



**Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación**

Laboratorio de matemáticas
manipulativas en tercero de
Primaria: aprender y disfrutar
tocando.

Trabajo fin de grado presentado por: Ana María Juez Balaguer

Titulación: Grado de Maestro en Educación Primaria

Modalidad de propuesta: Proyecto educativo experimental de trabajo manipulativo

Directora: Dra. Arantxa González

Ciudad: Barcelona

Fecha: 11 de Septiembre del 2018

RESUMEN

Este trabajo, parte del convencimiento acerca de la necesidad de ofrecer alternativas metodológicas para la enseñanza de las matemáticas. Se plantea un proyecto, donde la esencia del aprendizaje se conforme al priorizar las necesidades y unicidad del alumno y no, las expectativas del maestro.

A partir de la creación de un laboratorio matemático, de carácter manipulativo, se pretende conseguir que el aprendizaje, esté más unido a la sorpresa y emoción, que a la antigua memorización y mera cognición. Partiendo de un contexto de escuela viva y activa, se diseña un espacio diferenciado, donde poder atender la diversidad, potenciar un aprendizaje comprensivo y donde fomentar la motivación e interés por el aprendizaje matemático.

Con ello, se persigue el ofrecer a escuelas y docentes, la posibilidad de diseñar un lugar para los niños, donde puedan vivir las matemáticas, permitiéndoles aprender tocando, experimentado y descubriendo por ellos mismos sus secretos.

Palabras clave: Matemáticas manipulativas, Escuela viva, Metodologías activas, Afectividad, Laboratorio.

ÍNDICE

<u>INTRODUCCIÓN</u>	6 - 9
OBJETIVOS	8 - 9
<u>MARCO TEÓRICO</u>	10 - 22
REFERENCIAS A LAS MATEMÁTICAS EN LA LEGISLACIÓN ACTUAL	10 - 11
REFLEXIÓN SOBRE LA EVOLUCIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS	11 - 12
AFFECTIVIDAD Y MATEMÁTICAS	12 - 14
FLEXIBILIDAD EN LOS CONTENIDOS CURRRICULARES	14 - 15
FASES DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS	15 - 16
EDUCACIÓN VIVA Y ACTIVA	17 - 18
ROL DEL MAESTRO, DEL ALUMNO, DEL AMBIENTE Y DE LAS FAMILIAS	18 - 19
HACIA UNAS MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS	19 - 21
LABORATORIO O AMBIENTE DIFERENCIADO DE MATEMÁTICAS	21 - 22
<u>PROPUESTA PEDAGÓGICA</u>	23 - 45
INTRODUCCIÓN A LA PROPUESTA DE ACCIÓN	23
OBJETIVOS OPERATIVOS	23
CONTEXTO DE APLICACIÓN	23 - 25
CONTEXTUALIZACIÓN	23
LOCALIZACIÓN	24
TEMPORALIZACIÓN	25 - 26
TRABAJO TRANSVERSAL EN LA DINÁMICA DE LOS AMBIENTES	24 - 25
FUNCIONAMIENTO DEL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS	26 - 28
ORGANIZACIÓN DE UNA SESIÓN DE TRABAJO	29
PRESENTACIÓN DE UNA SESIÓN TIPO EN EL LABORATORIO	30 - 37
EVALUACIÓN	37 - 40
EVALUACIÓN POR PARTE DEL ALUMNO	37
EVALUACIÓN POR PARTE DEL MAESTRO	38 - 39
EVALUACIÓN DEL PROYECTO	40

RESULTADOS ESPERADOS	41
CONCLUSIONES, PROSPECTIVA Y LIMITACIONES	42 - 44
<u>REFLEXIÓN FINAL Y PERSONAL</u>	<u>44 - 45</u>
<u>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	<u>46 - 49</u>
BIBLIOGRAFÍA	46 - 47
BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA	47 - 48
<u>ANEXOS</u>	<u>49 - 57</u>

Índice de figuras

FIGURA 1. La educación actual (informes OCDE y PISA) y la de nuestros padres y abuelos	6
FIGURA 2. Dimensión afectiva en matemáticas y descriptores básicos	13
FIGURA 3. Las fases del aprendizaje.	16
FIGURA 4. Fracciones con regletas	30
FIGURA 5. Fracciones con regletas	30
FIGURA 6. Tablilla numérica	31
FIGURA 7. Tablilla numérica	31
FIGURA 8. Formación de series numéricas	31
FIGURA 9. Polígonos en 2D	32
FIGURA 10. Polígonos en 3D	32
FIGURA 11. Polígonos en Geoplano	32
FIGURA 12. Polígonos en 3D	32
FIGURA 13. Instrumentos de medida	34
FIGURA 14. Unidades de medida	34
FIGURA 15. Dados de colores	35
FIGURA 16. Altura de los niños	35
FIGURA 17. Resultados estadísticos	35

“Es necesario romper, con todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, proveniente con probabilidad de bloqueos iniciales en la niñez de muchos, de que la matemática es necesariamente aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil” De Guzmán (2007, p.47).

1. INTRODUCCIÓN

España ha sido partícipe, en la evaluación de los distintos sistemas educativos, desde la primera edición de los informes PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos).

A pesar de que, en Matemáticas aún continuamos ligeramente por debajo de la media, en los últimos resultados del 2015, se consigue aumentar el nivel respecto a los 34 países evaluados de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos). Se obtienen así, unos resultados relativamente satisfactorios. Escasa mejoría, si la relacionamos, con la cantidad de tiempo dedicada a la realización de deberes. Aspecto donde, de manera opuesta, nos situamos en lo alto de la tabla, al dedicar 6.5 horas de media a la semana, frente a las 4.9 de media del resto de países.

