entre una variable dasométrica y la biomasa total de sus componentes: tronco (fuste), ramas, hojas, raíces y suelo.

La estimación de la biomasa vegetal es modelada a partir de la ubicación de las variables a considerar, siendo así, biomasa aérea, radical y residual [21]. La biomasa aérea es a partir de la superficie del suelo hasta la copa; radical son todas las raíces y residual son todos los desperdicios de árboles que se encuentran cerca de los árboles (hojarasca) [33] [21].

Cabe agregar que, la estimación de la biomasa aérea puede ser un indicador efectivo para quienes administran la vida silvestre e investigadores interesados en evaluar el hábitat de animales como mamíferos y también aves que pueden utilizar estos arbustos, más aún en bosques secos por la escasez de sombra y alimentos que caracterizan estos ecosistemas [34]. Por lo tanto, el desarrollo de ecuaciones alométricas para cálculo de biomasa de árboles forestales puede lograr una notable comprensión del potencial de los bosques y su compleja diversidad [28].

### Identificación taxonómica de la especie

*Tecoma castaneifolia* (D. Don.) Melch [35], pertenece a la familia Bignoniaceae. Es conocida comúnmente como Moyuyo de montaña, debido al parecido de la forma, tamaño y del color de sus flores, con las del moyuyo, *Cordia lutea* Lam., de las Boraginaceae, que también se encuentran en la costa de Ecuador, Islas Galápagos y noroccidente de Perú [11]. Ver fig. 2.1.

### Descripción de la especie

Es de tipo arbustivo hasta arbolitos bajos, mide hasta 6 metros de alto y 20 cm de diámetro a la altura del pecho (DAP, a 1.3 metros del suelo). Su fuste o tronco es irregular. Corteza de color café claro y lenticelada, al tiempo que crece tiene la particularidad que en su corteza presenta marcas como fisuras a lo largo del tallo. Copa irregular con follaje color verde [11], [31]. Tiene un patrón de ramificación simpódica; las ramas son ricamente lenticeladas; las hojas son simples, opuestas, la lámina tiene forma lanceolada hasta oblongo-elíptica, los márgenes son desde aserrados hasta dentados, la base es cuneada y el ápice acuminado.

El patrón de venas es pinnatinervio, las venas secundarias son fuertemente divergentes. Las inflorescencias son panículas abiertas, terminales, con un patrón de floración acrópeto y una floración continua. La corola es campanulada, ligeramente asimétrica, gamopétala, aproximadamente de 4 x 2.5 cm, amarilla, con cinco lóbulos. El cáliz es cupular, simétrico, gamosépalo, aproximadamente de 0.8 x 0.4, verde, con 5 lóbulos, y con glándulas nectarías supracalicias.

Los estambres son didínamos, insertos en la base del tubo interno de la corola; las anteras presentan tecas patentes con un apéndice conectivo que las excede. El ovario es bicarpelar se encuentra sentado sobre un anillo nectarario; el estilo es lineal, blanco; el estigma está compuesto por dos lóbulos. Los óvulos son numerosos. Los frutos son silicuas, lineal-oblongos, de 10 - 25 x 0.7 – 0.9 cm, de color verde que se torna castaño al madurar. Las semillas son samaroides, con alas laterales, membranosas, hialinas, adaptadas para la dispersión por viento.



Figura 2.1 *Tecoma castaneifolia*. Vista completa y vista de sus hojas y flores [36].

### **Patrón de distribución**

*Tecoma castaneifolia* es una especie nativa, restringida al bosque seco deciduo del pacífico ecuatorial [34],[37], éste comprende las tierras bajas de la costa de Ecuador hasta el noroccidente de Perú, dentro de un rango altitudinal desde el nivel del mar hasta aproximadamente 700 msnm.

Crece sobre suelos básicos, pedregosos, bien drenados, y es una colonizadora en áreas alteradas, cumpliendo un rol de importancia en la recuperación de los bosques secos.

### **Crecimiento de la especie**

Según estudios realizados en el área de Guayaquil [11], *Tecoma castaneifolia* presenta un definido patrón de crecimiento, que es notorio durante la estación lluviosa, en la que las partes vegetativas, es decir las ramas y hojas, se desarrollan profusamente. Durante la estación seca el crecimiento vegetativo se detiene y empieza a florecer. De este modo, la producción de frutos y de sus semillas aladas coincide con la estación seca, en asociación con las corrientes de vientos, que son su agente dispersor.

Esta información sobre el patrón de crecimiento es de gran importancia para determinar las fechas de estudio de la biomasa de esta especie, siendo irrelevante cuando se trata de determinar la biomasa de la madera, como es el caso de este trabajo.

### **Uso de *Tecoma castaneifolia***

Esta especie por ser nativa de hábitats xerófitos posee una gran capacidad para habitar en ambientes con escaso requerimiento hídrico, por esta cualidad, la belleza de sus flores, porte y por su apariencia, el moyuyo de montaña es cultivado en Florida (USA) como una especie ornamental especializada para ambientes secos y para ahorrar agua por riego [36]. En Ecuador se la cultiva como ornamental en años recientes.

La importancia de los bosques secos en el ecosistema es de interés público y por ende sus especies, una de ellas la *Tecoma castaneifolia*, cuyo potencial está en la implementación de cortinas rompevientos en zonas semiáridas (fig. 2.2). El método destructivo, es el más utilizado y preferido para estimar ecuaciones alométricas en especies individuales por su precisión en peso seco de la biomasa por variables dasométricas.



Figura 2.2. Representación gráfica de la cortina rompevientos, para evitar la erosión, daños en los cultivos, humanos y animales. [38]

### Investigación de biomasa de *Tecoma castaneifolia*

No se han reportado estudios relacionados con el cálculo de biomasa en esta especie, sin embargo se han realizado investigaciones con otra especie parecida: *T. stans* en Perú [5], Colombia [39] y Ecuador [26], esta especie es originaria de México; pero se extiende a lo largo de los andes hasta Argentina [40], prefiriendo hábitats andinos, y diferenciándose de *T. castaneifolia* principalmente por las hojas, pues *T. stans* posee hojas compuestas y *T. castaneifolia* es de hojas simples.

El primer estudio de elaboración de modelos alométrico para bosques secos reportado en Ecuador es de Solano [26] que en el 2014 reportó 44 especies, pero *T. castaneifolia* no fue tomada en consideración en este estudio. La presente investigación será la primera en reportar el desarrollo de un modelo alométrico para esta especie [41].

## 2.2. Contexto general del modelo matemático

Los modelos alométricos son útiles relacionando de forma matemática una variable dendrométrica o también llamada dasimétrica, tales como fuste, ramas, hojas y raíces (Fig. 2.3) y la biomasa en el árbol [32]. La ecuación alométrica utilizada en plantas tipo arbustos es complicada, pues existen especies que al iniciar su etapa inicial de crecimiento lo hacen como arbusto, es decir tienen varios tallos o fustes y luego toman la forma de árbol con un solo tallo. Es común que la *Tecoma castaneifolia* pueda tener múltiples tallos en los primeros años de desarrollo [11] y luego al alcanzar madurez tener un solo fuste (Fig. 2.4).

Las mediciones de la altura del árbol (H) y el diámetro a la altura del pecho (DAP) son vitales para la evaluación de los bosques y el modelado [42], existiendo otras variables que también pueden relacionar el crecimiento de los bosques como el diámetro del tocón o altura del tronco o fuste.

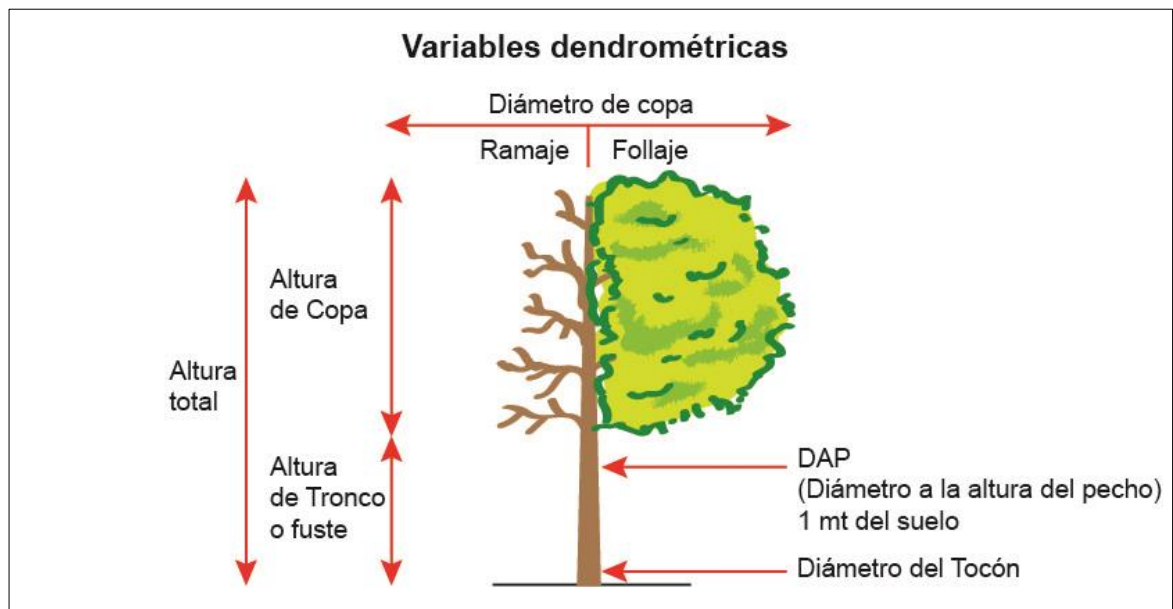


Figura 2.3. Variables dendrométricas.

La biomasa es el peso de la materia orgánica aérea y subterránea que existe en un ecosistema forestal (Intergovernmental Panel of Climate Change (IPCC), 1996), y esta organización recomienda dos técnicas para la estimación de la biomasa, el método indirecto y el directo.



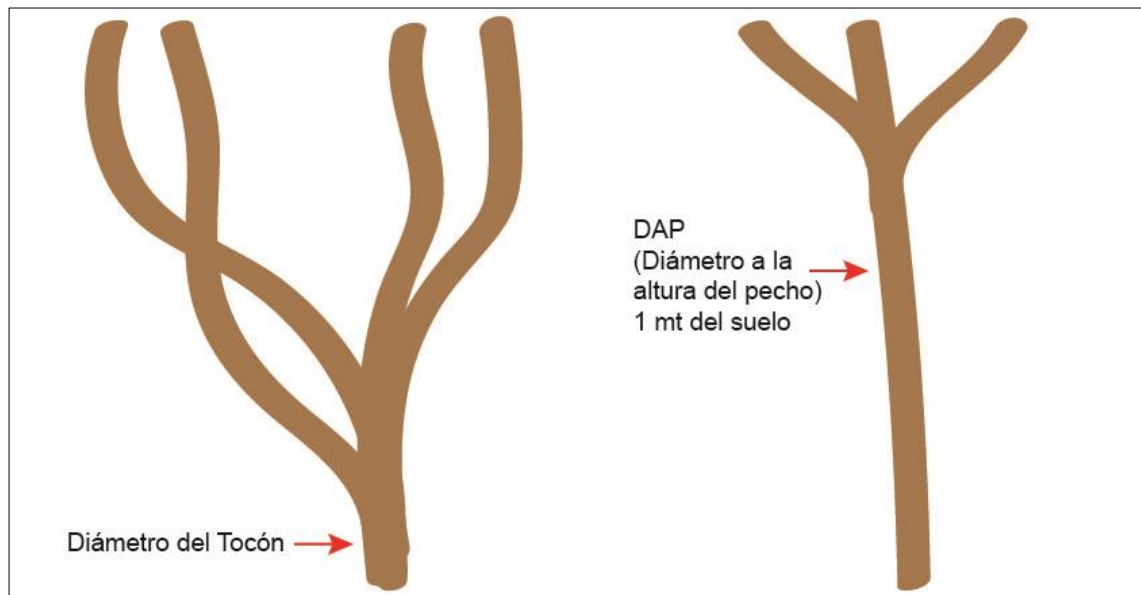


Figura 2.4. Diferencia de entre un arbusto (izquierda) y árbol normal (derecha).

### Modelaje o método indirecto

Este método calcula la biomasa del árbol con ecuaciones o modelos matemáticos por medio de regresiones entre diferentes variables de los árboles, tales como el diámetro a la altura del pecho, la altura comercial y total, diámetro de tocón, área basal y la densidad de la madera; también se puede estimar la biomasa mediante el volumen, usando la densidad de la madera para calcular la biomasa seca y un factor de expansión para calcular el peso total del árbol [21], [43], [10].

### Método directo o mediciones en campo o método destructivo

Consiste en cortar el árbol, pesarlo y secar muestras de cada componente, lo cual permite tener un cálculo preciso; pero, también se consume más tiempo y recursos especialmente en la medición de ciertas componentes como las hojas o ramas, pero su uso nos permite crear mejores ecuaciones a partir de variables dendrométricas, ya que, una vez modeladas las ecuaciones, se pueden utilizar con variables de fácil medición, como el diámetro de la altura del pecho, altura total u otras como el diámetro del tocón.

Los modelos alométricos pueden ser construidos para aplicaciones genéricas, es decir para tipos de bosques, lo que permite estimar biomasa en inventarios forestales, como Chave [44]

que describe una ecuación alométrica aplicada a bosques secos [45], [46]; pero también se construyen para especies individuales; en este último modelo, se usa un mínimo de 30 árboles [47]. Generalmente, se reportan modelos que tienen como variable regresora el diámetro porque es muy simple de medir y se obtiene en la mayoría de los estudios donde se colecta información para el manejo de plantaciones o bosque natural. Además es ventajoso estimar la biomasa con una sola variable [21].

En la tabla 2.1 se presenta un resumen de varios modelos alométricos para la estimación de biomasa aérea. Gracia y Cantillo [39] de Colombia, la estimaron con un modelo no lineal de la especie *F. soatensis* y *T. stans* con un n de 583 y 220 muestras respectivamente, utilizaron un método no destructivo indirecto para la medición y obtuvieron un modelo con tres variables: DAP, altura de fuste y densidad de la madera, la ecuación ajustada fue  $\ln(B) = 1.901 * \ln(DAP) + 0.267 * \ln(AF) + 1.122 * \ln(p)$ , donde AF es la altura del fuste o tronco, y p es la densidad. Los criterios de selección y validación fueron el AIC, factor de inflación de la varianza (VIF), p-valor y el R<sup>2</sup>.

Por otro lado, Begazo y Jave [5] quienes también evaluaron la biomasa de la especie *T. stans* en Perú, obtuvieron un modelo potencia, en transformación logarítmica de tipo lineal a partir de un total de 15 muestras, la única variable utilizada en ese modelo fue el DAP, la ecuación quedó  $\ln(B) = -2.9409 + 2.6925 * \ln(DAP)$ . Los criterios de validación fueron Coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>), raíz media del cuadrado del error (RMSE) y el índice de Furnival (IF).

De igual manera, Solano *et. al.* [26] realizó en Ecuador una investigación donde sus modelos obtuvieron un R<sup>2</sup>>0.70, con un total de 663 muestras de 44 especies distintas, dentro de las cuales está *T. stans*, aplicaron el método destructivo de baja intensidad y generaron tres tipos de ecuaciones lineales múltiples para esas especies. Para validar los modelos utilizaron los criterios AIC, VIF y el p-valor. Lamentablemente no redactaron el modelo en la publicación.

Para resumir, en Ecuador hasta octubre de 2018, se encontraron estudios publicados relacionados con la estimación de la biomasa, en los cuales se desarrollaron modelos alométricos genéricos para varios tipos de bosques y también para especies particulares [10], [19], [26], [48]–[53], [54].

TABLA 2.1.  
MODELOS DE ESTUDIOS SIMILARES DE BIOMASA

Autor	Especies	Método	Parámetros dasométrico	Ecuación	Tipo modelo	Tipo de validación de modelo
Solano <i>et al.</i> , 2014 [26]	44 especies diferentes n=663	destrutivo de baja intensidad aérea	DAP, HT, HC, DC, barreno de incremento y pyloidin)	$B = \beta_0 + \beta_1(DAP) + \beta_2(HT)$ , $B = \beta_0 + \beta_1(DAP)^2 + \beta_2(HC)$ $B = \beta_0 + \beta_1(\ln DAP) + \beta_2(\ln HC)$	Lineal múltiple	$R^2 \geq 0.70$ AIC $VIF \leq 10$ $p\text{-valor} \leq 0.05$
Gracia y Cantillo, 2015 [39]	<i>F. soatensis</i> 583 <i>T. stans</i> 220	no destructivo indirecto para aérea	DAP, HT, HC, DC perímetro o circunferencia (CAP), densidad de madera	$B = DAP^{\beta_0} AF^{\beta_1} p^{\beta_2}$ $\ln(B) = \beta_0 \ln(DAP) + \beta_1 \ln(AF) + \beta_2 \ln(p)$ AF=atura de fuste	No lineal	AIC Log-verosimilitud Criterio de Schwarz Crit. de Hannan-Quinn
Begazo y Jave, 2018 [5]	<i>T. stans</i> 15 <i>G. robusta</i> 15 <i>S. molle</i> 14	Destructivo Picard <i>et al.</i> , 2012 [6]	DAP, HT, HC	<i>T. stans</i> $\ln(B) = -2.9409 + 2.6925 \times \ln(dap)$ <i>G. robusta</i> $\ln(B) = -2.0082 + 2.3293 \times \ln(DAP)$ <i>S. molle.</i> $\ln(B) = -3.3201 + 1.4834 \times \ln(DAP \times HT)$	Lineal	-
Sigala <i>et al.</i> , 2016 [55]	<i>Pinus pseudostrobus</i> 36	Destructivo raíz	DAP, H o D <sup>2</sup> H H=altura del tronco	$B = \beta_0 X^{\beta_1}$ $\ln B = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X$ $\ln B = (\mu + \alpha_i) + (\beta_j + \gamma_i) \ln X$	No lineal	Re muestreo n=36 error relativo de predicción (ERP)
Gomez <i>et al.</i> , 2011 [56]	<i>Quercus magnoliaefolia</i> 12	Destructiva	DAP, Área basal (AB), densidad específica madera (DEM) y la altura de los árboles (H).	$B = 0.0345 * DAP^{2.9334}$	Potencia	-

$\beta_0$  y  $\beta_1$ =Coeficientes, p=Densidad, X=variable, B=, DAP=diámetro a la altura del pecho, HC= Altura de copa, HT=Altura total, AF=Altura de fuste,  $\alpha_i$  y  $\gamma_i$ = diferencias en intercepto y pendiente entre los sistemas de producción,

### Tipos de Ecuaciones para estimar la biomasa

Picard *et al.* [6] detallan algunos modelos que pueden ser ajustados a varias variables de ser necesario, Fig. 2.5. Además, se puede observar que gran parte de los modelos planteados son casos particulares de otros más complejos y con más parámetros, como es el caso de las transformaciones logarítmicas que son utilizadas comúnmente para linealizar el modelo.