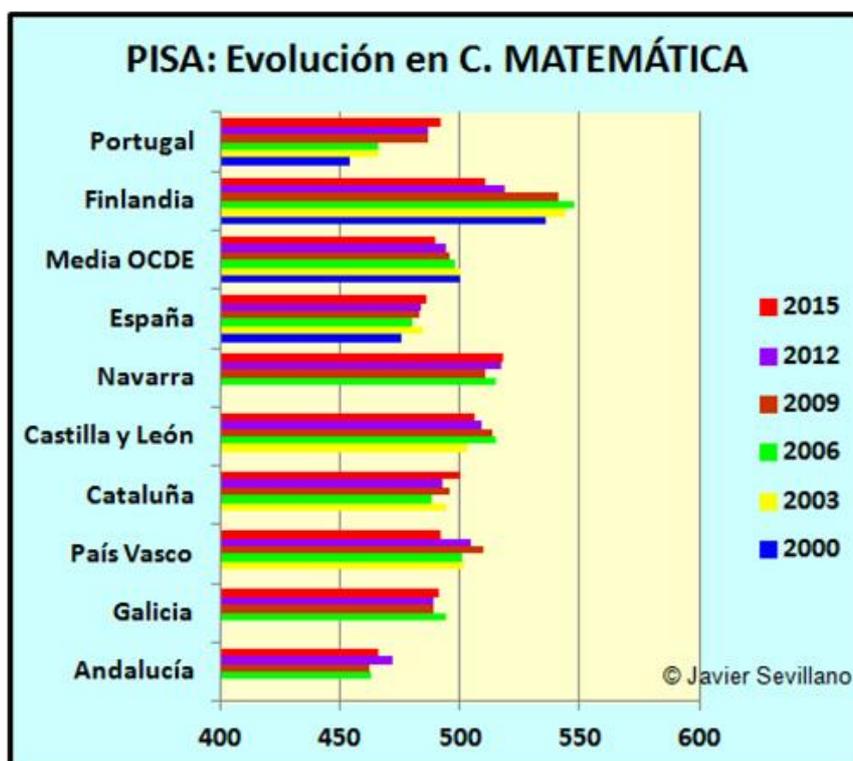


Figura 1. La educación actual (informes OCDE y PISA) y la de nuestros padres y abuelos. Fuente: Sevillano, Javier (2017). La cosa pública.

Estos informes evalúan el rendimiento matemático en diferentes países. Ante estos resultados, surge una duda y es, si esta ligera mejoría aparece también ligada a un cambio en la actitud y visión hacia las matemáticas.

Y para resolver esta cuestión, si se toma en consideración la legislación vigente, tanto estatal como autonómica, se define una clara línea de aprendizaje de las matemáticas orientada a la vida diaria. Y para ello, como base de las orientaciones metodológicas expuestas en el *RD 119/2015, de 23 de Junio de Ordenación de las enseñanzas de educación primaria de Cataluña*, se expone la necesidad de replantear las actuales alternativas metodológicas. Y se concede una importancia primordial, a aspectos tales como, el fomento de la curiosidad, el desarrollo de la creatividad e imaginación, la formación del pensamiento crítico o el ser capaz de resolver problemas y encontrar soluciones.

Las matemáticas están constantemente presentes en nuestro día a día. Pero no por ello, la actitud que generan es más positiva. No son pocos los individuos que afirman abiertamente una visión negativa y de rechazo ante dicha ciencia. Y cada vez son más, los expertos que plantean la necesidad de dar un giro a la manera de enseñar y aprenderlas. Un giro donde forjar un camino, hacia unas matemáticas más realistas y motivadoras. Dejar de lado las prisas por cumplir rigurosamente con unos contenidos, para comenzar a entender que, probablemente, menos sea más.

Lo esencial se vuelve entonces, el alcanzar, tanto un cambio de actitud, como un aprendizaje significativo y útil. Un cambio donde el uso de nuevas metodologías y recursos, consiga fusionar afectividad y cognición de manera ineludible.

A partir de este trabajo, se pretende mostrar una propuesta educativa innovadora, dentro de un contexto diferente al del aula normal de trabajo. Se trata de implantar un laboratorio de matemáticas, en una escuela activa, cuya metodología de trabajo sea básicamente manipulativa. Contexto y metodología novedosa, no centrada ya en cómo enseña el docente, sino en cómo aprenden los alumnos, con el objetivo de poder estimular el aprendizaje e interés del alumnado de una forma alternativa. Se trata de una propuesta, aplicable a distintos tipos de escuelas, que busquen fomentar el educar en matemáticas, desde una verdadera comprensión de los conceptos. Y es que a menudo, se educa desde las expectativas del maestro, no desde la necesidad del alumno.

En la actualidad, existe un nuevo paradigma, la Pedagogía STEM (acrónimo de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas), que busca aumentar el atractivo de dichas ciencias. Este modelo, integra estas cuatro disciplinas y aboga por un aprendizaje práctico y una educación real, en ambientes de laboratorio, asistidos en mayor medida por tecnología e informática. *“El mundo del aula es obsoleto, hay que cambiarlo por otros ambientes que permitan que el alumno trabaje, discuta y desarrolle nuevas capacidades de aprendizaje... es necesario un cambio en la distribución de las aulas, las cuales deben compartir facilidades de laboratorio”* (Bosch, 2014, pp.52, 62).

Actualmente en España, no existe legislación alguna que haga referencia a dicha metodología y aún son pocos los países que se adhieren a la misma, como Singapur o el Reino Unido. El presente proyecto, aboga por iniciar ya en Primaria a los alumnos, en la adquisición de habilidades y competencias necesarias para la vida real. En Educación Primaria, dos de estas materias están incluidas el currículum vigente: Ciencias y Matemáticas. Nuestro proyecto concretamente, pone el

foco en las matemáticas, con el objetivo de realizar un trabajo necesario y previo al desarrollo de habilidades y capacidades, que permitan a los alumnos entender cómo funciona el mundo y cómo enfrentarse con éxito a situaciones reales.

En este caso, a diferencia del método STEM, no se otorga una importancia esencial a la tecnología sino, sobre todo, a la manipulación y acción con objetos concretos y situaciones cotidianas. El trabajo en el laboratorio, abre un abanico de posibilidades, donde todos los alumnos deben tener cabida y donde las propuestas, presenten distintos niveles, que permitan la progresión de cada uno de ellos.

Sin embargo, se podría pensar que se corre el riesgo de crear un contexto de trabajo, visto como meramente lúdico y no relacionado con el trabajo diario del aula. La intención del proyecto va más allá. Nunca hay que tener miedo a que los alumnos disfruten aprendiendo, ojalá siempre fuera así, pero igual de importante es, el que entiendan que el trabajo manipulativo, es igual de pedagógico que cualquier otro modo de aprender.

Por otro lado, cabe decir que, dentro del sistema educativo actual, es habitual el disponer de laboratorios de Ciencias Experimentales, debido a la importancia otorgada, al enfoque práctico y activo que se consigue a través de experimentos científicos. Del mismo modo, si se pretende fomentar, una concepción más práctica y realista de las matemáticas, el laboratorio se convierte en un contexto ideal. Un lugar, donde poder acabar con las actividades tipo receta que obligan a seguir ciertas instrucciones y encontrar un único resultado. Al contrario, un espacio donde fomentar un trabajo, a partir del cual, se pueda lograr potenciar el desarrollo integral del alumno.

La peculiaridad de la propuesta, es también la de no relegar la acción y manipulación a un único contexto. Crear un laboratorio, es dotar a una escuela de un contexto privilegiado, cuyas propuestas y estímulos permiten abarcar las distintas necesidades y ritmos del alumnado. Es por este motivo, por el que se cree conveniente anticipar los recursos usados en el laboratorio, así como integrarlos dentro de la dinámica habitual del aula. Buscar que el trabajo de laboratorio, no se quede allí encerrado y desnaturalizado, sino que sus posibilidades se extiendan y se tenga en consideración como una manera de trabajar tan válida como el resto.

1.1 OBJETIVOS

A partir del presente trabajo, se trata ante todo de permitir una enseñanza basada en el descubrimiento y la propia construcción del conocimiento. Una enseñanza más libre, activa y participativa, que permita tanto al alumnado como a los docentes, entender las matemáticas de una forma más dinámica y vivencial. A partir de la implementación de un laboratorio de matemáticas, basado en la acción y manipulación, se pretenden trabajar los siguientes objetivos:

Objetivo general: Configurar un laboratorio de matemáticas como estrategia de aprendizaje, donde a través del trabajo manipulativo, se potencie una enseñanza basada en la atención a la diversidad y en el desarrollo de una actitud positiva ante dicha materia.

Objetivos específicos:

- Reflexionar sobre la actual situación y visión respecto a la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en España y Cataluña.
- Conocer autores, así también como escuelas y profesionales pioneros y/actuales, que promueven una labor educativa basada en metodologías alternativas.
- Fomentar la enseñanza de las matemáticas desde las necesidades del alumnado y no desde las del docente.
- Favorecer la construcción del conocimiento matemático, basándose en un trabajo principalmente manipulativo y vivencial.
- Plantear el diseño de un espacio educativo diferenciado, para el aprendizaje de las matemáticas.
- Proponer ejemplos de actividades y materiales, congruentes con dicha metodología.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 REFERENCIAS A LAS MATEMÁTICAS EN LA LEGISLACIÓN ACTUAL

Tanto a nivel estatal, como autonómico, la legislación vigente considera fundamental y necesario el conocimiento de las matemáticas para la vida cotidiana. Un conocimiento, que nos ayude a interpretar el mundo que nos rodea, y nos permita tomar decisiones de una manera crítica y reflexionada.

En Educación Primaria, la experiencia cobra especial importancia. Es básico el partir de lo conocido y cercano a los alumnos, así como el contextualizar el aprendizaje en un marco de situaciones de carácter práctico de resolución de problemas. (Decreto 119/2015, 23 de Junio).

A nivel estatal, según la legislación vigente, Real Decreto 116/2014, de 1 de Marzo, *por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria* se expone que, en Educación Primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica. El punto de partida será desde el desarrollo cognitivo y emocional del alumnado, yendo progresivamente de la concreción a la abstracción. Lo importante no será dominar los algoritmos y el lenguaje matemático, sino el poder llegar a trabajar las matemáticas con confianza y firmeza.

En Cataluña, a nivel autonómico, el Decreto 119/2015, de 23 de Junio, *sobre las orientaciones metodológicas y de evaluación de etapa*, expone que la ordenación de bloques de contenido no implica una jerarquización de los mismos, así como estos, se deben poder trabajar de manera transversal e interdisciplinaria. Se pretende conseguir generar actitudes positivas respecto a las matemáticas, curiosidad, creatividad, imaginación e interés. De la misma forma, se busca el fomentar en el alumnado confianza y autonomía, teniendo altas expectativas en cada alumno y tomando el error como oportunidad de mejora en el aprendizaje.

En la actualidad, ya no se trabaja por contenidos para adquirir conocimientos, sino que se trabaja por procesos, para adquirir competencias. En concreto, en Cataluña, las matemáticas se evalúan por dimensiones, coincidentes con los 4 procesos del currículum (Decreto 119/2015, 23 de Junio):

- *Resolución de problemas*
- *Razonamiento y prueba*
- *Conexiones*
- *Comunicación y representación*

Más allá de los cinco bloques de contenidos: Numeración y cálculo, Relaciones y cambio, Espacio y forma, Medida, Estadística y azar. Estas dimensiones, ponen el foco en los procesos que se desarrollan a lo largo de todo el trabajo matemático, integrando en ellas las diferentes competencias a adquirir. Su evaluación, se sitúa en tres niveles de consecución: satisfactorio (nivel 1), notable (nivel 2) y excelente (nivel 3). Se trata así, de promover espacios de trabajo para el trabajo interdisciplinario, necesarios para el desarrollo competencial integral de cada alumno.

Tabla 1. Dimensiones matemáticas.

DIMENSIONES	
Resolución de problemas	<p>Competencia 1. Traducir un problema a una representación matemática y utilizar conceptos, instrumentos y estrategias matemáticas para resolverlo.</p> <p>Competencia 2. Dar y comprobar la solución de un problema de acuerdo con las preguntas planteadas.</p> <p>Competencia 3. Hacer preguntas y generar problemas de carácter matemático.</p>
Razonamiento y prueba	<p>Competencia 4. Hacer conjeturas matemáticas adecuadas para situaciones cotidianas y comprobarlas.</p> <p>Competencias 5. Argumentar las afirmaciones y los procesos matemáticos realizados en contextos cercanos.</p>
Conexiones	<p>Competencia 6. Establecer relaciones entre diferentes conceptos, así como entre los diversos significados de un mismo concepto.</p> <p>Competencia 7. Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cotidianas y escolares y buscar situaciones que se puedan relacionar con ideas matemáticas concretas.</p>
Comunicación y representación	<p>Competencia 8. Expresar ideas y procesos matemáticos de manera comprensible, utilizando el lenguaje verbal (oral y escrito).</p> <p>Competencia 9. Usar las diversas representaciones de los conceptos y relaciones para expresar matemáticamente una situación.</p> <p>Competencia 10. Usar los instrumentos tecnológicos con criterio, de forma ajustada a la situación, e interpretar las representaciones matemáticas que ofrecen.</p>

Fuente: adaptado y traducido de “Una competencia de resolución de problemas” de la

Generalitat de Catalunya (Marzo 2013).