Nombre	Ecuación	Transformación
<i>Modelos polinomiales</i>		
lineal	$Y = a + bX$	identidad
parabólico o cuadrático	$Y = a + bX + cX^2$	
polinomial de grado $p$	$Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_pX^p$	
<i>Modelos exponenciales</i>		
exponencial o de Malthus	$Y = a \exp(bX)$	$Y' = \ln Y, X' = X$
exponencial modificado	$Y = a \exp(b/X)$	$Y' = \ln Y, X' = 1/X$
logaritmo	$Y = a + b \ln X$	$Y' = Y, X' = \ln X$
log recíproco	$Y = 1/(a + b \ln X)$	$Y' = 1/Y, X' = \ln X$
presión de vapor	$Y = \exp(a + b/X + c \ln X)$	
<i>Modelos ley de potencia</i>		
potencia	$Y = aX^b$	$Y' = \ln Y, X' = \ln X$
potencia modificada	$Y = ab^X$	$Y' = \ln Y, X' = X$
potencia desplazada	$Y = a(X - b)^c$	
geométrico	$Y = aX^{bX}$	$Y' = \ln Y, X' = X \ln X$
geométrico modificado	$Y = aX^{b/X}$	$Y' = \ln Y, X' = (\ln X)/X$
raíz	$Y = ab^{1/X}$	$Y' = \ln Y, X' = 1/X$
de Hoerl	$Y = ab^X X^c$	
de Hoerl modificado	$Y = ab^{1/X} X^c$	
<i>Modelos de producción-densidad</i>		
inverso	$Y = 1/(a + bX)$	$Y' = 1/Y, X' = X$
inverso cuadrático	$Y = 1/(a + bX + cX^2)$	
de Bleasdale	$Y = (a + bX)^{-1/c}$	
de Harris	$Y = 1/(a + bX^c)$	
<i>Modelos de crecimiento</i>		
de crecimiento saturado	$Y = aX/(b + X)$	$Y' = X/Y, X' = X$
mononuclear o de Mitscherlich	$Y = a[b - \exp(-cX)]$	
<i>Modelos sigmoidales</i>		
de Gompertz	$Y = a \exp[-b \exp(-cX)]$	
de Sloboda	$Y = a \exp[-b \exp(-cX^d)]$	
logístico o de Verhulst	$Y = a/[1 + b \exp(-cX)]$	
de Nelder	$Y = a/[1 + b \exp(-cX)]^{1/d}$	
de von Bertalanffy	$Y = a[1 - b \exp(-cX)]^3$	
de Chapman-Richards	$Y = a[1 - b \exp(-cX)]^d$	
de Hossfeld	$Y = a/[1 + b(1 + cX)^{-1/d}]$	
de Levakovic	$Y = a/[1 + b(1 + cX)^{-1/d}]^{1/e}$	
du factor multiplicativo múltiple	$Y = (ab + cX^d)/(b + X^d)$	
de Johnson-Schumacher	$Y = a \exp[-1/(b + cX)]$	
de Lundqvist-Matérn o de Korf	$Y = a \exp[-(b + cX)^d]$	
de Weibull	$Y = a - b \exp(-cX^d)$	
<i>Modelos diversos</i>		
hiperbólico	$Y = a + b/X$	$Y' = Y, X' = 1/X$
sinusoidal	$Y = a + b \cos(cX + d)$	
de capacidad de calor	$Y = a + bX + c/X^2$	
de Gauss	$Y = a \exp[-(X - b)^2/(2c^2)]$	
de fracción racional	$Y = (a + bX)/(1 + cX + dX^2)$	

Figura 2.5. Modelos matemáticos utilizados para ajustar los datos. a, b y c son los coeficientes, Y es la biomasa y X son las variables explicativas. Fuente: Tomado de [6, p. 107].

### Enfoques para desarrollar el modelo

Utilizar regresiones no lineales por mínimo cuadrados es típico en la estimación de modelos alométricos, es así como el modelo de potencia  $Y_i = aX_i^b + \varepsilon_i$  contiene varios elementos que

lo hacen útil en el modelado alométrico [6]. Según Huff [57] el modelo potencia puede estimarse a partir de técnicas de regresión lineal, siempre y cuando se lo linealice primero mediante la transformación logarítmica. Autores como Gracia y Cantillo [39], Sigala *et al.* [55] y Gómez *et al.* [56], también encontraron que el modelo potencia proporciona mejores predicciones para estimar la biomasa aérea, lo que lo hace uno de los más usados.

En esta misma línea, las variables más utilizadas en los modelos alométricos son el diámetro a la altura del pecho y la altura total; pero no se pueden descartar a otras variables, pues cada una es evaluada según los parámetros estadísticos antes de ser seleccionada, es por eso, que en este trabajo el diámetro del tocón, pese a no ser una variable de mayor uso en la literatura, fue la que mejor explicó el modelo y por ende se le da la debida atención.

Al prestar atención a la definición de alometría por Huxley [1] como una relación de la proporcionalidad entre los aumentos relativos de las medidas, se puede plantear la ecuación 1, donde el cambio en el crecimiento de la biomasa (B) es proporcional al cambio de su diámetro (D) donde interviene un coeficiente ( $a$ ).

$$\frac{dB}{B} = a \frac{dD}{D} \quad (1)$$

Esta definición afirma que la velocidad de crecimiento de la biomasa está en función también de la velocidad instantánea con que crece su diámetro que al ser una variable de otro tipo de medida es multiplicado por un coeficiente para asegurar igualdad. La ecuación 1 es una ecuación diferencial de variables separables que al integrar en ambos lados se obtiene la ecuación 2.

$$\int \frac{1}{B} dB = a \int \frac{1}{D} dD \equiv \ln(B) = a \times \ln(D) + cte \equiv e^{\ln(B)} = e^{\ln(D)^a} e^{cte} \equiv B = e^{cte} \times D^a$$

$$B = b \times D^a \quad (2)$$

En la ecuación 2, se presenta una relación de potencia a partir de la ecuación 1, donde ahora existen dos parámetros, uno llamado  $a$  que pasó de coeficiente a exponente y que es conocido como coeficiente de alometría mostrando la proporcionalidad entre los crecimientos relativos, y el parámetro  $b$  revela la proporción que existe en las magnitudes acumuladas. Como toda ecuación matemática se le puede añadir un intercepto con el eje Y si es necesario, ver ecuación 3, donde el parámetro  $c$ , sería la biomasa existente antes de tomar la medida de el diámetro, por ejemplo, el DAP se toma a 1,30 m del suelo y en ese caso  $c$  es la biomasa desde el suelo hasta 1,30 m.

$$B = c + b \times D^a \quad (3)$$

Estas teorías desde el punto de vista matemático han sido abordadas por West et al. [58] y Enquist *et al.* [20] quienes explican una teoría fractal de la alometría, fundamentándose en principios físicos y en las redes de células de los árboles, planteando una ecuación similar a la antes descrita (ver ecuación 4).

$$Y = Y_0 M^b \quad (4)$$

Donde  $Y$  es la biomasa,  $Y_0$  una constante de normalización,  $M$  es la masa corporal y  $b$  es el exponente de escala. Esta relación de potencia para la alometría es paralela tanto con animales como con las características de las plantas, tal parece que estas leyes de escalamiento son casi universales en biología.

Sin embargo, estas teorías de escalamiento han sido debatidas y no extrapolables a especies particulares [59], por lo cual, este trabajo tomará como punto de partida que cualquier ecuación podría modelar la biomasa de una especie vegetal, siempre y cuando se cumplan los supuestos estadísticos; pero sin dejar de lado en la discusión los procesos biológicos para tomar la decisión sobre la selección de un modelo u otro.

### 3. Identificación de requisitos

El cálculo de la materia orgánica de los árboles es la base para una serie de estudios posteriores como el secuestro de carbono, gestión forestal, prevención de incendios, ecología y vida silvestre [28] e inclusive para fines energéticos. Es así que, la estimación de la biomasa, y la generación, selección y validación de los modelos se basaron en la metodología propuesta por Picard *et al.* [6] que cumple con las normas técnicas de la FAO para la investigación científica en este campo.

#### Previo al modelado

Se requiere de los siguientes apartados para generar el modelo alométrico óptimo:

- Aplicar un método destructivo a una muestra de 35 árboles, pues a partir de 30 se obtienen los mejores ajustes como el coeficiente de determinación.
- El muestreo debe ser realizado de forma homogénea para evitar resultados erróneos ocasionados por técnicas de muestreo diferente. Así mismo, se seleccionaron individuos que muestren un amplio rango diamétrico para evitar la acumulación de datos en un tamaño de diámetro específico. Por lo tanto, el muestreo fue enfocado en individuos que presenten un diámetro desde 0.8 a 12 cm.
- Además de los requisitos diamétricos, los árboles deben de seleccionarse con una distancia mínima de 10 metros entre cada uno asegurar la independencia.
- *T. castaneifolia* se debe dividir en cuatro compartimentos: a) fuste o tronco, b) ramas grandes o pequeñas, c) hojas y d) frutos.
- Las unidades de peso de los compartimentos en campo deben ser consistentes y por consiguiente, todas las demás alícuotas deben mantener la homogeneidad en el procedimiento. Para este estudio el peso de las muestras fueron en gramos, los compartimentos en fresco o húmedos cortados en el campo y gran tamaño que eran de gran tamaño fueron pesados en kilogramos y posteriormente transformados.

#### Durante el modelado

- Deben verificarse los supuestos de linealidad, normalidad, independencia de residuos, homocedasticidad en cada modelo.
- La selección del modelo alométrico debe realizar considerando el aspecto estadístico y biológico y determina mediante los mejores parámetros en el ajuste de cada ecuación, es decir, el menor valor del criterio de Akaike (AIC), el menor valor de raíz

media del cuadrado del error (RMSE), el menor valor de raíz media del cuadrado del error relativo (RRMSE), el mayor coeficiente de determinación ( $R^2$ ) y un  $p$ -valor  $< 0.05$  y una alta correlación en la comparación de medias con la prueba T-students aplicada a la biomasa predicha versus la biomasa observada.

- El tipo de variables utilizadas para generar la ecuación alométrica requieren un modelo matemático de regresión, a partir de técnicas multivariantes.
- Las curvas de crecimiento arbóreo vinculadas con el modelaje de ecuaciones de biomasa han sido estudiadas por diversos autores desde puntos de vista, estadístico, matemática, agrónomo y biológico [58], [60]–[64]. Se puede decir que el análisis de regresión, especialmente la regresión no lineal, es una herramienta esencial para analizar datos biológicos, siendo el modelamiento matemático una ciencia que utiliza herramientas estadísticas para desarrollar este tipo de ecuaciones de biomasa.

### Posterior al modelamiento

- Es así como, el modelo alométrico desarrollado deberá predecir la biomasa de la especie *T. castaneifolia*, elegida en este trabajo por medio de una variable sencilla de observar en el campo, por ejemplo, si el DAP es una variable explicativa del modelo seleccionado, sólo ingresando el valor de este, se deberá pronosticar la biomasa seca total.
- La ecuación alométrica sólo será válida dentro de los límites de las clases diamétricas. Más aún si el modelo seleccionado es polinomial, pues los modelos de ese tipo no logran extrapolar los datos a clases diamétricas fuera de ese rango, e incluso pueden llegar a estimar valores negativos para biomasa.
- Los modelos generados en este estudio, en principio, pueden utilizarse para estimar la biomasa aérea de una planta, siempre que sus residuos se distribuyan normalmente. Si se hubiese utilizado la transformación logarítmica de los datos se tuviera un sesgo en la estimación final de la biomasa subestimando el valor real de la biomasa y para tal efecto se necesitaría multiplicar la estimación por un factor de corrección [44], [64], ecuación 5. Sin embargo, en este estudio no se utilizó las variables transformadas para corregir la predicción de la biomasa.

$$CF = \exp\left(\frac{RSE^2}{2}\right) \quad (5)$$



## 4. Objetivos concretos y metodologías de trabajo

### 4.1. Objetivo general

Desarrollar un modelo alométrico para la estimación de la biomasa aérea de *Tecoma castaneifolia*.

### 4.2. Objetivos específicos

- a) Calcular la biomasa aérea total de *Tecoma castaneifolia*, a partir de los pesos totales del fuste, ramas, hojas, frutos y las muestras recolectadas de los compartimentos.
- b) Generar un modelo alométrico para la estimación de la biomasa de *Tecoma castaneifolia* a partir de técnicas de regresión.
- c) Seleccionar el modelo con el mejor ajuste a la biomasa real de *Tecoma castaneifolia*.
- d) Estimar la incertidumbre del modelo seleccionado mediante simulación de la biomasa.

### 4.3. Metodología del trabajo

#### 4.3.1. Localización del área de trabajo

El área se ubicó en el campus Mapasingue de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad de Guayaquil (Guayaquil, Ecuador), ubicada en las siguientes coordenadas:

Latitud sur: 02° 08' 45"

Latitud oeste: 79° 55' 04"

Altitud: 20 msnm (metros sobre el nivel del mar)

Comprende una superficie de 40 hectáreas parcialmente construida y presenta una vegetación de bosque seco tropical con suelo rocosos [11], se muestra el mapa de ubicación geográfica en la fig. 4.1.

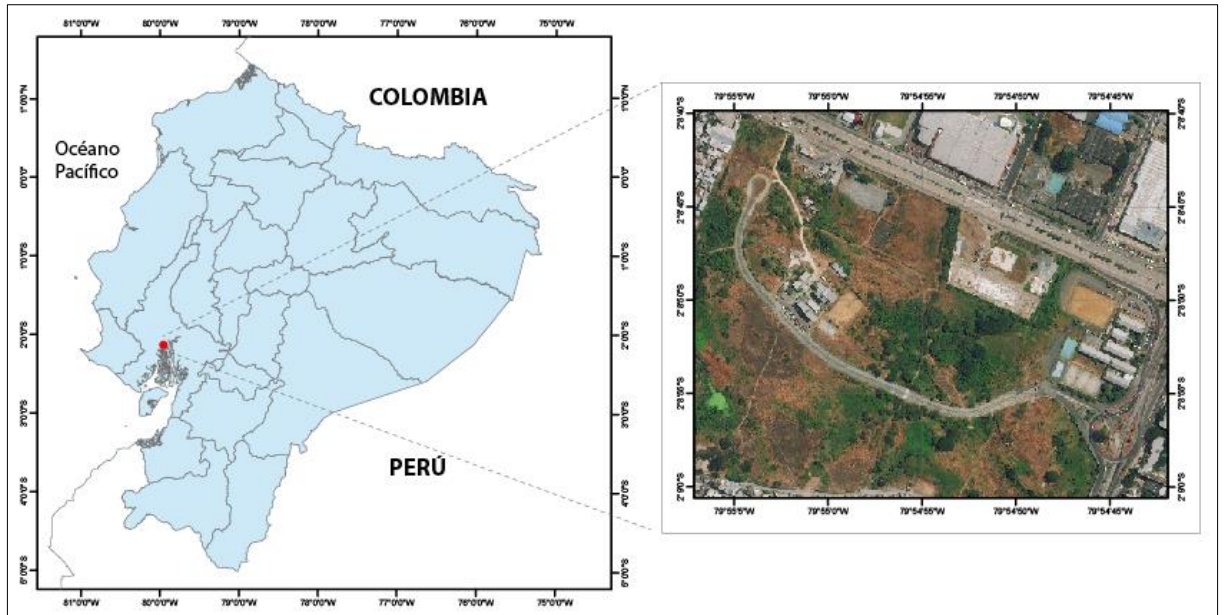


Figura 4.1. Ubicación geográfica del área de estudio en Ecuador. Fuente: Google Earth. Instituto Nacional de Estadísticas y censo (INEC), división política administrativa del Ecuador, sistema de coordenada WGS 84.

### 4.3.2. Materiales y equipo de evaluación

Los instrumentos necesarios para realizar el trabajo de campo fueron:

- Lona de 2 m<sup>2</sup> para reunir las muestras en el piso y evitar la pérdida de material vegetal.
- Cinta métrica de mínimo 6 m, para medir las variables de altura y diámetro de copas.
- Balanza portátil en gramos y balanza en libras para pesar en las muestras y submuestras en fresco.
- 20 m de cuerda para atar las ramas y pesarlas. La cuerda fue pesada previamente para evitar la adición de su peso al de las muestras extraídas.
- Fundas negras tamaño grande y fundas transparentes pequeñas para reunir las muestras de un árbol y evitar la pérdida de humedad. Bolsas de papel rotuladas para almacenar las submuestras.
- Machetes para tala de árboles y las ramas.
- Formulario de campo para el ingreso de la información colectada *in situ*.

Los instrumentos necesarios para realizar el trabajo de laboratorio fueron:

- Balanza analítica Sartorius BL 210 S, con diferencia de  $\pm 0.01$  mg para pesado de submuestras secas.
- Ordenador para tabular los datos.

### 4.3.3. Metodología para la creación del modelo

#### 4.3.3.1. Unidades de análisis

Arboles de *T. castaneifolia* fueron las unidades de análisis, y fueron elegidos dependiendo de la clase diamétrica establecida, que no haya sido podada ni tenga enfermedades. Los individuos seleccionados fueron medidos en su fuste, ramas, hojas y frutos, estimando la biomasa total. Se aplicó una metodología destructiva que consistió en talar el árbol y pesar sus partes en el campo [6].

#### 4.3.3.2. Selección de la muestra

El muestreo se produjo durante los meses de noviembre y diciembre de 2018 y se tomaron 35 arbustos como muestras. Según López [65] en su análisis del tamaño de muestra para evaluar biomasa aérea, concluye que a nivel mundial no se ha llegado a un consenso sobre el tamaño muestral, debido a los costos y tiempo, tomando en consideración si el tipo de método usado, es destructivo o no. Esto dependerá del tipo de especie, pues no será lo mismo talar un  $n$  número de árboles de plantaciones comerciales que de bosques naturales para medir su biomasa. Sin embargo, en [65] también explica que alrededor de 30 árboles en adelante se obtienen los mejores ajustes como el coeficiente de determinación y otros estadísticos.

En [10, pp. 96-97] se expone que al tratarse de especies vegetales se utiliza la estratificación por clases diamétricas, la forma general está dada por la Ecuación 6, donde  $D_{max}$  es el diámetro superior y  $D_{min}$  el inferior,  $n$  son los intervalos deseados y a este parámetro se le llama  $K$ .

$$K = \frac{D_{max} - D_{min}}{n} \quad (6)$$

Luego, para calcular los intervalos de las clases diamétricas se aplicó la ecuación 7, donde intervienen los límites del intervalo y el parámetro  $K$ , todo esto para que la cantidad de muestras recogidas sean homogéneas de acuerdo al intervalo de su clase diamétrica y evitar seleccionar más individuos de una clase con respecto a otra, muchas veces debido a la facilidad de obtener muestras en clases pequeñas. Debido a esto, la muestra se recogió equitativamente dentro de los límites de sus diámetros.

$$\text{Clase diamétrica 1 } [D_{min}, D_{min} + K] \quad (7)$$

$$\text{Clase diamétrica } 2 [D_{min} + K, D_{min} + 2K]$$

$$\text{Clase diamétrica } n [D_{min} + (n - 1) \cdot K, D_{max}]$$

En este trabajo se obtuvieron tres clases diamétricas de tocón medidas en centímetros ([0.8 , 4.5], [4.5 , 8.3], [8.3 , 12.0]). Se muestreó entre 10 a 14 árboles dentro de cada clase diamétrica para conseguir la homogeneidad en cada una [65]. Se verificó que el individuo se encuentre libre para crecer y que estén a mínimo 10 metros de distancia entre ellos para evitar dependencia [28]. La distribución se observa en la tabla 4.1.

TABLA 4.1.  
ÁRBOLES MUESTREADOS POR CLASE DIAMÉTRICA

No. Clase diamétrica	Rango de clase diamétrica (cm)	No. Árboles seleccionados
1	[0.80 - 4.49]	14
2	[4.50 - 8.29]	10
3	[8.30 - 12,00]	11
Total		35 árboles

Se dividió el mapa en 64 cuadrantes, y tomando en cuenta que sólo algunos de estos cuadrantes contienen esta especie, se utilizó una tabla de números aleatorios para determinar el cuadrante y una vez en el lugar se ubicó al árbol que tenga las especificaciones necesarias para ser considerada unidad de análisis. Fig.4.2.

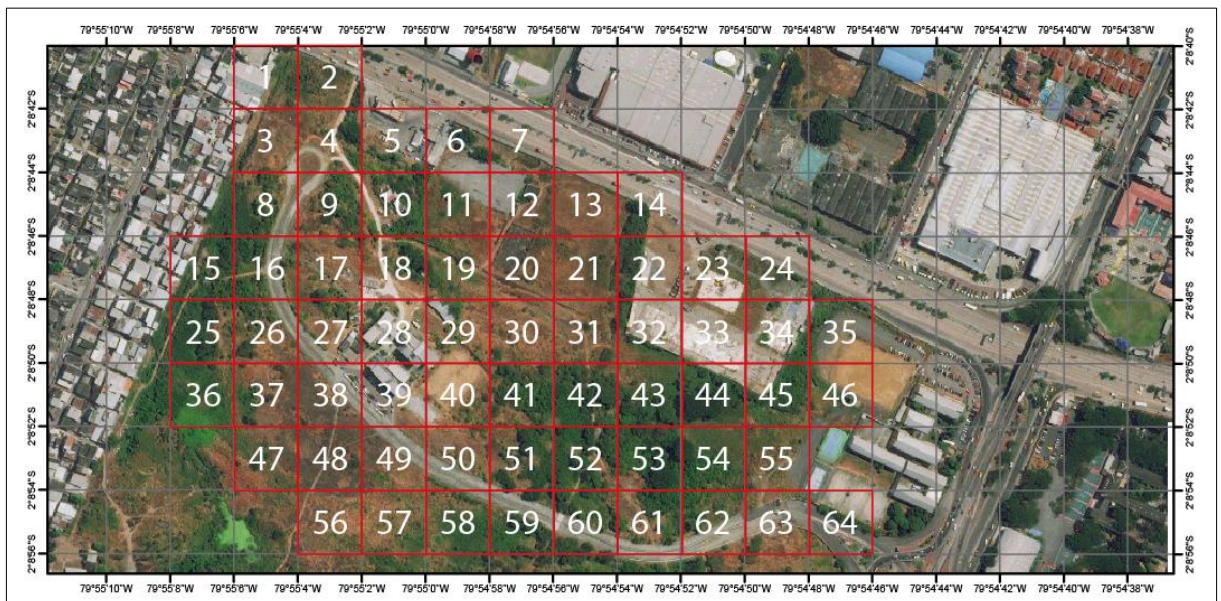


Figura 4.2. Zona de muestreo en el Campus de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad de Guayaquil, segmentada en 64 cuadrantes. Fuente: Imagen de Google Earth.

#### 4.3.3.3. Procedimiento de campo

Considerando que la especie seleccionada es de característica arbustiva, es decir varios fustes en sus primeros años de vida, fue imposible tomar la variable DAP, así que se recolectó el diámetro del fuste más grueso a un metro de altura del suelo en centímetros (cm), y adicionalmente se obtuvo otras variables dasométricas como el diámetro del tocón a 5 cm del suelo, altura total en cm, altura de tronco en cm, diámetro de copa tomando dos medidas diamétricas perpendiculares entre ellas (sentido norte-sur y este-oeste) y luego se las promedió obteniendo el diámetro de copa en cm, ver ecuación 8.

$$pro\_d\_copa = \frac{(d\_copa1 + d\_copa2)}{2} \quad (8)$$

También se obtuvieron mediciones del peso en fresco (recién cortado) de las hojas y frutos en gramos (g); y las ramas y el fuste en kilogramos (kg). Se sacó una alícuota de las hojas, frutos, ramas y fuste, y se obtuvo su peso en fresco en g. Fig. 4.3.



Figura 4.3. A. Corte de árbol y peso por compartimentos (fuste, ramas, hojas y frutos). B. Peso en balanza portátil en gramos para alícuotas pequeñas.

El material vegetal obtenido como alícuota se le asignó un número por orden de muestreo y según la parte de árbol en que se obtuvo (fuste, ramas, hojas y frutos) y se empaquetó en

bolsas de papel foliadas con la nomenclatura correspondiente. Luego de haber concluido la fase de recolección en el campo se trasladaron las muestras al Herbario, ubicado en el mismo campus de la Facultad de Ciencias Naturales.

#### 4.3.3.4. Procedimiento de laboratorio

En esta fase del trabajo se obtuvieron las variables: peso seco de la biomasa del fuste, ramas, hojas y frutos en gramos y la biomasa total del árbol en kg.

Las alícuotas empaquetadas en el Herbario GUAY de la Facultad de Ciencias Naturales, se ingresaron en una secadora artesanal sin marca a 70°C aproximadamente, hasta que el peso se estabilizó, este proceso tomó 48 horas para las muestras pequeñas como las hojas, frutos y ramas, y 3 días para estabilizar el peso del fuste. Fig. 4.4.



Figura 4.4 Alícuotas rotuladas en la cámara de secado del Herbario GUAY de la Universidad de Guayaquil, Ecuador.

Posterior a la obtención del peso seco, para el cálculo del porcentaje de humedad ( $X_{humedad,i}^{compartimento}$ , para la  $i$  –ésima muestra de los compartimentos de cada árbol) se utilizó la ecuación 9, donde la tasa de humedad está en función de la proporcionalidad entre la biomasa de la alícuota seca y su peso en fresco para la  $i$  –ésima alícuota.

$$X_{humedad,i}^{compartimento} = \frac{B_{seca,i}^{alícuota}}{B_{fresca,i}^{alícuota}} \quad (9)$$

Una vez calculada la tasa de humedad de cada árbol, se extrapola para cada compartimento pesado en fresco, es decir se obtuvo la biomasa seca por compartimento a partir de su biomasa fresca y las tasas de humedad, hasta el  $i$  –ésimo árbol, ecuación 10.

$$B_{seco,i}^{compartimento} = (B_{fresco,i}^{compartimento}) \times (X_{humedad,i}^{compartimento}) \quad (10)$$

Por último, se estimó la biomasa seca total de un individuo como la suma de la biomasa seca de cada compartimento  $i$  (fuste, ramas, hojas y frutos), ecuación 11.

$$B_{Total}^{Seca} = \sum_i B_{seco,i}^{compartimento} \quad (11)$$

#### 4.3.3.5. Datos

En la tabla 4.2 se presenta la nomenclatura utilizada en el estudio, es preciso mencionar que las unidades de medida de las variables que se pesaron se unificaron en kilogramos (kg), y las distancias como, por ejemplo, la altura y el diámetro están en centímetros (cm).

TABLA 4.2.  
NOMENCLATURA DE LAS VARIABLES UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO.

Nomenclatura	Descripción
d_tocon	Diámetro de tocón
d_copa1	Diámetro de copa dirección Norte-Sur
d_copa2	Diámetro de copa dirección Este-Oeste
h_tronco	Altura de tronco o fuste
h_total	Altura Total
d_tronco	Diámetro del tronco a los 1 m del suelo
bs_tronco	Biomasa seca del tronco
bs_ramas	Biomasa seca de las ramas
bs_hojas	Biomasa seca de las hojas
bs_frutos	Biomasa seca de los frutos
b_seca_total	Biomasa seca total, suma de todas las componentes
pro_d_copa	Diámetro de copa promedio

Los resultados de las mediciones se ingresaron en una base de datos y el análisis se realizó con el programa estadístico SPSS® de IBM, que permite generar una serie de informes para realizar la regresión múltiple, estimaciones curvilíneas, comparación de medias y  $R^2$ , también se usó las hojas de cálculo de Microsoft Excel de Office 365, para ingresar los datos recogidos en el muestreo y las fórmulas de AICc, BIC,  $W_i$  (AICc),  $W_i$  (BIC), RMSE, RRMSE y finalmente se utilizó Wolfram Mathematica 11, versión para estudiantes 11.0.1.0, para simular de biomasa.

#### 4.3.3.6. Determinación del modelo alométrico para estimar la biomasa

En la etapa inicial del desarrollo de la ecuación alométrica se estudió la relación entre la biomasa total y cada una de las variables dasométricas (Diámetro de tocón, Altura de fuste, Altura Total, Diámetro del tronco y el Diámetro de copa promedio). Para lo cual se realizó una prueba de normalidad, regresión lineal múltiple y posteriormente se seleccionó la variable independiente que se usó para generar el modelo matemático con estimaciones curvilíneas, se detallan los procedimientos realizados:

**Prueba de normalidad:** Se eligió la prueba de Shapiro-Wilk, debido a que se emplea en muestras menores de 50 y las observaciones de este estudio asciende a 35 [66].

**Regresión Lineal Múltiple:** Se realizó esta técnica multivariante que introduce las variables más significativas y excluye las que no aportan al modelo. En consecuencia, al ingresar todas las variables independientes dasométricas para estimar la biomasa, esta técnica excluyó unas variables del modelo y seleccionó las mejores.

**Estimaciones curvilíneas:** Luego de una exploración bivariante con la variable seleccionada, se generó 11 modelos: lineal, logarítmico, inverso, cuadrático, cúbico, compuesto, potencia, curva-S, crecimiento, exponencial y logístico [6, p. 107], [6], [50], [67], para ajustar la mejor ecuación alométrica de la biomasa seca total, ver tabla 4.3.

**Ajustes gráficos de los modelos:** Se realizó una exploración gráfica de las 11 curvas ajustadas y se sobrepuso a cada gráfico las observaciones de la biomasa seca en función de la variable seleccionada, da tal forma que se obtuvo una visión panorámica de todas las ecuaciones.



TABLA 4.3.  
 MODELOS GENERALES EVALUADOS PARA LA ESTIMACIÓN DE BIOMASA

Modelo	Expresión
Lineal	$Y = \beta_0 + (\beta_1 * DT)$
Logarítmica	$Y = \beta_0 + (\beta_1 * \ln(DT))$
Inversa	$Y = \beta_0 + (\beta_1 / DT)$
Cuadrático	$Y = \beta_0 + (\beta_1 * DT) + (\beta_2 * DT^2)$
Cúbico	$Y = \beta_0 + (\beta_1 * DT) + (\beta_2 * DT^2) + (\beta_3 * DT^3)$
Compuesto	$Y = \beta_0 * (\beta_1^{DT})$
Potencia	$Y = \beta_0 * (DT^{\beta_1})$
Curva-S	$Y = e^{(\beta_0 + (\beta_1/DT))}$
Crecimiento	$Y = e^{(\beta_0 + (\beta_1 * DT))}$
Exponencial	$Y = \beta_0 * e^{(\beta_1 * DT)}$
Logística	$Y = 1 / (1/u + (\beta_0 * (\beta_1^{DT})))$

Y: biomasa (kg); DT: Diámetro de tocón (cm);  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$ : parámetros del modelo

#### 4.3.3.7. Selección y validación del modelo alométrico para estimar la biomasa

Consecuentemente, se verifican supuestos estadísticos de las regresiones y los criterios para seleccionar y validar el mejor modelo, realizando los siguientes procedimientos:

**Coefficiente de determinación ( $R^2$ ):** aunque no es una medida para evaluar la predicción de un modelo, permite medir el nivel de ajuste de este.

**P-valor de coeficientes:** Para los coeficientes ( $\beta_i$ ) la prueba de hipótesis se realizó considerando la  $H_0$  dice que  $\beta_i = 0$ , y  $H_1$  dice que  $\beta_i$  es diferente de cero es decir significativo. Si el p-valor del coeficiente es menor a 0.05 significará que hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula y por consiguiente  $\beta_i$  será significativa.

#### Supuestos de regresión

**Linealidad:** Para el modelo lineal, se verificó el supuesto de linealidad en las variables independiente y dependiente. Para esto, se representó con una gráfica de dispersión la variable independiente seleccionada, comprobando si su tendencia es una recta.

*Normalidad de residuos:* Se calculó los valores predichos (pronosticados) y de los errores estandarizados o tipificados en cada uno de los 11 modelos. Considerando que las muestras ascienden a 35 (< 50) y de acuerdo a Correa y Castillo [66] se utilizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk cuya  $H_0$  es la normalidad de los datos con un p-valor > 0.05.

*Independencia de los residuos:* Este es el tercer supuesto, y se realizó una Prueba de Rachas con punto de corte en mediana, debido a que no intervino la temporalidad, es decir, no existió variable tiempo, y no tiene sentido hablar de autocorrelación, sino que más bien se evaluó la distribución aleatoria de los residuos.

*Homocedasticidad:* Se realizó un gráfico de puntos con las variables error tipificado al eje Y, y el valor ajustado tipificado al eje X. Además, se agregó tres líneas de referencia al eje Y en -2, 0 y 2 a cada gráfico, con el fin de observar si la varianza es constante, es decir que la nube de puntos esté entre esas bandas sin seguir un patrón.

### **Criterio de información Akaike corregido (AIC) y Criterio de información Bayesiano (BIC)**

Existen varios criterios para evaluar la calidad del ajuste de un modelo, que también son usados para comparar la predicción con las observaciones reales, Rykiel [68] y Tedeschi [69] dan especial atención al **AIC** y el **BIC**, que son criterios para medir la calidad en un modelo estadístico, facilitando la toma de decisiones sobre un modelo u otro, ver ecuación 12 y 14.

Burnham y Anderson [24], recomiendan usar la corrección de AIC, mientras se cumpla la condición  $\frac{n}{k_i} < 40$ , donde  $K_i$  es el número de parámetros libres estimados dentro del modelo  $j$  y  $n$  es el tamaño muestral. En el caso de este estudio la media de esa condición estuvo por debajo de 40, y por consiguiente se usó la corrección de AICc para mínimos cuadrados [70], [71], Ecuación 13.

$$AIC_i = 2k + n [\ln (2 \pi RSS / n) + 1] \quad (12)$$

$$AIC_c = AIC_i + \frac{2K_i(K_i + 1)}{n - K_i - 1} \quad (13)$$

$$BIC = n \cdot \ln(RSS/n) + k \cdot \ln(n) \quad (14)$$

Donde RSS es la **suma de cuadrados residuales** (ecuación 15), donde  $f(x_i)$  es la predicción del modelo,  $x_i$  variable explicativa y  $y_i$  la biomasa observada real. Para evaluar estos dos criterios se utilizó una hoja de cálculo, ingresando tanto la predicción de los modelos como la fórmula de AICc y BIC para el análisis respectivo.

$$RSS = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 \quad (15)$$

Adicionalmente, se calculó el peso del modelo con respecto a los dos criterios [24], [70]. Las ponderaciones o **pesos de Akaike** ( $W_i$ ), se utilizaron para una mejor interpretación de la plausibilidad de los modelos cuando se comparan, ecuación 16.

$$W_i = \frac{\exp(-0.5 \times \Delta_i)}{\sum_{r=1}^R \exp(-0.5 \times \Delta_i)} \quad (16)$$

Donde  $\Delta_i = AIC_i - AIC_{min}$ , como denominador la suma ( $\Sigma$ ) de  $r=1$  a  $R$  modelos, y  $W_i$  se interpreta como el peso de la evidencia de que el modelo sea el mejor. Así mismo, para calcular los **pesos de BIC** ( $W_i$ ), se utilizó la ecuación 16, donde  $\Delta_i = BIC_i - BIC_{min}$ , de los  $R$  modelos.