Así pues, con el objetivo de evaluar estas dimensiones, queda patente la necesidad de trabajar en contextos significativos y ricos, que presenten los conceptos de forma comprensible, así la relación entre ellos y su aplicación a problemáticas diversas.

2.2 REFLEXIÓN SOBRE LA EVOLUCIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

“Si te lo digo, lo olvidarás.

Si te lo demuestro, tal vez lo recuerdes.

Pero si te lo hago practicar, lo aprenderás” (Jerome Bruner)

En sus inicios, la enseñanza de las matemáticas se basó en el método Empírico. Metodología, donde el maestro actúa como transmisor del conocimiento y los alumnos como meros receptores de información. El profesor es aquí, el sabedor del saber y claro protagonista del proceso de aprendizaje. Mientras que, el alumnado, es simplemente un almacenador del conocimiento expuesto. De este modo, la base del currículo se limitaba exclusivamente a los contenidos conceptuales.

No será hasta la llegada de la LOGSE (Ley de Ordenación General del Sistema Educativo) de 3 de Octubre de 1990, donde en el currículo se incluyan además de los contenidos conceptuales, los procedimentales y actitudinales. Y será entonces, cuando se huya de la mera transmisión de saberes, para acercarse a una metodología Constructivista del saber. Metodología que afirma, la no existencia del aprendizaje sin la actividad y participación del alumno.

En la actualidad, la tendencia es, avanzar hacia dicho método Constructivista, donde el maestro se coloca en una posición más cercana al alumno, acompañándolo y guiándolo en la construcción de su conocimiento. No se trata ya, de un simple traslado de información, sino que debe haber una construcción del saber, para que se produzca el verdadero aprendizaje.

Sin embargo, la teoría con frecuencia se desvincula de la práctica real. Tal y como Fernández Bravo expone en su blog y en varias de sus obras (2016), defiende la idea de dejar de teorizar, de reiterar conceptos tales como: constructivismo, descubrimiento, significativo, funcional, etc. y pasar a la acción. No quedarnos en una teoría sin experimentación, ya que esto carece de eficacia real.

Son muchos los estudios, que muestran la permanencia de actitudes negativas, de rechazo, frustración y ansiedad ante las matemáticas. Mostrando todavía, una visión más ligada al método tradicional y mecanicista, que al actual.

Por este motivo, cada vez son más los matemáticos de prestigio que, defienden la necesidad de dar un vuelco a esta situación. Las propuestas son múltiples: otorgar peso principal a la resolución de problemas; tomar el juego como punto esencial en el aprendizaje; hacer uso de recursos manipulativos, etc. Distintos sí, pero coincidentes en un punto, en la necesidad de educar unas matemáticas distintas, ligadas a la vida real y cercanas al alumno, lejos de la antigua abstracción y consecuente desnaturalización.

2.3 AFECTIVIDAD Y MATEMÁTICAS

“Los niños han olvidado que el aprender aporta placer y satisfacción”
(Philippe Meireu).

A lo largo de la historia de las matemáticas, se ha otorgado una importancia absoluta, a los aspectos cognitivos, a la hora de su enseñanza/aprendizaje.

Ya Piaget, afirmaba que el individuo únicamente podrá alcanzar un desarrollo intelectual completo, si logra aunar aspectos cognitivos y afectivo-emocionales. Asimismo, Howard Gardner (2000), creador de la teoría de las inteligencias múltiples, defendió que, para aprender y aplicar los conocimientos de forma adecuada, es imprescindible involucrar las emociones en la enseñanza-aprendizaje.

En la actualidad, son muchos los autores que apoyan este nuevo planteamiento, abogando por la implicación ineludible de la afectividad en el proceso de aprendizaje. Así, un nuevo y vigente concepto aparece: el de dominio afectivo, referente a la inseparable unión entre cognición y afectividad.

McLeod (1989) pionero de ese nuevo enfoque, define este dominio, desglosándolo en tres componentes: creencias, actitudes y emociones. Lo define como “un extenso rango de sentimientos y humores (estadios de ánimo), que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición, e incluye como componentes específicos de ese dominio la actitudes, creencias y emociones” (p. 245). Elementos firmemente arraigados en los sujetos y que afectan, inevitablemente en su aprendizaje.

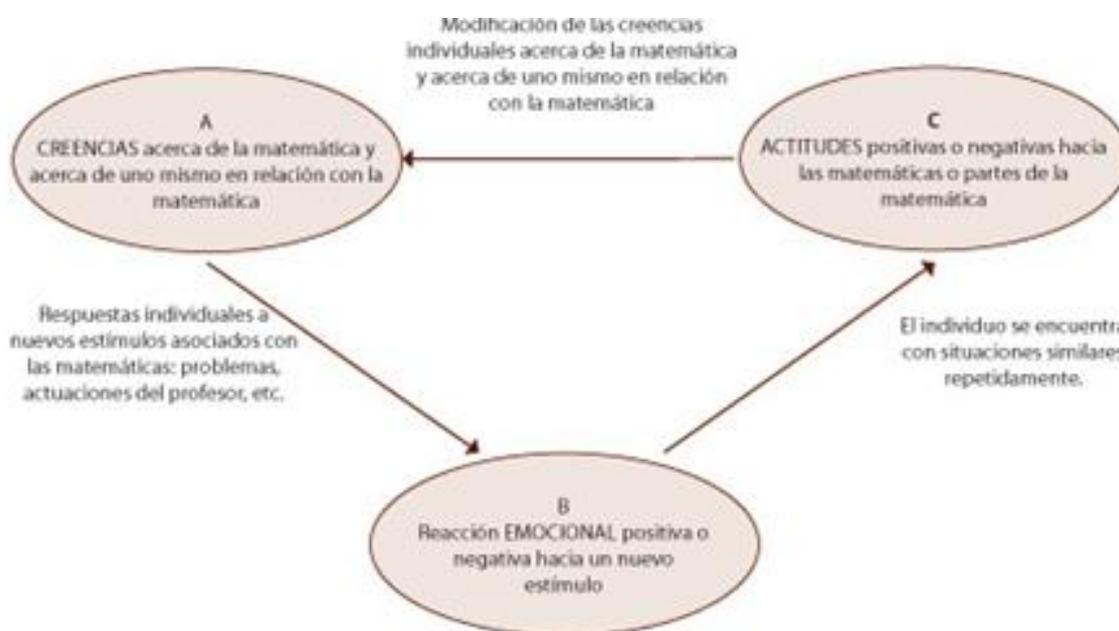


Figura 2. Dimensión afectiva en matemáticas y descriptores básicos. Fuente: Chaves, Castillo y Gamboa (2008)

Matemáticos actuales, como Claudi Alsina (2001), sostienen una inherente unión entre afectividad y las matemáticas. Afirma que, es tanto el “que” hagan matemáticas, como el “cómo” las hacen. Insistiendo que, tanto cabeza como corazón, deben combinarse para poder conseguir no simplemente formación, sino también estima e interés hacia esta materia.

De esta manera, si parece que tal influencia es evidente, surge inevitablemente la cuestión, del porqué aún en muchas aulas se insiste en la misma enseñanza basada en la mera cognición.

Está claro que, no se puede pasar por alto que el tema afectivo, es un tema complejo de estudiar y objetivar. Pero tampoco se puede olvidar, lo que tantos estudios muestran. Y es que, de la misma forma que nosotros como personas, no podemos comprendernos de manera fragmentada, dejando a un lado nuestros pensamientos y a otro, nuestras emociones. Tampoco, se puede entender un aprendizaje de forma segmentada, dejando a un lado las creencias, actitudes y emociones, y a otro distinto, la cognición.

Aparece así, como necesario, un cambio de orientación, con el que poder modificar la concepción respecto a las matemáticas, tanto de maestros en formación, cuya proyección sobre los alumnos es enormemente poderosa, como la del propio alumnado. Para esto, la educación emocional en matemáticas debería formar parte de los estudios de magisterio, ya que tal y como afirma Chacón (2000), es necesario impedir y frenar previamente las emociones negativas ante una materia, para poder conseguir posteriormente un progreso adecuado de los alumnos.

Se vuelve así esencial, el dar un paso más hacia otra forma de educar: abrir un camino hacia la alfabetización emocional, donde aspectos tales como el interés, la sorpresa o el descubrir, tomen protagonismo para poder modificar con ello, la antigua valoración negativa de las matemáticas.

2.4 FLEXIBILIDAD EN LOS CONTENIDOS CURRICULARES

“Todo aquello que el/la profesora no haya usado o visto o escuchado en su vida personal en los últimos diez años no hace falta que los niños y niñas lo aprendan” (Claudi Alsina)

A lo largo de una de sus conferencias: “*Aprender menos para aprender más*”, en las Jornadas de Escuelas 3-12 de 2012 en Barcelona, el matemático Claudi Alsina, deja patente el hecho de que en las aulas nunca se realiza todo aquello que se supone que se debe realizar. La realidad de las aulas, no permite al docente presentarse con una guía pautada y seguirla a rajatabla sin variaciones. La actual diversidad, muestra otro tipo de escenario, donde el docente a pesar de la esencial planificación previa, debe tomar la flexibilidad como elemento fundamental para adecuarse a las necesidades de cada alumno y momento.

Habitualmente en las aulas, normalmente aún se sigue rigurosamente un temario y un libro de texto que hay que acabar. Sin embargo, tal y como Alsina (2016) expone, en la enseñanza también hay que ser crítico y saber qué cosas no hacen falta, o no tienen realmente utilidad. Y aquí es, donde surge la idea de que, quizás, “menos es más”, o lo que es lo mismo, que es más importante la calidad de la enseñanza que la cantidad.

Alsina (2016) manifiesta que, lo importante es aprender, experimentar, actuar y construir el conocimiento. Y para ello, aboga por la renovación, por una selección crítica de los contenidos a enseñar. Una elección pensada y elaborada, teniendo en cuenta al niño, sus intereses,

particularidades y momento en el que se vive. De esta forma, cree conveniente, seleccionar temas vivos y actuales, inmersos en la realidad: supermercados, aviones, mundo digital, cajeros, composición de imágenes, impuestos, etc. Y con este objetivo, Alsina asigna a los maestros una importante labor: dejar de “transmitir” para permitir a los alumnos “descubrir”, dejando de lado el “dictar” y situarse en el nuevo rol de “guiar”.

Ante tal posibilidad, habrá que observar la pedagogía como un proyecto. Probablemente no exista la metodología perfecta, ya que no podemos obviar que la educación es algo vivo y dinámico. Pero renovar, significa avanzar y progresar.

En la actualidad, no se puede pensar que la manera de aprender está marcada o prefijada. Muy al contrario, se tiene que tener en cuenta que, cada metodología, cada escuela, cada maestro, ofrecerá algo distinto. Lo fundamental es mejorar el educar en matemáticas y para ello no habrá un único trayecto, sino múltiples posibilidades, y es aquí donde el docente tendrá que decidir y ofrecer al alumnado variedad de oportunidades, con el fin de conseguir una mayor calidad de aprendizaje.

2.5 FASES DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

“El aprendizaje es un proceso, no un producto” (Jerome Bruner)

A lo largo del tiempo, muchos han sido los autores, que han querido estudiar y secuenciar las fases, a través de las que madura nuestro desarrollo cognitivo, con el fin de conocer cómo aprendemos. Es a partir de la teoría de Jean Piaget (1947), cuando se deja atrás, la concepción de un niño pasivo, influido únicamente por el ambiente. El autor, al contrario, tuvo en cuenta tanto la influencia de los aspectos biológicos, como los ambientales o de interacción con el medio. Pionero del constructivismo, otorga al niño un papel activo, motor de su aprendizaje, quién desde la curiosidad, va modificando sus capacidades mentales.

Piaget expone, cuatro etapas que siguen un orden fijo. Etapas con unas peculiaridades y características diferenciales, que progresivamente aumentan en complejidad y abstracción. Afirma que, no existe posibilidad de saltarse alguna, así como tampoco todos los sujetos tienen porqué llegar al máximo grado de desarrollo.

Tomando las anteriores ideas de Piaget, surgen nuevas teorías sobre el desarrollo cognitivo, como la de Jerome Bruner (1966), quien aboga por un aprendizaje por descubrimiento. El alumno así, no recibe y almacena la información, sino que debe descubrir por sí mismo el conocimiento, eso sí, con la ayuda del profesor. Respecto al aprendizaje de las matemáticas, este autor propone tres etapas:

- *Fase enactiva o manipulativa*: sería la más vivencial y cercana, donde el conocimiento se adquiere a través de la acción.
- *Fase gráfica*: se basa en las imágenes o iconos, en la expresión gráfica.