### **Raíz media del error cuadrático (RMSE) y Raíz media del error cuadrático relativo (RRMSE)**

El valor de RMSE es una medida que se usó para evaluar los modelos cuando los términos de error tienden a una distribución normal [33]. Este criterio fue utilizado por varios autores para validar modelos alométricos de estimación de biomasa aérea como Riofrío *et al.* [50], Gracia y Cantillo [39], Solano *et al.* [26], Despotovic *et al.* [72], Gao *et al.* [42] y otros autores [6], [73], quienes encontraron en RMSE y el RRMSE (en %) una mejor interpretación, ver ecuaciones 17-18.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{n}} \quad (17)$$

$$RRMSE (\%) = \frac{RMSE}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i} \times 100\% \quad (18)$$

Estos indicadores permitieron tomar decisiones sobre la selección y validación del modelo por los valores que adoptaron en función del error, lo que comprobó el poder de predicción de las ecuaciones ajustadas.

#### **Comparación de medias: Prueba t student de dos muestras relacionadas o pareadas**

Esta prueba analizó el nivel de pronóstico del modelo ajustado, comparando la biomasa predicha y la observada mediante una prueba T, cuya  $H_0$  es que no hay diferencia significativa con un  $p$ -valor  $> 0.05$ , y una  $H_1$  que sí hay diferencia con un  $p$ -valor  $< 0.05$ , con esta prueba se obtuvo que los modelos que no tuvieron diferencia significativa en sus predicciones, es decir que lograron predecir la biomasa con un nivel de significancia cercano a 1.

En conclusión, para la selección de los modelos únicamente se consideraron los que consiguieron todos los parámetros significativos con al menos un  $p$ -valor  $< 0.05$ , descartando aquellos que no obtuvieron esa condición. Así mismo, se seleccionó al mejor modelo en función de los mejores parámetros de ajuste, se consideró también el menor valor de criterio de Akaike (AIC), el menor criterio de información Bayesiano (BIC), el menor valor de raíz media del error cuadrático (RMSE), el menor valor de raíz media del error cuadrático relativo (RRMSE) y el mayor coeficiente de determinación ( $R^2$ ).

#### **4.3.3.8. Estimar la incertidumbre del modelo alométrico mediante simulación de la biomasa.**

La incertidumbre se define según Parra y Martínez [74] como una estimación ligada al resultado de una simulación que establece un intervalo de valores dentro de los cuales está razonablemente una medida, que no puede afirmarse que es verdadera, sino la probabilidad de acercarse a esta. Es por esto, que para analizar la incertidumbre es necesario de técnicas de simulación [75].

Los procesos de simulación comprenden dos fases: La primera es la generación de números y variables aleatorias de acuerdo a su comportamiento, por ejemplo, con distribución normal [76], y la segunda, el cálculo de nuevas características a partir de las variables generadas, por ejemplo: simular una cola de personas en un banco y así determinar una cantidad de operadores hasta alcanzar un nivel deseado de servicio.

Específicamente en este trabajo, la simulación consistió en generar diámetros de tocón aleatoriamente asumiendo que el comportamiento de los diámetros tenía una distribución

normal con media ( $\mu$ ) del diámetro del tocón y su desviación estándar ( $\sigma$ ); paso seguido se calculó la biomasa según el modelo seleccionado y se le adicionó un valor por medio de una variable aleatoria con distribución uniforme, en el intervalo de las desviaciones estándar de la biomasa predicha del modelo. Así se obtuvo para cada diámetro su correspondiente biomasa simulada. Todo este algoritmo se ingresó en Wolfram Mathematica para generar la simulación, ver fig 4.5.

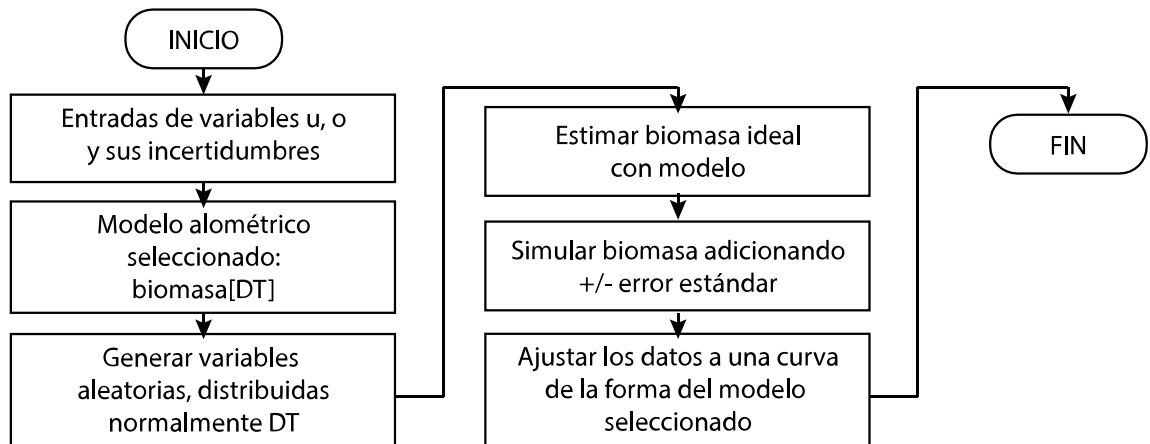


Figura 4.5. Algoritmo del proceso de simulación para el análisis de la incertidumbre de la biomasa seca total, en lenguaje Mathematica.

## 5. Descripción del modelo y resultados obtenidos

### 5.1. Estimación de la biomasa aérea total de *Tecoma castaneifolia*

#### 5.1.1. Medición en el campo de los compartimentos

Se inventariaron 35 árboles pertenecientes a la especie *T. castaneifolia*, de los cuales 14 correspondieron al rango de diámetro de tocón entre 0.8 y 4.5 cm, 10 entre 4.5 y 8.3 cm y 11 entre 8.3 y 12 cm.

Respecto a los diámetros de tocón, el promedio estuvo en  $6.2 \pm 3.2$  cm con un rango de 0.8 y 12 cm, la altura total de los árboles se colocó en una media de  $3.58 \pm 1.36$  m y un rango de 0.76 y 6.2 m, la altura de tronco se encontró en  $48.52 \pm 38.05$  entre 1.1 y 137 cm de rango, diámetro de tronco de  $5.48 \pm 3.05$  cm en 0.3 y 10 cm de diámetro como máximo, el diámetro de copa esta con una media de  $2.42 \pm 1.26$  m en 0.18 y 5.16 m y la biomasa seca con una media en  $5.28 \pm 5.08$  kg entre 0.05 y 19.2 kg (tabla 5.1).

Según el coeficiente de asimetría de Fisher, se observa que la altura del tronco es asimétricamente negativa, todas las demás variables presentan asimetría positiva. Además, el coeficiente de curtosis muestra que todas las variables tienen una distribución platicúrtica, y finalmente no se encontraron datos atípicos.

TABLA 5.1.  
ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIABLES DE ESTUDIO

	N	Rango	Mín.	Máx.	Media	SD.	Varianza	Asimetría		Estadístico	
								Error típico		Curtosis	
								Est.	ET	Est.	ET
d_tocón	35	11,2	,8	12,0	6,17	3,22	10,38	,283	,398	-1,082	,778
h_total	35	544,0	76,0	620,0	357,83	135,96	18486,32	-,320	,398	-,262	,778
pro_d_copa	35	498,0	18,0	516,0	242,61	126,31	15956,35	,050	,398	-,518	,778
h_tronco	35	135,9	1,1	137,0	48,52	38,05	1447,92	,940	,398	-,282	,778
d_tronco	35	9,7	,3	10,0	5,48	3,08	9,51	,087	,398	-1,350	,778
b_seca_total	35	19,2	,051	19,2	5,28	5,08	25,84	,839	,398	-,003	,778

\* Est.: Estadístico; ET: Error típico; SD: desviación típica.

En la tabla 5.2, La biomasa en fresco recolectada por compartimentos entre ramas fuste, hojas y frutos fue de 334, 36, 12 y 6 kg, respectivamente; alcanzado la suma de 388 kg, y un porcentaje aproximado del 48 % de humedad. Se estimó que la biomasa seca de cada parte

equivale a 156, 22, 5, 1.67 kg, respectivamente, por compartimento, con un total de 185 kg de materia orgánica seca acumulada en los 35 árboles muestreados. Tabla 5.2.

TABLA 5.2.  
BIOMASA ESTIMADA POR COMPARTIMENTO

Compartimentos	Biomasa	Biomasa	Aprox. Tasa de humedad %
	fresca kg	Seca Kg	
Ramas	334	156	47
Fuste	36	22	62
Hojas	12	5	40
Frutos	6	1,67	28
Totales	388	185	48

## 5.2. Generar un modelo alométrico para estimar la biomasa seca total de *Tecoma castaneifolia*

### 5.2.1. Prueba de normalidad a las variables dasométricas

Se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk, donde el diámetro de tocón, altura total y el diámetro de la copa tuvieron un p-valor > 0.05, con 0.11, 0.54 y 0.78 respectivamente, y por lo tanto se acepta su normalidad, no así en las demás variables dasométricas (altura de tronco y diámetro de tronco), ver tabla 5.3.

TABLA 5.3.  
PRUEBAS DE NORMALIDAD DE CADA VARIABLE DASOMÉTRICA

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
d_tocón	,127	35	,164	,950	35	,110
h_total	,116	35	,200*	,973	35	,539
pro_d_copa	,072	35	,200*	,981	35	,779
h_tronco	,226	35	,000	,861	35	,000
d_tronco	,171	35	,011	,921	35	,015
b_seca_total	,189	35	,003	,882	35	,001

\*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

### 5.2.2. Selección de variables mediante regresión lineal múltiple

En la selección de variables se aplicó una regresión lineal múltiple, en la tabla 5.4, se observa que la variable diámetro de tocón tiene la mayor correlación 0.907 con la biomasa seca total

en comparación con las variables altura total y diámetro de copa que presentan 0.775 y 0.861. Además, la variable altura de tronco presentó una correlación negativa (-0.293).

TABLA 5.4.  
COEFICIENTES DE CORRELACIÓN DE PEARSON ENTRE VARIABLES DASOMÉTRICAS, MEDIDAS DE *T. CASTANEIFOLIA*

		b_seca_t otal	d_tocon	h_total	pro_d_co pa	h_tronco	d_tronco
Correlación de Pearson	b_seca_total	1,000	,907	,775	,861	-,293	,876
	d_tocon	,907	1,000	,835	,909	-,322	,946
	h_total	,775	,835	1,000	,869	,035	,785
	pro_d_copa	,861	,909	,869	1,000	-,225	,902
	h_tronco	-,293	-,322	,035	-,225	1,000	-,347

La regresión lineal múltiple, generó un modelo de tipo lineal, con un  $R^2$  de 82.2% y un error típico de 2.176, según el ANOVA tienen un nivel de significancia menor a 0.05 y, por lo tanto, la única variable escogida como variable predictora fue el diámetro de tocón. Tabla 5.5.

TABLA 5.5.  
RESUMEN DEL MODELO GENERADO POR REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

Modelo	R	R cuadrado R <sup>2</sup>	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación	Estadísticos de cambio				Durbin- Watson	
					Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2		Sig. Cambio en F
1	,907 <sup>a</sup>	,822	,817	2,176	,822	152,635	1	33	,000	1,625

a. Variables predictoras: (Constante), d\_tocon

b. Variable dependiente: b\_seca\_total

En las tablas 5.6 y 5.7 se determinó que con un intervalo de confianza de un 95%, la variable diámetro de tocón explica el modelo con un peso del 90.7%, los coeficientes del modelo generado obtuvieron un p-valor inferior a 0.05, razón por la cual se acepta la variable tocón, excluyendo a las demás con un nivel de significancia 0.77, 0.213, -0.01 y 0.134, en lo que respecta a altura total, diámetro de copa, altura de tronco y diámetro de tronco, respectivamente. Esto se debe al hecho de que es una especie arbustiva, subdividiéndose en varios fustes de distintos grosores y que salen de un pequeño tocón, lo que hace que esta medida sea significativa.



**TABLA 5.6.**  
COEFICIENTES DEL MODELO GENERADO POR REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE<sup>A</sup>

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.	Intervalo de confianza de 95,0% para B	
		B	Error típ.	Beta			Límite inferior	Límite superior
1	(Constante)	-3,541	,803		-4,407	,000	-5,176	-1,907
	d_tocon	1,431	,116	,907	12,355	,000	1,195	1,666

A. Variable dependiente: b\_seca\_total

**TABLA 5.7.**  
VARIABLES EXCLUIDAS DEL MODELO GENERADO POR REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

Modelo		Beta dentro	t	Sig.	Correlación parcial
1	h_total	,059 <sup>b</sup>	,436	,666	,077
	pro_d_copa	,215 <sup>b</sup>	1,233	,227	,213
	h_tronco	,000 <sup>b</sup>	-,003	,997	-,001
	d_tronco	,175 <sup>b</sup>	,767	,448	,134

### 5.2.3. Ajustes de modelo: Exploración de datos bivariantes

Se relacionó la variable independiente Diámetro de tocón (cm) y la variable dependiente Biomasa seca total del árbol (kg), En la fig. 5.2. se observó una relación positiva, es decir, que a medida que aumenta el diámetro aumenta la biomasa, pero también presentó una relación no lineal y la varianza de la biomasa parece también aumentar cuando aumenta el diámetro del tocón.

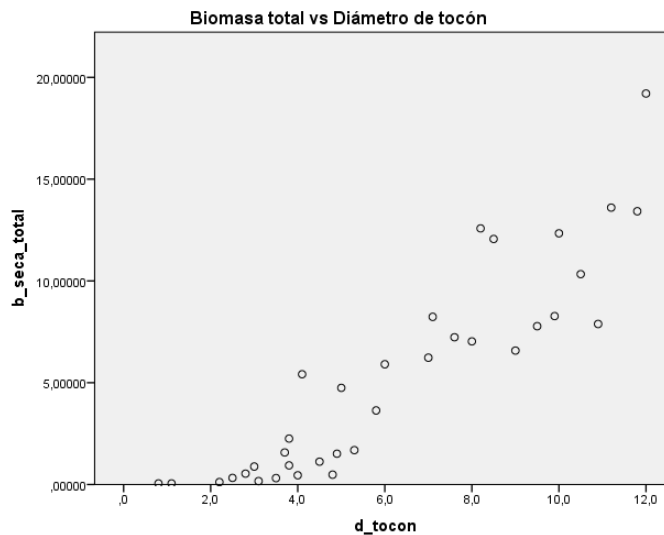


Figura 5.1. Nube de puntos de la Biomasa seca total en relación al diámetro del tocón.

### 5.2.4. Estimación curvilínea: Modelos posibles

Se realizaron 11 estimaciones curvilíneas con SPSS, y todas las estimaciones obtuvieron un p-valor  $<0.05$  como en su modelo, al igual que el p-valor de cada parámetro también fue  $<0.05$  con excepción del cuadrático y el cúbico.

La tabla 5.8 presenta las estimaciones conseguidas con los once modelos ajustados, el modelo lineal  $B = 1.431D - 3.541$ , con  $R^2$  de 82.2%, p-valor $<0.05$  y un error estándar de la estimación (SE) de 2.176, y sus coeficientes tuvieron un p-valor significativo. El modelo logarítmico  $B = 6.312 \ln(D) - 5.133$ , presentó un  $R^2$  de 64.7% con p-valor $<0.05$  y un SE de 3.004, además sus coeficientes lograron un buen nivel de significancia. El modelo inverso  $B = -12.008/D + 8.238$ , consiguió un  $R^2$  de 30.4%, p-valor $<0.05$  con un SE 4.306 y un p-valor de sus parámetros  $<0.5$ .

Se prestó atención a que el modelo cuadrático tuvo un p-valor menor a 0.05, sin embargo, los parámetros del modelo  $B = 0.065D^2 + 0.57D - 1.371$ , no fueron significativos con p-valor $>0.05$  y un  $R^2$  de 83.6% y el SE de 2.119. El modelo cúbico tuvo el mismo comportamiento con un p-valor $<0.05$  como estimación, pero sus coeficientes en la ecuación  $B = -0.004D^3 + 0.148D^2 + 0.124D - 0.738$ , obtuvieron un p-valor $>0.05$ , además de alcanzar un  $R^2$  de 83.7% y un SE de 2.149.

Siguiendo la línea, el modelo compuesto  $B = 0.131 * 1.585^D$ , con p-valor $<0.05$  logró un  $R^2$  de 77.3%, un SE de 0.816, y unos coeficientes con p-valor $<0.05$ . El modelo potencia  $B = 0.041D^{2.422}$  alcanzó un p-valor de la estimación  $<0.05$ , un  $R^2$  de 86.5%, un SE de 0.630 y unos parámetros dentro del nivel de significancia. El modelo S:  $B = \exp(2.245 - 5.854/D)$ , obtuvo un 65.5% de  $R^2$ , un p-valor $<0.05$  y un error estándar de 1.006.

Por su parte el modelo de crecimiento  $B = \exp(0.460 - 2.035D)$ , alcanzó un p-valor $<0.05$ , consiguiendo un  $R^2$  de 77.3% con un SE de 1.006 y un excelente nivel de significancia en sus coeficientes. El modelo exponencial  $B = 0.131\exp(0.460D)$  obtuvo un p-valor $<0.05$ , un  $R^2$  de 77.3%, un SE de 0.816 y sus coeficientes tiene un nivel de significancia aceptable. El modelo logístico  $B = 1/[1/20 + 11.824(0.55^D)]$  obtuvo un p-valor $<0.05$ , un  $R^2$  de 82.6%, un SE de 0.898 y los coeficientes también en el rango de significancia.