- *Fase simbólica*: aparece una mayor abstracción, cuya base son símbolos, tales como palabras, conceptos o en el caso de las matemáticas, el lenguaje matemático escrito.



Figura 3. Las 3 fases del aprendizaje. Fuente: Martín, Malena. Blog aprendiendo matemáticas.

De manera similar, matemáticos actuales, proponen diferentes fases por las que se sucede el aprendizaje matemático. Fernández Bravo (2000), expone cuatro etapas, cuyo orden afirma, es inamovible: Elaboración, Enunciación, Concretización y Transferencia o Abstracción. Etapas que, no pueden ser vistas como pasos separados, sino como un proceso didáctico global.

Así pues y a pesar de las diferencias entre las diversas teorías, todos coinciden en que el punto final es el de máxima abstracción, el del lenguaje matemático fuera de la experiencia propia del niño.

La teoría parece clara y precisa respecto al punto inicial y al final. Así pues, si la fase final es la de mayor abstracción, habría que plantearse si no estaremos yendo demasiado deprisa para algunos niños o bien, si no permitimos el tiempo suficiente para conseguir una correcta comprensión, antes de saltar precipitadamente a una mayor abstracción.

El matemático húngaro, Zoltan Dienes (1981) en su obra “Las seis etapas del aprendizaje en matemáticas”, muestra como en la enseñanza tradicional, la dirección del aprendizaje es la contraria a la que estos autores y él mismo proponen. En la enseñanza tradicional, se introducen símbolos rápidamente y como el niño aún no está preparado para su comprensión, se integran y facilitan con medios audiovisuales. Para acabar, potenciando su aplicación a la realidad, que es el punto que él consideraba como inicial.

El presente trabajo, pretende realizar un proyecto, que respete los ritmos o fases en las que se encuentre cada alumno y que no deje de lado la necesaria y previa comprensión. Tal y como Garder (2000) afirma, hay diferentes tipos de inteligencias y formas de aprender. La diversidad es sello característico de todas las escuelas. Así pues, el niño debe ser quien nos muestre el camino hacia su aprendizaje. El maestro como acompañante, tratará de que no se adelante o se salte una fase o etapa. Para ello, se debe partir de la acción del niño, que nos permita valorar su progreso, para así poder ofrecerle una adecuada estimulación y guía, hacia un destino de mayor abstracción y complejidad.

2.6 EDUCACIÓN VIVA Y ACTIVA

“En realidad, ¿qué ideal es éste que de una forma tan decisiva nos ha hecho creer que sólo podemos considerar como aprendizaje aquello que sucede bajo la dirección de una autoridad, sigue un horario exacto, todo el mundo lo hace a la vez y a menudo comporta monótonas repeticiones del mismo tipo de ejercicios? ¿Se esfuerzan nuestras escuelas por aplicar métodos que de la forma más efectiva despiertan el auténtico interés de los niños y con ello todos sus talentos o más bien procuran para la mejor adaptación de los niños en la sociedad existente?” (Rebeca Wild. 2012. p.228)

El presente proyecto, se contextualiza en una escuela distinta a las tradicionales, una escuela viva y activa. La escuela perfecta no existe, como todos los métodos, tendrá detractores y defensores, aspectos donde sobresalga y otros donde necesite mejorar. Sin embargo, en el presente trabajo, nos encontramos ante la costosa tarea, de mejorar el educar en matemáticas. Y para ello, el tomar como base un contexto y metodología concretos, nos ofrece la posibilidad de realizar un trabajo distinto e innovador. Una forma diferente de educar, donde la novedad, permita quizás poder ayudar a cambiar.

Normalmente, en estas escuelas, no existen los deberes, ni los exámenes. Se trabaja en ambientes y por distintos rincones de trabajo, que ofrecen propuestas de forma interdisciplinar. Lo fundamental en estas escuelas es, donde se localiza su principal mirada. Y ésta, se sitúa indiscutiblemente sobre cada niño en particular. Y es aquí, desde la comprensión de su diferencia, de su idiosincrasia y unicidad, desde donde se trata de acompañarlo y guiarlo, en su camino hacia el conocimiento y su desarrollo integral. No se trata de homogeneizar al alumnado, sino todo lo contrario, de dar valor a su diferencia.

Ya a principios del s.XX, la Doctora María Montessori (1870-1952), comenzó una nueva filosofía de la Educación. Llegó a la conclusión de que, todo niño nace con un gran potencial humano, cuyo desarrollo dependerá de la estimulación adecuada proporcionada por los adultos.

Montessori, consideró los primeros años de vida del niño, como los más importantes. Para su estimulación, creyó necesario el poder crear un mundo para ellos: mobiliario, utensilios, etc., adecuados a sus necesidades. De aquí surge el concepto de ambientes, hoy en día utilizados en muchas escuelas.

Han sido muchos los seguidores de la Metodología Montessori. Rebeca Wild, ha sido una de ellas. Pedagoga alemana, cuyo trabajo influyó en la creación de las llamadas “Escuelas Activas”. Creó una escuela “La Pesta”, dividida en diferentes ambientes de aprendizaje con materiales específicos. Ambientes, donde no es posible la libertad sin límites y donde el respeto, hacia las necesidades del niño se torna imprescindible.

Asimismo, si nos situamos en Reggio Emilia, ciudad del norte de Italia, Loris Malaguzzi (1945), pedagogo italiano, creó una innovadora experiencia educativa. Su escuela huye de la relación vertical maestro-alumno y considera una escuela no creada para los niños, sino perteneciente a ellos. Una

escuela no enfocada a preparar para la vida, sino donde se viva. Algunos de sus principios son: el niño es el protagonista; el docente es competente, colaborador, investigador y guía; el espacio cobra tal importancia, que es visto como tercer maestro, así como, la fundamental alianza con las familias.

De este modo, se plantea un tipo de escuelas, donde se aprenda viviendo, tocando, experimentado, y sobre todo valorando ese proceso, que es el que permanecerá y no los resultados de un examen, que probablemente se olvidarán.

Tal metodología, se podría unir al estudio de las Inteligencias Múltiples de Howard Gardner (2000) quien afirma que, su imagen de escuela ideal es una escuela individualizadora, aquella en la que no todos tienen que aprender de la misma forma, ni deben tener los mismos intereses y capacidades. De esta manera, la consideración y atención hacia la diferencia se vuelve fundamental. Se convierte en la única forma de conseguir, una educación personalizada real.