TABLA 5.8.  
ECUACIONES Y ESTIMADORES ESTADÍSTICOS A PARTIR DEL ANÁLISIS DE REGRESIÓN NO LINEAL  
ENTRE DIÁMETRO DE TOCÓN, PARA PREDECIR LA BIOMASA DE *T. castaneifolia*

Modelo	Parámetros	P valor	R cuadrado (R <sup>2</sup> ).	P valor del modelo	Error estándar de la estimación (SE)
Lineal $Y = \beta_0 + \beta_1 DT$	$\beta_0 = -3,541$ $\beta_1 = 1,431$	0,000 0,000	0,822	< 0,001	2,176
Logarítmica $Y = \beta_0 + \beta_1 \ln(DT)$	$\beta_0 = -5,133$ $\beta_1 = 6,312$	0,001 0,000	0,647	< 0,001	3,064
Inversa $Y = \beta_0 + \beta_1 / DT$	$\beta_0 = 8,238$ $\beta_1 = -12,008$	0,000 0,001	0,304	< 0,001	4,306
Cuadrático $Y = \beta_0 + \beta_1 DT + \beta_2 DT^2$	$\beta_0 = -1,371$ $\beta_1 = 0,570$ $\beta_2 = 0,065$	0,373 0,288 0,105	0,836	< 0,001	2,119
Cúbico $Y = \beta_0 + \beta_1 DT + \beta_2 DT^2 + \beta_3 DT^3$	$\beta_0 = -0,738$ $\beta_1 = 0,124$ $\beta_2 = 0,148$ $\beta_3 = -0,004$	0,756 0,928 0,535 0,725	0,837	< 0,001	2,149
Compuesto $Y = \beta_0 * (\beta_1^{DT})$	$\beta_0 = 0,131$ $\beta_1 = 1,585$	0,002 0,000	0,773	< 0,001	0,816
Potencia $Y = \beta_0 * (DT^{\beta_1})$	$\beta_0 = 0,041$ $\beta_1 = 2,422$	0,002 0,000	0,865	< 0,001	0,630
S $Y = e^{(\beta_0 + (\beta_1/DT))}$	$\beta_0 = 2,245$ $\beta_1 = -5,854$	0,000 0,000	0,655	< 0,001	1,006
Crecimiento $Y = e^{(\beta_0 + (\beta_1 * DT))}$	$\beta_0 = -2,035$ $\beta_1 = 0,460$	0,000 0,000	0,773	< 0,001	0,816
Exponencial $Y = \beta_0 * e^{(\beta_1 * DT)}$	$\beta_0 = 0,131$ $\beta_1 = 0,460$	0,002 0,000	0,773	< 0,001	0,816
Logística $Y = 1/(1/13 + \beta_0 * (\beta_1^{DT}))$	$\beta_0 = 11,824$ $\beta_1 = 0,550$	0,005 0,000	0,826	< 0,001	0,898

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3 =$  parámetros, DT= Diámetro de tocón.

### 5.2.5. Ajuste gráfico de los modelos generados

Para concluir con los resultados de este segundo objetivo, la fig. 5.2. presenta los ajustes de modo gráfico, es así como los modelos: lineal, cuadrático, cúbico y potencia visualmente se ajustan mejor a los datos de la biomasa real según su diámetro de tocón. En contraste con el resultado anterior, los modelos que obtuvieron curvas lejos de los datos reales fueron el logarítmico fig. 5.2B, inverso fig. 5.2C, compuesto fig. 5.2F, curva-S fig. 5.2H, crecimiento fig. 5.2I y Exponencial fig. 5.2J.

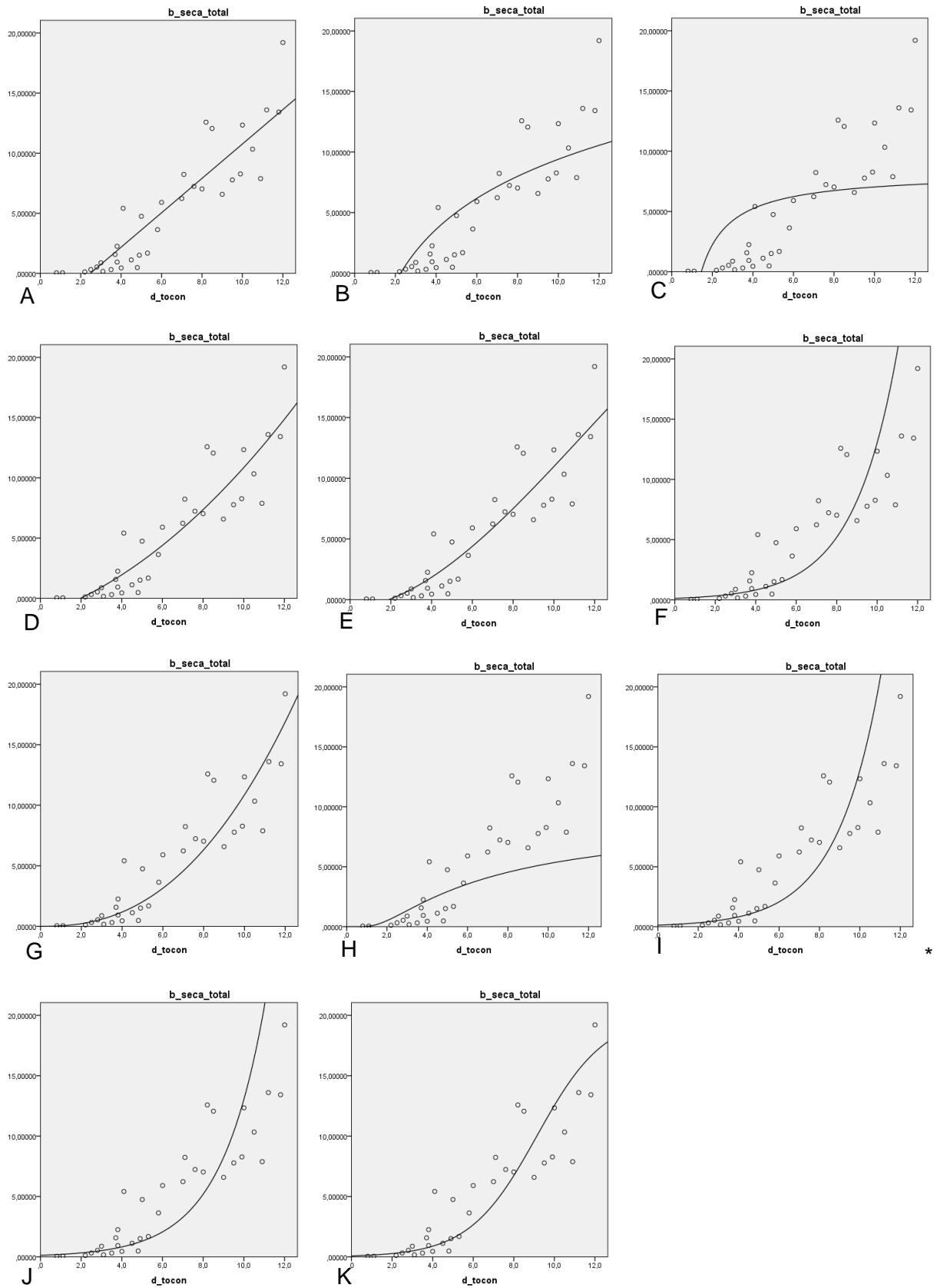


Figura 5.2. A. Lineal, B. Logarítmica, C. Inversa, D. Cuadrático, E. Cúbico, F. Compuesto, G. Potencia, H. Curva-S, I. Crecimiento, J. Exponencial y K. Logística.

### 5.3. Selección del modelo con el mejor ajuste a la biomasa real de *Tecoma castaneifolia*

#### 5.3.1. Coeficiente de determinación ( $R^2$ )

El  $R^2$  máximo lo obtuvo el modelo potencia con un 86.5% y el mínimo el modelo inverso con 30.4%. Los modelos que obtuvieron un  $R^2$  mayor a 70% fueron: lineal, cuadrático, cúbico, compuesto, potencia, curva-s, crecimiento, exponencial y logístico. Tabla 5.8. Aunque esta medida no evaluó predicción, si se utilizó para medir el ajuste de los modelos.

#### 5.3.2. P-valor

El modelo cuadrático  $Y = \beta_0 + \beta_1DT + \beta_2DT^2$  obtuvo en todos sus coeficientes  $\beta_0 = -1,371$ ,  $\beta_1 = 0,570$  y  $\beta_2 = 0,065$  un p-valor  $> 0.05$ : 0.373, 0.288, 0.105 respectivamente, lo que descarta al modelo. De la misma manera, el p-valor de cada coeficiente del modelo cúbico  $Y = \beta_0 + \beta_1DT + \beta_2DT^2 + \beta_3DT^3$  es decir  $\beta_0 = -0,738$ ,  $\beta_1 = 0,124$ ,  $\beta_2 = 0,148$ ,  $\beta_3 = -0,004$  tuvieron un p-valor 0,756, 0,928, 0,535 y 0,725 respectivamente, también descartando al modelo. Ver tabla 5.8.

La tabla 5.9, muestra los modelos: lineal, logarítmico, compuesto, potencia, curva-S, crecimiento, exponencial, logístico que pasaron a la siguiente etapa, con un  $R^2$  mayor a 64.7%, un p-valor de estimación menor al 0.05, encontrándose un error estándar mínimo de 0.630 y un máximo de 3.064 entre el modelo potencia y el logarítmico equitativamente.

TABLA 5.9.  
MODELOS GENERADOS A PARTIR DE LA ESTIMACIÓN CURVILÍNEA DE SPSS

Modelos	Expresión	$R^2$	P valor	Error estándar de la estimación (SE).
Lineal	$B = 1.431D - 3.541$	0.822	< 0,001	2.176
Logarítmica	$B = 6.312 \ln(D) - 5.133$	0.647	< 0,001	3.064
Inversa	$B = -12.008/D + 8.238$	0.304	< 0,001	4.306
Cuadrático	$B = 0.065D^2 + 0.57D - 1.371$	0.836	< 0,001	2.119
Cúbico	$B = -0.004D^3 + 0.148D^2 + 0.124D - 0.738$	0.837	< 0,001	2.149
Compuesto	$B = 0.131 * 1.585^D$	0.773	< 0,001	0.816
Potencia	$B = 0.041D^{2.422}$	0.865	< 0,001	0.630
Curva-S	$B = \exp(2.245 - 5.854/D)$	0.655	< 0,001	1.006
Crecimiento	$B = \exp(0.460 - 2.035D)$	0.773	< 0,001	0.816
Exponencial	$B = 0.131 \exp(0.460D)$	0.773	< 0,001	0.816
Logística	$B = 1/[1/20 + 11.824(0.55^D)]$	0.826	< 0,001	0.898

B= biomasa seca total, D= Diámetro de tocón.

### 5.3.3. Supuestos de regresión

#### 5.3.3.1. Linealidad

Para garantizar la correcta aplicación de los modelos de regresión se debe verificar el cumplimiento de una serie de supuestos, entre estos correspondió el análisis de la linealidad donde en la fig. 5.3 se visualizó mediante una matriz de dispersión el comportamiento de los datos, presumiendo un crecimiento positivo, pero no lineal en su sentido estricto. El valor de R del modelo lineal estuvo en 0.907 y no se demostró que se cumple este supuesto.

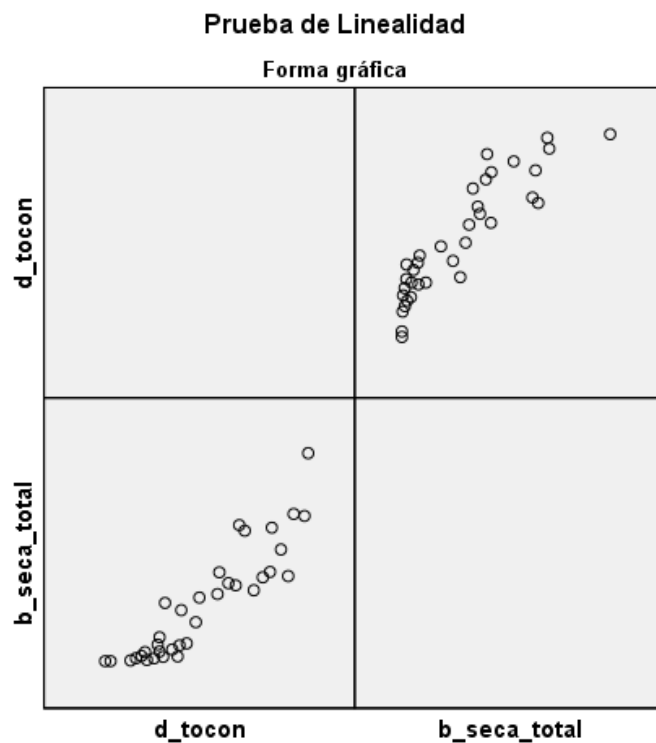


Figura 5.3. Prueba de linealidad aplicada a la variable diámetro de tocón.

#### 5.3.3.2. Normalidad de residuos

Se analizó mediante la prueba de Shapiro-Wilk a partir de los residuos estandarizadas. En la tabla 5.10, se muestra que el modelo lineal tiene un  $p\text{-valor} > 0.05$ , al igual que el modelo cuadrático, cúbico y potencia con niveles de significativos. Los modelos logarítmicos, componente, curva-S, crecimiento, exponencial y logístico no se distribuyeron normalmente.

TABLA 5.10.  
PRUEBA DE NORMALIDAD DE LOS 11 MODELOS

Puntuación Z: Error for b_seca_total with d_tocon from CURVEFIT	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístic	gl	Sig.	Estadístic	gl	Sig.
	o			o		
LINEAR	,091	35	,200*	,975	35	,586
LOGARITHMIC	,193	35	,002	,912	35	,008
INVERSE	,153	35	,037	,909	35	,007
QUADRATIC	,115	35	,200*	,961	35	,244
CUBIC	,152	35	,041	,957	35	,189
COMPOUND	,275	35	,000	,833	35	,000
POWER	,130	35	,146	,966	35	,351
S-CURVE	,174	35	,009	,875	35	,001
GROWTH	,275	35	,000	,833	35	,000
EXPONENTIAL	,275	35	,000	,833	35	,000
LGSTIC	,275	35	,000	,833	35	,000

\*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

### 5.3.3.3. Independencia de los residuos

En la tabla 5.11, se observa como el p-valor de los modelos: lineal, logarítmico, cuadrático, cúbico y potencia, es decir 0.735, 0.087, 0.489, 0.489 y 0.735 respectivamente, es mayor a 0.05 y, por lo tanto, se afirma que los residuos son independientes en estos modelos. Por el contrario, el modelo compuesto, curva-s, crecimiento, exponencial y logístico obtuvieron un p-valor < 0.05, lo que demuestra la no independencia de los residuos.

TABLA 5.11.  
PRUEBA DE RACHAS

Puntuación Z: Error for b_seca_total with d_tocon from CURVEFIT, MOD_1	LINEAR	LOGARITHMIC	INVERSE	QUADRATIC	CUBIC	COMPOUND	POWER	S-CURVE	GROWTH	EXPONENTIAL	LGSTIC
Valor de prueba <sup>a</sup>	-,0460	-,305	-,076	-,068	-,051	,161	-,162	-,102	,161	,161	,161
Casos < Valor de prueba	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
Casos >= Valor de prueba	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Casos en total	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
Número de rachas	17	13	5	21	21	9	17	6	9	9	9
Z	-,339	-1,71	-4,46	,692	,692	-3,09	-,339	-4,12	-3,09	-3,09	-3,09
Sig. asintót. (bilateral)	,735	,087	,000	,489	,489	,002	,735	,000	,002	,002	,002

a. Mediana

### 5.3.3.4. Homocedasticidad

En la fig. 5.4 se mostraron los residuos estandarizados como un gráfico de puntos entre -2 y 2, en el modelo lineal, cuadrático, cúbico y de potencia se observó homocedasticidad en la dispersión de los puntos al no seguir una tendencia, lo que permitió asumir ese supuesto. Los modelos restantes: Logarítmico, compuesto, curva-s, crecimiento, exponencial y logístico, se presumió heterocedasticidad debido al comportamiento de estas gráficas. Pues se agrupa en sectores del gráfico, dando lugar a una posible heterocedasticidad.

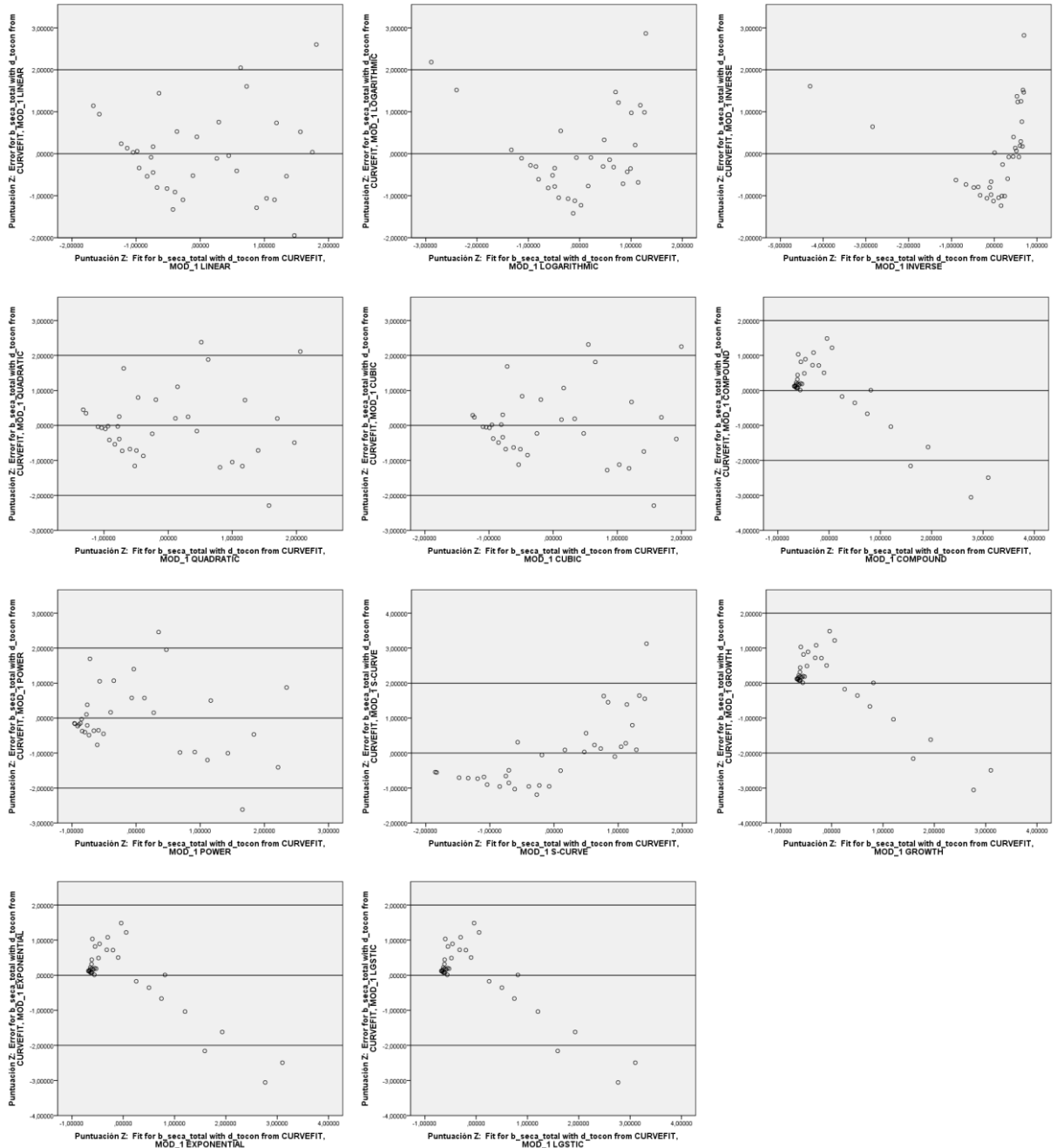


Figura 5.4. Comportamiento de la nube de residuos en los modelos.