Y es que, para la gran mayoría, es tal la costumbre de ver a 27 niños sentados, sin moverse durante horas, que no se concibe a esos mismos niños moviéndose, tocando, preguntando, siendo espontáneos, es decir, siendo ellos. No se trata de libertinaje y abandono, no hay ningún niño que haya evolucionado sin el estímulo de los adultos. Ya se pudo observar en los estudios con “el niño salvaje de Itard” (1800). Sino que, se trata de ofrecer la posibilidad de “ser obra de sí mismo” (Pestalozzi 1994), con la ayuda del adulto. La educación y los maestros no deben tratar de “crear sus propias obras” (Philippe Meireu, 1998), sino de ayudar a que los niños se autoconstruyan.

2.7 ROL DEL MAESTRO, DEL ALUMNO, DEL AMBIENTE Y DE LAS FAMILIAS

“No son los materiales por ellos mismos lo que generan conocimiento, sino que es la acción de los niños y niñas sobre los materiales la que lo produce, sobre todo cuando es empujada y bien acompañada por el educador o educadora, y completada por la expresión verbal de los alumnos” (María Antònia Canals. Página de la Universidad de Girona: GAMAR: Gabinete de Materiales y de Búsqueda para las matemáticas en la escuela)

La metodología o los recursos utilizados tienen gran valor y el presente proyecto, trata de mostrar las grandes posibilidades de los recursos manipulativos. Sin embargo, tomarlos aislados, sin una clara idea de los distintos roles en el proceso de aprendizaje, no lograrán el éxito. Estos son:

- **Rol del alumno:** En el método constructivista, se cede el protagonismo al alumno. Será desde sus necesidades, desde donde se guíe su proceso de aprendizaje. En un contexto de escuela viva y activa, el alumno se hace responsable en cierta manera de su aprendizaje, ya que se le permite pensar y escoger, entre diferentes propuestas, teniendo en cuenta así sus deseos, intereses e incluso su desarrollo evolutivo. Los alumnos gozan así de libertad de

elección, pero no de libertinaje, como muchos pueden pensar. Tanto la libertad como las reglas son básicas. Lo principal es que, “aprendan a ser uno mismo”.

- **Rol del maestro:** El maestro es parte esencial en el engranaje educativo. A pesar de ceder responsabilidad o libertad de elección al alumno, el maestro no puede estar ausente. Se podría decir que, debe estar aún más presente que en una clase basada en un método tradicional. Su mirada debe detectar las necesidades de los alumnos, reconocerlas y ofrecer ayuda. Para conseguir una educación personalizada, la actuación docente debe respetar cada ritmo, cada proceso personal. Y esto no significa abandonar, sino todo lo contrario, estar siempre ahí, para acompañarlos y guiarlos, con el claro objetivo de hacerlos avanzar.
- **Rol de los ambientes:** Loris Magaluzzi, tomó el ambiente como un educador más, “el tercer maestro”, capaz de estimular el desarrollo cognitivo del niño. De ahí la importancia de su coherencia a nivel arquitectónico (orden, simplicidad, colocación, estética) y pedagógico. Son creados para vivir, ricos en estímulos, donde los niños puedan hacer casi todo de manera autónoma, donde aprendan por sí mismos, y donde el adulto actúe como un auténtico guía.
- **Familias:** Las familias son parte indispensable en estas escuelas, su implicación es esencial, ya que forman parte activa del acompañamiento a los niños en muchas situaciones. Se intenta ofrecer máxima transparencia y complicidad. En todas las escuelas la cooperación familia-escuela es esencial, pero en éstas se intenta verdaderamente con gran fervor, que las familias sean aliadas reales, en la importante misión de educar a sus hijos.

2.8 HACIA UNAS MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS

“El niño tiene la inteligencia en la mano” (María Montessori)

Una de las afirmaciones más rotundas de los matemáticos es, que las matemáticas están por todos los sitios. Forman parte de nuestra vida cotidiana y es por ello que, es incuestionable su prescripción en los currículos. Sin embargo, existen diferentes metodologías o ideologías, sobre cómo enseñar matemáticas. El presente proyecto, se centra en la puesta en práctica de unas matemáticas experienciales y activas.

Son muchos los matemáticos que han otorgado gran importancia a los materiales manipulativos. Matemáticos como Zoltan Dienes (1970), creador de los Bloques Multibase, quien afirma que la teoría y la práctica deben estar unidas para conseguir afrontar las dificultades. Autor que, considera necesaria una metodología donde el juego, la emoción y la creatividad cobren un peso principal.

Otros Matemáticos más actuales, como Claudi Alsina, son claros defensores del uso de objetos cotidianos. Objetos cuyas virtudes son: ser objetos reales y útiles; objetos culturales con historia y objetos que pueden motivar problemas matemáticos.

Pero si se habla de recursos manipulativos, resulta inevitable hablar del trabajo de la matemática catalana María Antonia Canals. Defensora de unas matemáticas útiles para la vida y a la que sus padres, maestros también, le transmitieron el método Montessori.

Para conseguir educar en unas matemáticas significativas y útiles, se debe tener en cuenta que, el comenzar desde la abstracción y complejidad, no ayudarán al niño a avanzar. Muy al contrario, los conceptos abstractos como el lenguaje matemático, deberían abordarse después de pasar por el aprendizaje de muchas otras habilidades, entre las que Canals (2001) enumera algunas como: el prestar atención a aspectos matemáticos, el estudiar de forma detallada lo observado, el poder expresar de forma oral los procesos realizados, el ser capaz de proponer problemas y mostrar interés en su resolución, el poder averiguar diferentes caminos de solución, así como la expresión matemática a través de su propio lenguaje.

De este modo, para mostrar la importancia de la pedagogía de las matemáticas manipulativas, frente a las matemáticas tradicionales. Canals (2001) afirma que: “el lenguaje no debe ser nunca punto de partida, sino más bien el punto de llegada” (p.32).

Actualmente, se podría decir que estos recursos son comunes en el Ciclo Infantil. Sin embargo, así como sucede con el fomento de la creatividad, también la manipulación, se deja pronto de lado, para apresurarse hacia una enseñanza de conceptos con mayor abstracción. El sistema parece decir que la acción y manipulación, no sirven a cualquier edad. Sin embargo, con este trabajo, se pretende reflexionar, en el hecho de que no únicamente en edades tempranas, sino también más avanzadas, la propia acción del niño, su experimentación y vivencia, es desde donde el niño puede ser capaz también, de construir su conocimiento y de avanzar en su desarrollo cognitivo. Lo importante no es el material manipulativo únicamente, sino la acción mental que éste permite realizar a través de él.