Una vez revisados los supuestos de Linealidad, Normalidad, Independencia de los residuos y la homocedasticidad en cada modelo se resumen en la tabla 5.12, donde se describieron los cuatro supuestos y los estadísticos de cada estimación.

**TABLA 5.12.**  
**RESUMEN DE SUPUESTOS Y ESTADÍSTICOS DE LAS 11 CURVAS**

Modelos	Supuestos necesarios para las regresiones				Estadísticos		
	Linealidad	Normalidad de residuos	Independencia de los residuos	Homoce-dasticidad	R <sup>2</sup>	P valor	Error estándar de la estimación (SE).
Lineal	Si	Si	Si	Si	0.822	< 0,001	2.176
Logarítmico	NA	-	Si	-	0.647	< 0,001	3.064
Inverso	NA	-	-	-	0.304	< 0,001	4.306
Cuadrático	NA	Si	Si	Si	0.836	< 0,001	2.119
Cúbico	NA	Si	Si	Si	0.837	< 0,001	2.149
Compuesto	NA	-	-	-	0.773	< 0,001	0.816
Potencia	NA	Si	Si	Si	0.865	< 0,001	0.630
Curva-S	NA	-	-	-	0.655	< 0,001	1.006
Crecimiento	NA	-	-	-	0.773	< 0,001	0.816
Exponencial	NA	-	-	-	0.773	< 0,001	0.816
Logístico	NA	-	-	-	0.826	< 0,001	0.898

### 5.3.4. Criterios de selección de modelos: Criterio de información Akaike (AIC) y criterio de información Bayesiano (BIC)

En la tabla 5.13, se observa que el modelo lineal obtuvo un AICc de 156.05, con un peso  $W_i$  de 36.34. El modelo logarítmico logró un AICc de 180.02 con un  $W_i$  de 0; así mismo el modelo inverso obtuvo un 203.85 de AICc sin peso alguno de  $W_i$ . En cambio, el modelo cuadrático con un AIC de 155.53, obtuvo un peso de 47.19; en semejanza al modelo cúbico, que con un AICc de 158.37 alcanzó un peso de 11.43. El modelo compuesto logró un 218.61 de AICc sin peso de Akaike. Por otra parte, el modelo potencia con un AICc de 160.03 logró un peso de 4.97. Los modelos curva-S, crecimiento, exponencial y logístico obtuvieron un AICc de 202.81, 242.68, 217.85 y 168.84 respectivamente. El modelo logístico tuvo un peso  $W_i$  de 0.06.

En resumen, con el  $W_i$  de AICc se obtuvo el peso que tiene cada modelo para estimar la biomasa total, teniendo el mayor peso el modelo cuadrático con un 47,19% seguido del lineal (36,34%), cúbico (11,43%) y el de potencia (4,97%).

TABLA 5.13.  
CRITERIO DE SELECCIÓN DE AKAIKE CORREGIDO

Modelo	AICc	$\Delta$ AICc	$e^{(0.5 \cdot \Delta AICc)}$	$W_i$
Lineal	156,05	0,52	0,7701	36,34
Logarítmica	180,02	24,49	0,0000	0,00
Inversa	203,85	48,32	0,0000	0,00
Cuadrático	155,53	0,00	1,0000	47,19
Cúbico	158,37	2,84	0,2423	11,43
Compuesto	218,61	63,08	0,0000	0,00
Potencia	160,03	4,50	0,1053	4,97
Curva-S	202,81	47,28	0,0000	0,00
Crecimiento	242,68	87,15	0,0000	0,00
Exponencial	217,85	62,32	0,0000	0,00
Logística	168,84	13,31	0,0013	0,06
			2,1190	100,00

Seguidamente, en la tabla 5.14, se observa que el modelo lineal consiguió un BIC de 59.46, con un peso  $W_i$  de 50.66. El modelo logarítmico logró un BIC de 83.43 con un peso de 0  $W_i$ ; así mismo el modelo inverso obtuvo un 107.26 de BIC sin peso alguno de  $W_i$ . A diferencia, del modelo cuadrático con un BIC de 60.10, obtuvo un peso de 36.90; de igual modo el modelo cúbico, con un BIC de 63.93 alcanzó un peso de 5.43. El modelo compuesto obtuvo un 122.02 de BIC sin peso  $W_i$ . Por el contrario, el modelo potencia con un BIC de 63.44 logró un peso de 6.93. Los modelos de curva-S, crecimiento, exponencial y logístico obtuvieron un BIC de 106.22, 146.09, 121.26 y 72.25 equitativamente. Para finalizar, el modelo logístico logró un peso de 0.08.

En semejanza con el AICc, BIC también se demuestra que hay cuatro modelos que explican la biomasa, sin embargo, en esta tabla se observa que el mayor peso está en el modelo lineal (50,66%), luego en el cuadrático (36,9%), seguido de el de potencia (6,93%) y finalmente el cúbico (5,43%).

TABLA 5.14.  
CRITERIO DE SELECCIÓN BAYESIANO

Caso	BIC	$\Delta$ BIC	$e^{(0.5 \cdot \Delta AIC)}$	Wi
Lineal	59,46	0,00	1,0000	50,66
Logarítmica	83,43	23,97	0,0000	0,00
Inversa	107,26	47,79	0,0000	0,00
Cuadrático	60,10	0,63	0,7284	36,90
Cúbico	63,93	4,47	0,1072	5,43
Compuesto	122,02	62,56	0,0000	0,00
Potencia	63,44	3,98	0,1368	6,93
Curva-S	106,22	46,76	0,0000	0,00
Crecimiento	146,09	86,63	0,0000	0,00
Exponencial	121,26	61,80	0,0000	0,00
Logística	72,25	12,79	0,0017	0,08
			1,9741	100,00

### 5.3.5. Criterio de validación: Prueba con Error cuadrático medio (RMSE) y Error cuadrático medio relativo (RRMSE)

Estos dos criterios se presentan en la Tabla 5.15, donde el modelo lineal obtuvo un RMSE de 2.11 y un RRMSE de 39.98 en %; también el modelo logarítmico logró un RMSE de 2.98 y un RRMSE del 56.3%. El modelo inverso obtuvo un 4.18 de RMSE y 79.13% de RRMSE. El modelo cuadrático y cúbico un RMSE de 2.03 y un RRMSE del 38.34% y 39.49% respectivamente. En forma similar el modelo compuesto obtuvo un RMSE de 5.16 y un 97.70% de RRMSE; el modelo potencia logró un RMSE de 2.24 de un 42.31% de RRMSE. Adicionalmente el modelo curva-S tuvo un RMSE de 4.12 y un RRMSE del 77.96%. El modelo crecimiento con un 7.28 de RMSE y un 138.80% de RRMSE; y finalmente los modelos exponencial y logístico con un RMSE de 5.11 y 2.54, respectivamente y con un 96.65% y 47.99% de RRMSE.

TABLA 5.15.  
PRUEBA CON ERROR CUADRÁTICO MEDIO (RMSE)  
Y ERROR CUADRÁTICO MEDIO RELATIVO (RRMSE)  
EN LAS 11 MODELOS GENERADOS

Modelos	RMSE	RRMSE (%)
Lineal	2,11	39,98
Logarítmica	2,98	56,30
Inversa	4,18	79,13
Cuadrático	2,03	38,34
Cúbico	2,03	38,49
Compuesto	5,16	97,70
Potencia	2,24	42,31
Curva-S	4,12	77,96
Crecimiento	7,28	137,80
Exponencial	5,11	96,65
Logística	2,54	47,99

### 5.3.6. Capacidad de Predicción de los modelos mediante comparación de medias

En la tabla 5.16 se muestran los estadísticos obtenidos para realizar una comparación entre dos muestras, donde la media de la biomasa seca total en kg estuvo en  $5.28 \pm 5.08$ , y las medias de cada modelo variaron de acuerdo a sus predicciones de biomasa, en el modelo lineal la media de predicción de biomasa estuvo en  $5.29 \pm 4.61$ , la media del modelo logarítmico  $5.28 \pm 4.09$ ; el modelo inverso con  $5.29 \pm 2.8$ .

En el modelo cuadrático se encontró una media de predicción en  $5.27 \pm 4.64$ , en cambio en el modelo cúbico la media estuvo en  $5.43 \pm 4.82$ ; el modelo compuesto logró una media  $6.07 \pm 8.67$ . También el modelo potencia con un  $4.91 \pm 5.09$ , el modelo curva-S con  $3.26 \pm 1.76$  de media; el modelo crecimiento con media  $0.015 \pm 0.059$ ; los modelos exponencial y logístico tuvieron una media en de  $6.04 \pm 8.60$  y  $5.12 \pm 5.63$  respectivamente.

TABLA 5.16.  
ESTADÍSTICOS DE MUESTRAS RELACIONADAS

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	PRED.LINEAL	5,2862	35	4,61037	,77929
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 2	PRED.LOGARIT	5,2843	35	4,09022	,69137
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 3	PRED.INVERSA	5,2851	35	2,80069	,47340
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 4	PRED.CUADRA	5,2738	35	4,63987	,78428
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 5	PRED.CUBIC	5,4308	35	4,81678	,81418
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 6	PRED.COMPU	6,0734	35	8,66263	1,46425
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 7	PRED.POTENCIA	4,9106	35	5,08886	,86017
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 8	PRED.S	3,2604	35	1,75804	,29716
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 9	PRED.CRECIMI	,0150	35	,05888	,00995
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 10	PRED.EXP	6,0380	35	8,60354	1,45426
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562
Par 11	PRED.LOGIST	5,1256	35	5,63072	,95177
	b_seca_total	5,2845654	35	5,08360226	,85928562

En tabla 5.17 se presenta la correlación entre los valores predichos y los valores observados de la variable dependiente (biomasa seca total). El modelo lineal obtuvo una correlación de 0.907, el logarítmico un 0.805, el inverso un 0.551, el modelo cuadrático y cúbico con 0.915 en cada caso, el compuesto alcanzó un 0.841, el modelo potencia con 0.903, el modelo curva-S con un 0.877, el de crecimiento con 0.268, el exponencial con 0.841, y por último el modelo logístico con un 0.890. La mayor correlación la tuvieron los modelos cuadrático y cúbico.

TABLA 5.17.  
CORRELACIONES DE MUESTRAS RELACIONADAS

		<b>N</b>	<b>Correlación</b>	<b>Sig.</b>
Par 1	PRED.LINEAL y b_seca_total	35	,907	,000
Par 2	PRED.LOGARIT y b_seca_total	35	,805	,000
Par 3	PRED.INVERSA y b_seca_total	35	,551	,001
Par 4	PRED.CUADRA y b_seca_total	35	,915	,000
Par 5	PRED.CUBIC y b_seca_total	35	,915	,000
Par 6	PRED.COMPU y b_seca_total	35	,841	,000
Par 7	PRED.POTENCIA y b_seca_total	35	,903	,000
Par 8	PRED.S y b_seca_total	35	,877	,000
Par 9	PRED.CRECIMI y b_seca_total	35	-,268	,120
Par 10	PRED.EXP y b_seca_total	35	,841	,000
Par 11	PRED.LOGIST y b_seca_total	35	,890	,000

Se realizó la prueba t de muestras relacionadas, los resultados se presentan en la tabla 5.18, al comparar la predicción del modelo con la biomasa real se encontraron varios niveles de significación en cada modelo, es el caso del modelo lineal que presentó un p-valor > 0.05, de 0.996 lo que demostró que no existía diferencia significativa entre la biomasa predicha y la real. Así mismo, con el modelo logarítmico tampoco se encontró diferencia significativa con un p-valor de 1. El modelo inverso obtuvo un p-valor de 0.999 a favor del pronóstico. El modelo cuadrático también logró pronosticar con un algo p-valor de 0.976.

De igual manera el modelo cúbico obtuvo un p-valor de 0.677, el compuesto un 0.374, la relación potencia alcanzó un p-valor de 0.330. El modelo exponencial y el logístico alcanzaron un p-valor de 0.391 y 0.716 respectivamente. Inversamente, el modelo curva-s y el de crecimiento obtuvieron un p-valor significativo de 0.002 y 0.000, es decir < 0.05, en consecuencia, esos dos modelos tienen diferencia significativa en sus medias.

TABLA 5.18.  
PRUEBA DE MUESTRAS RELACIONADAS

		Diferencias relacionadas							
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia		t	gl	Sig. (bilateral)
					Inferior	Superior			
Par 1	PRED.LINEAL - b_seca_total	,002	2,14	,36	-,73	,74	,005	34	,996
Par 2	PRED.LOGARIT - b_seca_total	-,0002	3,02	,51	-1,04	1,04	-,0004	34	1,000
Par 3	PRED.INVERSA - b_seca_total	,0005	4,24	,72	-1,46	1,46	,001	34	,999
Par 4	PRED.CUADRA - b_seca_total	-,01	2,06	,35	-,72	,70	-,031	34	,976
Par 5	PRED.CUBIC - b_seca_total	,15	2,06	,35	-,56	,85	,420	34	,677
Par 6	PRED.COMPU - b_seca_total	,79	5,18	,88	-,99	2,57	,901	34	,374
Par 7	PRED.POTENCIA - b_seca_total	-,37	2,24	,38	-1,14	,39	-,989	34	,330
Par 8	PRED.S - b_seca_total	-2,02	3,64	,62	-3,27	-,77	-3,289	34	,002
Par 9	PRED.CRECIMI - b_seca_total	-5,27	5,10	,86	-7,02	-3,52	-6,113	34	,000
Par 10	PRED.EXP - b_seca_total	,75	5,13	,87	-1,01	2,51	,870	34	,391
Par 11	PRED.LOGIST - b_seca_total	-,16	2,57	,43	-1,04	,72	-,366	34	,716

### 5.3.7. Modelo seleccionado y validado

Una vez obtenidos los resultados de las pruebas estadísticas de los apartados anteriores se obtuvo la tabla 5.19, donde se destacan cuatro modelos. El modelo lineal  $B = 1.431D - 3.541$  presentó un buen  $R^2$  de 82.2%, con un p-valor < 0.001, un error de estimación de 2.18 y un criterio Akaike corregido de 156.05, BIC de 59.46, con un RMSE de 2.11 y un 39.98% en RRMSE y p-valor 0,996 en la prueba t de medias.

El modelo Cuadrático  $B = 0.065D^2 + 0.57D - 1.371$ , con un  $R^2=84\%$ , p-valor<0.001, Error estándar de la estimación de 2.119, su AICc=153.13, BIC=56.54, RMSE=2.03 y RRMSE=38.34%. Además, la prueba t de medias de la predicción del modelo con los valores observados reales de la biomasa, obtuvo una significación de 0.976.

El modelo cúbico  $B = -0.004D^3 + 0.148D^2 + 0.124D - 0.738$ , que obtuvo un  $R^2$  de 83.7%, un p-valor del modelo < 0.001, un error estándar de 2.15, AICc de 158.37, BIC de 63.93, RMSE alcanza el 2.03, un RRMSE de 38.49%, y en la prueba t de medias alcanzó un 0.677.

Por último, el modelo potencia  $B = 0.041D^{2.422}$ , con un  $R^2=86.5\%$ , un  $p\text{-valor}<0.001$ , un error típico de 0.630, un  $AICc = 160.03$ ,  $BIC = 63.44$ , logrando un RMSE de 2.24, 42.31% de RRMSE, y un 0,33 en la prueba t de comparación de medias.

TABLA 5.19.  
PRUEBAS REALIZADAS A LOS 11 MODELOS DE SPSS

Modelos	Supuestos de regresiones				Estadísticos			Criterios de selección y validación de los modelos				Prueba t predicción 95% conf.
	L	N	I	H	R <sup>2</sup>	p-valor	SE	AICc	BIC	RMSE	RRMSE (%)	Sig. (bilateral)
Lineal	Si	Si	Si	Si	0.822	< 0,001	2.176	156,05	59,46	2,11	39,98	0,996
Logarítmico	NA	-	Si	-	0.647	< 0,001	3.064	180,02	83,43	2,98	56,30	1,000
Inverso	NA	-	-	-	0.304	< 0,001	4.306	203,85	107,26	4,18	79,13	0,999
Cuadrático	NA	Si	Si	Si	0.836	< 0,001	2.119	155,53	60,10	2,03	38,34	0,976
Cúbico	NA	Si	Si	Si	0.837	< 0,001	2.149	158,37	63,93	2,03	38,49	0,677
Compuesto	NA	-	-	-	0.773	< 0,001	0.816	218,61	122,02	5,16	97,70	0,374
Potencia	NA	Si	Si	Si	0.865	< 0,001	0.630	160,03	63,44	2,24	42,31	0,330
Curva-S	NA	-	-	-	0.655	< 0,001	1.006	202,81	106,22	4,12	77,96	0,002
Crecimiento	NA	-	-	-	0.773	< 0,001	0.816	242,68	146,09	7,28	137,80	0,000
Exponencial	NA	-	-	-	0.773	< 0,001	0.816	217,85	121,26	5,11	96,65	0,391
Logístico	NA	-	-	-	0.826	< 0,001	0.898	168,84	72,25	2,54	47,99	0,716

L=Linealidad; N=Normalidad de residuos; I=Independencia de los residuos; H=Homocedasticidad; SE=Error estándar de la estimación; AICc= criterio de información de Akaike corregido; BIC= Criterio de Información Bayesiana; RMSE= Error cuadrático medio; RRMSE= Error cuadrático medio relativo.

Finalmente, se selecciona al modelo Cuadrático  $B = 0.065D^2 + 0.57D - 1.371$ , con el mejor ajuste, cumpliendo con todos los supuestos de regresión polinómica, con un peso de Akaike  $W_i=47.19$ , y en consecuencia, la prueba t de medias de la predicción del modelo con los valores observados reales de la biomasa, obteniendo una significación muy cercana a uno (0.976) lo que demuestra que este modelo es altamente capaz de pronosticar el verdadero valor de la biomasa seca total de la especie *Tecoma castaneifolia*.

La fig 5.5. muestra el modelo alométrico cuadrático de color azul y también el modelo potencia de color rojo, este último es ampliamente discutido en la literatura [6], . Desde el punto de vista del modelo matemático, la curva cuadrática que modela la biomasa es la más idónea pues



cumple con todos los parámetros; sin embargo, si se ingresan números aleatorios para predecir la biomasa con diámetros de tocón entre 0.8 y 1.9, el modelo genera valores de biomasa negativa, lo mismo sucede con los modelos lineal y cúbico.

Esto no ocurre con el modelo potencial, que como se observa en la fig 5.5 de color rojo, no pasa por eje X y por lo tanto no estima valores negativos. Es por esto, que según la literatura los modelos de potencia pueden utilizarse con diámetros ligeramente fuera de sus rangos, no así los modelos polinomiales [6]. En consecuencia, el modelo cuadrático seleccionado sólo será válido para diámetros entre 2 y 12 cm, es decir, en donde no toma valores negativos.

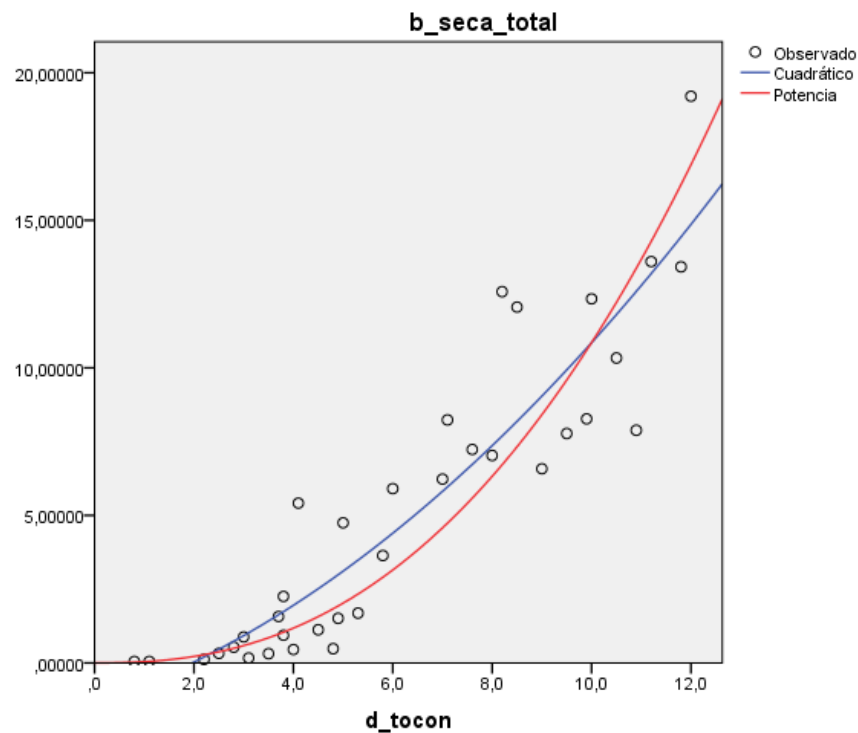


Figura 5.5. Simulación del Modelo cuadrático y la nube de puntos de la biomasa observada real en función del diámetro del tocón.

Como muestra, se da un ejemplo para la estimación de biomasa seca total utilizando el modelo alométrico seleccionado para *T. castaneifolia*, la ecuación es  $B = 0.065DT^2 + 0.57DT - 1.371$ . En donde la dimensión del diámetro del tocón propuesto alcanza:

$$DT = 8.4$$

En donde:

B=Biomasa seca total (kg)

DT=Diámetro del tocón (cm)

$$B = 0.065DT^2 + 0.57DT - 1.371$$

$$B = 0.065(8.4)^2 + 0.57(8.4) - 1.371$$

$$B = 0.065(8.4)^2 + 0.57(8.4) - 1.371$$

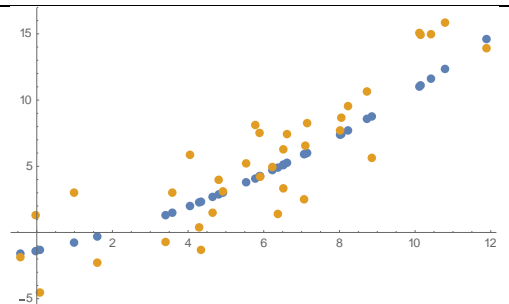
$$B = 8.0034 \text{ kg}$$

El resultado obtenido es que la biomasa total de un árbol de 8.3 de diámetro de tocón será de  $8.0034 \pm 2.176$  kg biomasa/árbol de *T. castaneifolia*.

### 5.4. Estimar la incertidumbre del modelo seleccionado mediante simulación

En la tabla 5.20 se observa las simulaciones de la biomasa al incrementar el número de variables aleatorias de diámetros de tocón. Cuando el número de variables aleatorias es igual al de las observaciones reales es decir 35, su curva ajustada es  $B = -1.232 + 0.431DT + 0.094DT^2$ , cuyos coeficientes se asemejan al modelo alométrico seleccionado:  $B = -1.371 + 0.57DT + 0.065DT^2$ . Cuando el número de variables asciende al doble del original su curva cambia a  $B = -4.116 + 1.346DT + 0.013DT^2$ . Al aumentar a 105 el número de variables aleatorias la nueve de puntos aumenta y la curva se ajusta a  $B = 0.35 + 0.173DT + 0.083DT^2$ ; así mismo, al colocar un número de 140 variables aleatorias la curva cambia a  $B = -0.887 + 0.495DT + 0.063DT^2$ ; por último, cuando las número de variables asciende a 175 y a 210 las parámetros se ajustan a  $B = -1.131 + 0.612DT + 0.058DT^2$  y  $B = -1.498 + 0.688DT + 0.058DT^2$  respectivamente. El código de la aplicación para realizar esta simulación está detallado en el Anexo 8.1 y 8.2.

TABLA 5.20. SIMULACIÓN DE BIOMASA Y CURVAS AJUSTAS DE ACUERDO A NÚMERO DE VARIABLES ALEATORIAS GENERADAS

Número de variables aleatorias	Modelo alométrico ajustado con datos simulados	Representación gráfica*
35	$-1.232 + 0.431DT + 0.094DT^2$	

*DT* = Diámetro del tocón simulado. \*Puntos azules: ajuste de curva con datos simulados; puntos naranjas: biomasa simulada con desviación estándar; Eje X: Diámetro de tocón; Eje Y: Biomasa seca total.

TABLA 5.20.  
SIMULACIÓN DE BIOMASA Y CURVAS AJUSTAS DE ACUERDO A NÚMERO DE VARIABLES ALEATORIAS GENERADAS (CONTINUACIÓN)

Número de variables aleatorias	Modelo alométrico ajustado con datos simulados	Representación gráfica*
70	$-4.116 + 1.346DT + 0.013DT^2$	
105	$0.35 + 0.173DT + 0.083DT^2$	
140	$-0.887 + 0.495DT + 0.063DT^2$	
175	$-1.131 + 0.612DT + 0.058DT^2$	
210	$-1.498 + 0.688DT + 0.058DT^2$	

*DT* = Diámetro del tocón simulado. \*Puntos azules: ajuste de curva con datos simulados; puntos naranjas: biomasa simulada con desviación estándar; Eje X: Diámetro de tocón; Eje Y: Biomasa seca total.

## 6. Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1. Conclusiones

El presente trabajo de fin de máster fue direccionado por su objetivo general: Desarrollar un modelo alométrico para la estimación de la biomasa aérea de *Tecoma castaneifolia*, para lo cual se plantearon cuatro objetivos específicos:

El primer objetivo específico fue calcular la biomasa aérea total de *Tecoma castaneifolia*, a partir de los pesos totales del fuste, ramas, hojas, frutos y las muestras recolectadas de los compartimentos. Esto se ha cumplido seleccionando en el área de estudio de 40 Ha pertenecientes a la Universidad de Guayaquil, Ecuador, de manera aleatoria estratificada 35 muestras distribuidas en tres clases diamétricas de tocón ([0.8;4.5], [4.5;8.3], [8.3;12.0]), y luego de cuatro días de muestreo, seguidos de tres días en la cámara de secado se obtuvo un promedio de 48% de humedad por compartimento, estimando la biomasa seca de cada parte y el total de los individuos cuya suma ascendió a 185 kg.

El segundo objetivo específico fue generar un modelo alométrico para estimar la biomasa de *Tecoma castaneifolia* a partir de técnicas de regresión. Esto se efectuó seleccionando la variable diámetro de tocón mediante técnicas multivariantes, y luego con el uso de técnicas bivariantes se generaron 11 estimación curvilíneas lineales y no lineales que se ajustaron a los datos de biomasa seca en función del diámetro del tocón.

Para el tercer objetivo específico, se tuvo como finalidad seleccionar el modelo con el mejor ajuste a la biomasa real de *Tecoma castaneifolia*, lo cual se logró con el uso pruebas estadísticas y criterios de validación obteniendo la mejor calificación el modelo cuadrático  $B = 0.065D^2 + 0.57D - 1.371$  con un  $R^2=0.84$ ,  $p\text{-valor}<0.001$  y los criterios de selección fueron  $AICc=153.13$ ,  $BIC=56.54$ ,  $RMSE=2.03$  y  $RRMSE=38.34\%$ , un peso de  $AICc W_i=74.80$  y un peso de  $BIC=77.6$  demostrando que tiene un alto nivel de pronóstico de biomasa, en un rango de 0.8 a 12cm de diámetro de tocón. La comparación de medias con prueba t de muestras relacionadas obtuvo un  $p\text{-valor}=0.976$  lo que verifica para este caso que la predicción de biomasa es cercana a la biomasa observada real.

Para el cuarto objetivo específico, estimar la incertidumbre del modelo seleccionado mediante simulación de la biomasa. Se obtuvo un comportamiento igual entre los datos simulados y los datos reales muestreados de biomasa, así como también se verificó que los parámetros de las nuevas curvas ajustadas a partir de los datos simulados fueron semejantes a los parámetros del modelo alométrico seleccionado.

Cabe recalcar que el modelo matemático generado a partir de regresiones lineales fue realizado con un 95% de confianza en todo el proceso, los supuestos se fundamentaron en técnicas multivariantes, cuya única variable explicativa elegida mediante regresión lineal múltiple fue el diámetro de tocón debido a la característica de esta especie. Esta ecuación puede ser utilizada para estudios de inventario forestal, prevención de incendios y análisis de habilidad de animales en bosques secos.

## 6.2. Líneas de trabajo futuro

Las futuras líneas de trabajo que se proponen en base al TFM, se fundamentan en la metodología del cálculo matemático de biomasa en especies vegetales y son las siguientes:

- Estudiar la misma especie mediante los métodos directo (destrutivo) y el método indirecto (volúmenes) que permitan la comparación con el presente trabajo y mejorar la predicción de los modelos.
- Desarrollar un modelo alométrico de la misma especie basado en el método de procesamiento de imágenes LIDAR, con el objetivo de ampliar la discusión al momento de seleccionar un modelo con el mejor ajuste.
- Aplicar la metodología de cálculo y selección de modelo alométrico a otra especie y analizar los coeficientes, además de estudiar el comportamiento de especies relacionadas utilizando los parámetros ajustados de otros estudios.
- Establecer la metodología adaptada de este estudio para aplicarla a investigaciones en especies locales, compartiendo este desarrollo en áreas de biología, agronomía, ingeniería en motes y ambiental.
- Comparar el crecimiento del árbol *T. castaneifolia*, en sitios rurales y calles, y observar si el crecimiento cambia en diferentes zonas, con diferentes niveles de impacto, en el contexto de la gestión forestal.
- Incursionar en teorías de fractales sobre el estudio de la forma del árbol para conseguir su biomasa por volúmenes, tomando en consideración que los árboles se subdividen a partir de un tallo central y van creciendo a medida que se subdividen. Esto podría cambiar la forma de modelar la biomasa a partir de fractales.

## 7. Bibliografía

- [1] J. S. Huxley, «Constant Differential Growth-Ratios and their Significance», *Nature*, vol. 114, n.º 2877, pp. 895-896, dic. 1924.
- [2] J. Gayon, «History of the Concept of Allometry», *Am. Zool.*, vol. 40, n.º 5, pp. 748-758, 2000.
- [3] A. Pereira González, «Análisis predictivo de datos mediante técnicas de regresión estadística», Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 2010.
- [4] A. Chacón-Medina, H. Chacón-López, D. López-Justicia, y C. Fernández-Jiménez, «Dificultades en la Accesibilidad Web de las Universidades Españolas de acuerdo a la norma WCAG 2.0», *Rev. española Doc. Científica*, vol. 36, n.º 4, pp. 1-13, 2013.
- [5] K. B. Curie y J. J. Nakayo, «Estimación de la biomasa aérea total y por componente estructural en especies arbóreas de Lima, Perú», *Rev. For. del Perú*, vol. 33, n.º 1, pp. 76-90, jun. 2018.
- [6] N. Picard, L. Saint-André, y M. Henry, *Manual de construcción de ecuaciones alométricas para estimar el volumen y la biomasa de los árboles Del trabajo de campo a la predicción*, Primera. Roma, Montpellier, 2012.
- [7] N. Butt, E. Slade, J. Thompson, Y. Malhi, y T. Riutta, «Quantifying the sampling error in tree census measurements by volunteers and its effect on carbon stock estimates», *Ecol. Appl.*, vol. 23, n.º 4, pp. 936-943, jun. 2013.
- [8] D. Douterlungne, A. M. Herrera-Gorocica, B. G. Ferguson, I. Siddique, y L. Soto-Pinto, «Ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbono de cuatro especies leñosas neotropicales con potencial para la restauración», *Agrociencia*, vol. 47, n.º 4, pp. 385-397, 2013.
- [9] J. Návar-Cháidez, F. de J. Rodríguez-Flores, y P. A. Domínguez-Calleros, «Ecuaciones alométricas para árboles tropicales: aplicación al inventario forestal de sinaloa, méxico», *Agron. Mesoam.*, vol. 24, n.º 2, pp. 347-356, 2013.
- [10] M. Borja, *Aprovechamiento de la biomasa para uso energético*, 1.<sup>a</sup> ed. Valencia-España: Editorial Reverté, S.A., 2018.
- [11] D. Anchundia, «Visitantes florales, polinización y biología floral de *Tecoma castanifolia* (D. Don) Melch. (Bignoniaceae), en dos sitios de la ciudad de Guayaquil, Ecuador.»,

Universidad de Guayaquil, 2017.

- [12] S. D. Addo-Danso, C. E. Prescott, y A. R. Smith, «Methods for estimating root biomass and production in forest and woodland ecosystem carbon studies: A review», *For. Ecol. Manage.*, vol. 359, pp. 332-351, ene. 2016.
- [13] O. de la N. U. para la A. y la A. (FAO), *Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos: Estimación del volumen*, Vol 1. Roma, Italia: Estudios FAO: Montes, 1981.
- [14] C. C. Julián Caballero, E. Martínez Ramirez, y R. M. Gómez Ugalde, «Relación longitud-peso de dos especies de *Rhamdia* en un área natural protegida de Oaxaca, México», *Rev. Mex. Agroecosistemas*, vol. 4, n.º 1, pp. 1-11, 2017.
- [15] D. Denis Ávila, «Variaciones alométricas durante el crecimiento en siete especies de garzas (Aves: Ardeidae)», *Rev. Biol. Trop. (Int. J. Trop. Biol. ISSN*, vol. 65, n.º 4, pp. 1347-1357, 2017.
- [16] S. L. Posada y R. Rosero Noguera, «Comparación de modelos matemáticos: una aplicación en la evaluación de alimentos para animales», *Rev. Colomb. Ciencias Pecu.*, vol. 20, n.º 2, pp. 141-148, 2007.
- [17] M. Mariano Astocondor, E. Mayta Huatuco, H. Montoya Terreros, y R. Tarazona Delgado, «Crecimiento Poblacional y Productividad de la Microalga Nativa *Chlorella* peruviiana bajo Diferentes Salinidades», *Rev Inv Vet Perú*, vol. 28, n.º 4, pp. 976-986, 2017.
- [18] V. Montecino y G. Pizarro, «Productividad primaria, biomasa y tamaño del fitoplancton en canales y fiordos australes: patrones primavera-verano», en *Avances en el conocimiento oceanográfico de las aguas interiores chilenas, Puerto Montt a cabo de Hornos.*, 1.ª ed., N. Silva & S. Palma, Ed. Valparaíso: Comité Oceanográfico Nacional - Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 2006, pp. 93-97.
- [19] V. González-Jaramillo *et al.*, «Estimation of Above Ground Biomass in a Tropical Mountain Forest in Southern Ecuador Using Airborne LiDAR Data», *Remote Sens.*, vol. 10, n.º 5, p. 660, abr. 2018.
- [20] B. J. Enquist, G. B. West, E. L. Charnov, y J. H. Brown, «Allometric scaling of production and life-history variation in vascular plants», *Nature*, vol. 401, n.º 6756, pp. 907-911, oct. 1999.

- [21] W. Fonseca, «Revisión de métodos para el monitoreo de biomasa y carbono vegetal en ecosistemas forestales tropicales», *Rev. Ciencias Ambient.*, vol. 51, n.º 2, p. 91, jun. 2017.
- [22] M. Pasalodos-Tato, R. Ruiz-Peinado, M. del Río, y G. Montero, «Shrub biomass accumulation and growth rate models to quantify carbon stocks and fluxes for the Mediterranean region», *Eur. J. For. Res.*, vol. 134, n.º 3, pp. 537-553, may 2015.
- [23] M. Segura y H. J. Andrade, «¿Cómo construir modelos alométricos de volumen, biomasa o carbono de especies leñosas perennes?», *Agroforestería en las Américas*, vol. 46, 2008.
- [24] K. P. Burnham y D. R. Anderson, «Multimodel Inference Understanding AIC and BIC in Model Selection», *Sociol. Methods Res.*, vol. 33, n.º 2, pp. 261-304, 2004.
- [25] E.-J. Wagenmakers y S. Farrell, «AIC model selection using Akaike weights», *Psychon. Bull. Rev.*, vol. 11, n.º 1, pp. 192-196, 2004.
- [26] D. Solano, C. Vega, V. H. Eras, y K. Cueva, «Generación de modelos alométricos para determinar biomasa aérea a nivel de especies, mediante el método destructivo de baja intensidad para el estrato de bosque seco pluviestacional del Ecuador», *CEDAMAZ*, vol. 4, n.º 1, pp. 32-44, 2014.
- [27] I. Ruiz y H. Tinoco, «Cuantificación de las reservas de carbono en cuantificación de las reservas de carbono en bosque seco dentro de tres áreas de conservación del programa socio bosque en el cantón Zapotillo, provincia de Loja», Universidad Nacional de Loja, 2013.
- [28] S. Huff, M. Ritchie, y H. Temesgen, «Allometric equations for estimating aboveground biomass for common shrubs in northeastern California», *For. Ecol. Manage.*, vol. 398, pp. 48-63, ago. 2017.
- [29] J. Howard, S. Hoyt, K. Isensee, E. Pidgeon, y M. Telszewski, *Carbono Azul. Métodos para evaluar las existencias y los factores de emisión de carbono en manglares, marismas y pastos marinos*. Arlington, Virginia, USA., 2018.
- [30] J. G. Riofrío Salazar, «Cuantificación del carbono almacenado en dos sistemas agroforestales en la estación experimental Santa Catalina – INIAP. Ecuador.», ESPOCH, 2007.
- [31] X. Cornejo, *Manual de Arborización Urbana. Árboles y arbustos nativos del Bosque*



*Seco del Pacífico Ecuatorial para la arborización urbana en la costa de Ecuador y Perú*, Primera. Guayaquil: Universidad de Guayaquil, 2018.

- [32] L. Aguilar Hernández, R. Martínez, A. Gómez Miraflor, y O. Martínez Gómez, «Estimación de biomasa mediante la generación de una ecuación alométrica para Madroño (*Arbutus xalapensis*)», en *IV Congreso Internacional y XVIII Congreso Nacional de Ciencias Agronómicas*, 2016, n.º 1, pp. 529-530.
- [33] S. Huff, K. P. Poudel, M. Ritchie, y H. Temesgen, «Quantifying aboveground biomass for common shrubs in northeastern California using nonlinear mixed effect models», *For. Ecol. Manage.*, vol. 424, pp. 154-163, sep. 2018.
- [34] Z. Aguirre, L. Kvist, y O. Sánchez, «Bosques secos en Ecuador y su diversidad», *Botánica Económica los Andes Cent.*, pp. 162-187, 2006.
- [35] Taxon, «*Tecoma castanifolia* (D. Don) Melch», *Plants of World online*, 2017. [En línea]. Disponible en: <http://powo.science.kew.org/taxon/urn:lsid:ipni.org:names:249769-2#distribution-map>. [Accedido: 03-ene-2019].
- [36] X. Cornejo, «Árboles y arbustos nativos del bosque seco del pacífico ecuatorial para la arborización urbana en la costa de Ecuador y noroccidente de Perú», Universidad de Guayaquil, 2015.
- [37] A. H. Gentry, «Bignoniaceae», *Flora de Veracruz*, n.º 24, pp. 1-43, 1982.
- [38] (CATIE) Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza y (OFI) Instituto Forestal de Oxford, *Árboles de Centroamérica*. 2014.
- [39] J. Gracia y Cantillo Edgard, «Biomasa aérea almacenada en *Ficus soatensis* y *Tecoma stans* en la localidad de Puente Aranda, Bogotá, Colombia», *Rev. Investig. Agrar. y Ambient.*, vol. 6, n.º 2, pp. 197-220, 2015.
- [40] Juss. ex Kunth, «*Tecoma stans*», *Nov. Genera Species Plant.*, vol. 3, n.º 144, 1819.
- [41] Z. H. Aguirre, *Especies forestales de los bosques secos del Ecuador. Guía dendrológica para su identificación y caracterización.*, Primera. Quito, Ecuador: Ministerio del Ambiente del Ecuador (MAE); Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación (FAO), 2012.
- [42] X. Gao *et al.*, «Modeling of the height–diameter relationship using an allometric equation model: a case study of stands of *Phyllostachys edulis*», *J. For. Res.*, vol. 27, n.º 2, pp. 339-347, abr. 2016.

- [43] M. Orlando Riaño y I. Lizarazo, «Estimación del volumen de madera en árboles mediante polinomio único de ahusamiento», *Colomb. For.*, vol. 20, n.º 1, pp. 55-62, 2017.
- [44] J. Chave *et al.*, «Tree allometry and improved estimation of carbon stocks and balance in tropical forests», *Oecologia*, vol. 145, n.º 1, pp. 87-99, ago. 2005.
- [45] S. D. Brown *et al.*, «Biomass estimation methods for tropical forests with applications to forest inventory data», *For. Sci.*, vol. 35, pp. 881-902, ene. 1989.
- [46] H. T. Schreuder, T. G. Gregoire, y G. B. Wood, *Sampling methods for multiresource forest inventory*, 1.<sup>a</sup> ed. New York, NY: Wiley & Sons, 1993.
- [47] K. G. MacDicken, *A guide to monitoring carbon storage in forestry and agroforestry projects*. Arlington: Arlington, VA (USA) Winrock International Inst. for Agricultural Development, 1997.
- [48] B. Velázquez-Martí, J. Gaibor-Chávez, y S. Pérez-Pacheco, «Quantification based on dimensionless dendrometry and drying of residual biomass from the pruning of orange trees in Bolivar province (Ecuador)», *Biofuels, Bioprod. Biorefining*, vol. 10, n.º 2, pp. 175-185, mar. 2016.
- [49] J. M. Rodríguez, E. Angón, M. A. González, J. Perea, C. Barba, y A. García, «Allometric relationship and growth models of juveniles of *Cichlasoma festae* (Perciforme: Cichlidae), a freshwater species native in Ecuador», *Rev. Biol. Trop.*, vol. 65, n.º 3, p. 1185, mar. 2017.
- [50] J. Riofrío, C. Herrero, J. Grijalva, y F. Bravo, «Aboveground tree additive biomass models in Ecuadorian highland agroforestry systems», *Biomass and Bioenergy*, vol. 80, pp. 252-259, sep. 2015.
- [51] J. Muñoz, R. Ramos, J. Riofrío, y C. Nieto, «Modelos alométricos para estimación de carbono en aliso (*Alnus acuminata* O. Ktze) bajo sistema agroforestal en la sierra ecuatoriana», en *X Congreso Ecuatoriana de la Ciencia del Suelo*, 2006, pp. 1-4.
- [52] M. Calderón y V. Lozada, «Determinación de biomasa y contenido de carbono en plantaciones forestales de *Polylepis incana* y *Polylepis reticulata*», Escuela Politécnica Nacional (EPN), 2010.
- [53] F. Andrade-Calva y J. Arias-Perugachi, «Cálculo de la absorción de carbono por ecuaciones alométricas y determinación del factor de equilibrio entre emisión y

- absorción de carbono en los 11 sumideros del D.M. de Quito», Universidad Politécnica Salesiana, 2016.
- [54] D. Lozano, B. Palacios, y Z. Aguirre, «Modelos alométricos para estimar el almacenamiento del carbono de bosques montanos bajos en el sur del Ecuador», *Ciência Florest.*, vol. 28, n.º 3, pp. 1328-1339, oct. 2018.
- [55] J. Á. Sígala, M. A. González, J. Á. Prieto, E. Basave, y J. Jiménez, «Relaciones alométricas para predecir biomasa en plantas de *Pinus pseudostrobus* cultivadas en diferentes sistemas de producción en vivero», *Bosque (Valdivia)*, vol. 37, n.º 2, pp. 369-378, 2016.
- [56] J. Gómez, J. Etchevers, A. Monterrosos, A. Campo, y J. Tinoco, «Ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbono en *Quercus magnoliaefolia*», *Rev. Chapingo. Ser. Ciencias For. y del Ambient.*, vol. 17, n.º 2, pp. 261-272, 2011.
- [57] S. Huff, M. Ritchie, y H. Temesgen, «Allometric equations for estimating aboveground biomass for common shrubs in northeastern California», *For. Ecol. Manage.*, vol. 398, pp. 48-63, 2017.
- [58] G. B. West, J. H. Brown, y B. J. Enquist, «A general model for the structure and allometry of plant vascular systems», *Nature*, vol. 400, n.º 6745, pp. 664-667, ago. 1999.
- [59] H. C. Muller-Landau *et al.*, «Testing metabolic ecology theory for allometric scaling of tree size, growth and mortality in tropical forests», *Ecol. Lett.*, vol. 9, n.º 5, pp. 575-588, may 2006.
- [60] M. J. de Galíndez y M. Balzarini, «Modelación de la estructura de covarianza entre observaciones de un mismo individuo en modelos de curvas de crecimiento arbóreo», *Rev. la Soc. Argentina Estadística*, vol. 7, n.º 1, mar. 2016.
- [61] M. S. Peek, E. Russek-Cohen, A. D. Wait, y I. N. Forseth, «Physiological response curve analysis using nonlinear mixed models», *Oecologia*, vol. 132, n.º 2, pp. 175-180, jul. 2002.
- [62] R. Anderson-Sprecher, «Model Comparisons and  $R^2$ », *Am. Stat.*, vol. 48, n.º 2, p. 113, may 1994.
- [63] M. Johannes Petrus, L. Hendrik Johannes, y J. Saldarriaga, «Evaluation of regression models for above-ground biomass determination in Amazon rainforest», *J. Trop. Ecol.*, vol. 10, n.º 02, pp. 207-218, may 1994.

- [64] G. L. Baskerville, «Use of Logarithmic Regression in the Estimation of Plant Biomass», *Can. J. For. Res.*, vol. 2, n.º 1, pp. 49-53, mar. 1972.
- [65] D. López Santiago, «Análisis del Tamaño de Muestra para Evaluar Biomasa Aérea en *Pinus greggii* Engelm., en Arteaga, Coahuila, México», Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro, 2013.
- [66] G. A. Correa-Londoño y A. Castillo-Morales, «Tamaño de la muestra para aproximación de un estadístico a la distribución normal», *Agrociencia*, vol. 34, n.º 4, pp. 467-476, 2000.
- [67] IBM Knowledge Center, «Modelos de regresión de estimación de curva», *IBM Knowledge Center*. [En línea]. Disponible en: [https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/es/SSLVMB\\_subs/statistics\\_mainhelp\\_ddita/spss/base/curve\\_estimation\\_models.html](https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/es/SSLVMB_subs/statistics_mainhelp_ddita/spss/base/curve_estimation_models.html). [Accedido: 21-ene-2019].
- [68] E. J. Rykiel, «Testing ecological models: the meaning of validation», *Ecol. Modell.*, vol. 90, pp. 229-244, 1996.
- [69] L. O. Tedeschi, «Assessment of the adequacy of mathematical models», *Agric. Syst.*, vol. 89, n.º 2-3, pp. 225-247, sep. 2006.
- [70] F. Caballero Díaz, «Selección de modelos mediante criterios de información en análisis factorial. Aspectos teóricos y computacionales», Universidad de Granada, 2011.
- [71] V. Vladimirovich, A. Brebels, N. Lvovna, A. Pavlovich, T. Alexandrovich, y V. Anatol'evich, «A Survey of Forecast Error Measures», en *World Applied Sciences Journal 24 (Information Technologies in Modern Industry, Education & Society)*, 2013, pp. 171-176.
- [72] M. Despotovic, V. Nedic, D. Despotovic, y S. Cvetanovic, «Evaluation of empirical models for predicting monthly mean horizontal diffuse solar radiation», *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 56, pp. 246-260, abr. 2016.
- [73] SAS IP Inc, «Criterios de bondad de ajuste», *SAS IP Inc*. [En línea]. Disponible en: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb\\_dx/dx\\_gofcriteria.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb_dx/dx_gofcriteria.html). [Accedido: 21-ene-2019].
- [74] J. Parra-Michel y A. Martínez García, *Nova scientia : revista de investigación de la Universidad de la Salle Bajío.*, vol. 5, n.º 9. Universidad De La Salle Bajío, 2008.
- [75] R. Ferriols y M. Alós, «Métodos de análisis de la incertidumbre», *Farm. Hosp.*, vol. 35,

pp. 3-9, may 2011.

[76] J. Parra Garcés, «Simulación», *Rev. Colomb. Estadística*, vol. 3, pp. 21-50, 1981.

## 8. Anexos

### 8.1. Anexo 1: Programas la simulación de la biomasa

Fichero simulacionBiomasa.nb

Este código realiza la simulación descrita en el apartado 4.3.1.1 para la biomasa seca total:

```
(*Datos del simulación*)
sigma = 3.22;
media = 6.17;
biomasa[x_] := 0.065 x^2 + 0.57 x - 1.371; (*Ecuación*)
b = 35;
(*Desarrollo de la simulación*)
(*Generación de número aleatorio con distribución uniforme con la media y desviación del diámetro del tocón*)
aleatorio = RandomVariate[NormalDistribution[media, sigma], b];
|variable aleatoria |distribución normal
(*cálculo de la biomasa según el modelo cuadrático*)
BiomasaModelo = biomasa[aleatorio];
(*pares ordenados de diámetro de tocón con su biomasa*)
g1 = Table[{aleatorio[[k]], biomasa[aleatorio[[k]]]}, {k, 1, b}];
|tabla
(*Cálculo de Desviación Standar de la biomasa predicha*)
SDbiomasa = StandardDeviation[BiomasaModelo];
|desviación estándar
(*Biomasa simulada más la incertidumbre que se encuentra (+- su desviación standar*)
BiomasaSimulada = Table[BiomasaModelo[[k]] + RandomReal[{-SDbiomasa, SDbiomasa}], {k, 1, b}];
|tabla |real aleatorio
(*pares ordenados de diámetro del tocón con su biomasa simulada +- incertidumbre*)
g2 = Table[{aleatorio[[k]], BiomasaSimulada[[k]]}, {k, 1, b}];
|tabla
(*Ajuste del modelo a partir de los datos simulados*)
CurvaAjustadaCuadratica = Fit[g2, {1, x, x^2}, {x}]
|ajusta
(*Gráfica de la simulación con la curva cuadrática*)
ListPlot[{g1, g2}]
|representación de lista
```

## 8.2. Anexo 2: Programa para manipular la simulación de la biomasa

Fichero simulacionBiomasaAnimada.nb

El siguiente código incorpora manipulación de los datos para generar la simulación:

```
(*Datos del simulación*)
sigma = 3.22;
media = 6.17;
biomasa[x_] := 0.065 x^2 + 0.57 x - 1.371; (*Ecuación*)
(*Datos observados reales de diametro de tocón y biomasa seca total por árbol*)
biomasaReal =
  Table[{{0.8, 0.05145}, {1.1, 0.05244}, {2.2, 0.11917}, {2.5, 0.32281}, {2.8, 0.53391},
  tabla
    {3, 0.88159}, {3.1, 0.16642}, {3.5, 0.31383}, {3.7, 1.5728}, {3.8, 0.93831}, {3.8, 2.25571},
    {4, 0.45389}, {4.1, 5.41481}, {4.5, 1.12273}, {4.8, 0.48345}, {4.9, 1.51208}, {5, 4.74755},
    {5.3, 1.68761}, {5.8, 3.63788}, {6, 5.90648}, {7, 6.23009}, {7.1, 8.235}, {7.6, 7.23317},
    {8, 7.0303}, {8.2, 12.58136}, {8.5, 12.0595}, {9, 6.57903}, {9.5, 7.77582}, {9.9, 8.27177},
    {10, 12.33993}, {10.5, 10.33377}, {10.9, 7.88469}, {11.2, 13.60261}, {11.8, 13.42315},
    {12, 19.20468}}];
b = 1000;
(*Desarrollo de la simulación*)
(*Generación de números aleatorios con distribución uniforme con la media y desviación del
diámetro del tocón*)
aleatorio = RandomVariate[NormalDistribution[media, sigma], b];
  variable aleatoria  distribución normal
(*cálculo de la biomasa según el modelo cuadrático*)
BiomasaModelo = biomasa[aleatorio];
(*Calculo de Desviación Standar de la biomasa predicha*)
SDBiomasa = StandardDeviation[BiomasaModelo];
  desviación estándar
(*Biomasa simulada más la incertidumbre que se encuentra +- su desviación standar*)
BiomasaSimulada = Table[BiomasaModelo[[k]] + RandomReal[{-SDBiomasa, SDBiomasa}], {k, 1, b}];
  tabla  real aleatorio

Block[{eq, simulacionGrafica}, Manipulate[
bloquea  manipula
  eq = Fit[Table[{aleatorio[[k]], BiomasaSimulada[[k]]}, {k, 1, b}], {1, x, x^2}, {x}];
  simulacionGrafica =
  ListPlot[Table[{aleatorio[[k]], biomasa[aleatorio[[k]]}], {k, 1, b}], biomasaReal,
  representa... tabla
    Table[{aleatorio[[k]], Table[BiomasaModelo[[k]] + RandomReal[{-SDBiomasa, SDBiomasa}], {k, 1, b}][[k]],
    tabla  tabla  real aleatorio
      {k, 1, b}], ImageSize -> 400, AspectRatio -> 1,
      tamaño de imagen  cociente de aspecto
    PlotStyle -> {PointSize[Medium], Directive[Red, PointSize[Large]]},
    estilo de repr... tamaño de... tamaño... directiva  rojo  tamaño de... grande
    PlotLegends -> {"Biomasa del modelo", "Biomasa observada Real", "Biomasa Simulada con incertidumbre"},
    leyendas de representación
    AxesLabel -> {"DT", "Biomasa Seca Total"};
    etiqueta de ejes
  Column[{Row[{"Modelo Cuadrático: ", eq}], {Row[{"simulacionGrafica: ", simulacionGrafica}]}}],
  columna  fila  fila
  {b, 35, 1000}, ControlPlacement -> Bottom]
  posicionamiento de con... abajo
```