Así también, se puede plantear la idoneidad del uso de dichos recursos para alumnos con necesidades educativas específicas, alumnos con distintas discapacidades, que puedan beneficiarse de un trabajo que permita el uso del mismo de forma multisensorial.

En el estudio llevado a cabo por Douglas A. Grows y Kristin J. Cebulla (2000) “Mejoramiento del desempeño en matemáticas”, estos autores concluyen que, después de trabajar continuamente las matemáticas de forma manipulativa, se consigue mejorar tanto los resultados de los alumnos como su actitud hacia dicha ciencia.

Sin embargo, a pesar de que el foco de este trabajo se ponga en los recursos manipulativos. Tal y como se viene insistiendo, la mera utilización de unos recursos, no conseguirá el éxito. Más importante es, la base pedagógica sobre la que se sustenta. Tal y como afirma Fernández Bravo (2012), el material es necesario, pero debe llevar con él, el saber qué aspectos intelectuales está desarrollando. Canals (2001), tiene en consideración, dos condiciones que marcarán el éxito de nuestro propósito: que las actividades estén basadas en situaciones de la vida cotidiana de los niños y que estén bien acompañados por el adulto.

De este modo, lo que se pretende mostrar es, la necesidad de conseguir un cambio de visión, donde se logre una nueva forma de enseñar, que pueda contagiar nuestro placer y agrado por esta materia a nuestros alumnos.

2.9. LABORATORIO O AMBIENTE DIFERENCIADO DE MATEMÁTICAS

“Menos tiza, menos símbolos y menos palabras” (Claudi Alsina)

Es frecuente encontrar un laboratorio de ciencias en una escuela. Sin embargo, y posiblemente debido a la antigua visión mecanicista de las matemáticas, la implementación de un laboratorio matemático no ha sido habitual. Si las matemáticas se basaban en algoritmos, no parecía necesario el crear un espacio vivencial para su aprendizaje. Y menos aún en una escuela de Primaria. Pese a ello, durante los primeros años, este contexto se muestra como apropiado y muy beneficioso, ya que la necesidad de sentar las bases de la comprensión para unas matemáticas futuras es durante estos años, aún si cabe mayor.

Tal y como se ha dicho a lo largo del presente trabajo, las matemáticas están por todos los sitios y no se puede olvidar, la interacción cognición-afecto en su aprendizaje. Para poder conseguir un cambio, hay que avanzar en nuevas metodologías, con la meta de conseguir una visión más positiva y un aprendizaje más significativo. Entonces, establecer un lugar donde los niños puedan vivir las matemáticas se presenta como una gran opción. Es decir, crear un lugar donde los niños vean las matemáticas como algo tangible, manipulable y pueda así surgir el agrado, interés y comprensión por las mismas.

Las matemáticas se pueden aprender haciendo y no únicamente leyendo. A través de objetos concretos, será más sencillo poder conceptualizar aspectos más abstractos, que muchos niños no logran comprender y probablemente, lleguen incluso a detestar.

Un laboratorio, sería la creación de un espacio diferenciado e informal, dentro de una escuela, donde trabajar de manera constructiva. Un lugar, donde se puedan construir conocimientos a través de la propia actividad y participación, tanto a nivel individual como grupal. Tal y como define Alsina (2001), “la estructura de laboratorio es un modelo pedagógico de utilización de material”(p.26).

Cuando se trabaja en un laboratorio, además de crear un clima distinto, también se potencia la independencia y autonomía de los alumnos. Teniendo en cuenta, por supuesto la actuación del maestro como guía y acompañante. El trabajo y comunicación a través de las distintas actividades conforman el desarrollo de las distintas sesiones.

La base es entonces, ofrecer múltiples posibilidades o propuestas: tratar de resolver retos, manipular materiales, crear situaciones matemáticas, etc. Lograr dotar el espacio de una estimulación rica, que incite e invite a su participación.

De este modo, los posibles objetivos a trabajar en un laboratorio pueden ser varios:

- Fomentar actitudes positivas de interés y agrado, hacia el aprendizaje de las matemáticas.
- Aprender a aprender, de forma que el niño aprenda haciendo.
- Aprender a través de objetos concretos y cotidianos, ligados a la vida real del alumno.
- Dotar al alumno de mayor autonomía, así como ofrecerle confianza a la hora de poder construir su conocimiento.
- Fomentar la unión cognición – afecto a la hora de aprender.
- Fomentar un pensamiento divergente.
- Crear un espacio donde poder realizar demostraciones concretas, para llegar a realizar conceptualizaciones más abstractas.

3. PROPUESTA DIDÁCTICA

3.1 INTRODUCCIÓN A LA PROPUESTA DE ACCIÓN

Tras la exposición del marco teórico, se han planteado los fundamentos respecto al aprender matemáticas de forma vivencial dentro de un laboratorio, en una escuela viva y activa. En este apartado, se detalla la puesta en marcha del proyecto educativo base del trabajo. Sin dejar de lado el objetivo general formulado al inicio, se plantean a continuación una serie de objetivos operativos que orientarán nuestro proyecto.

3.2 OBJETIVOS OPERATIVOS

En base al objetivo general del proyecto, de fomentar un espacio de trabajo, que atienda a la diversidad y a la concepción de las matemáticas, a través de la manipulación y participación activa del alumnado, los objetivos operativos planteados serán:

- Implementar un nuevo ambiente de trabajo, donde los alumnos puedan vivir las matemáticas de forma realista y experiencial.
- Dotar de recursos y materiales manipulativos, que ayuden tanto a docente como a alumnos en el proceso de construcción del conocimiento matemático.

3.3 CONTEXTO DE APLICACIÓN

3.3.1 Contextualización

El proyecto de innovación, se dirige a dos grupos de 3º de Primaria, de una escuela pública, de la ciudad de Barcelona. En la escuela, hay dos líneas por curso, con 27 alumnos por clase.

La escuela sigue una línea metodológica innovadora, ya que se trata de una escuela viva y activa. Una escuela, concebida como espacio para los niños, cuya mirada principal recae en ellos y en el respeto hacia los distintos ritmos que ellos mismos les marcan.

Los dos grupos de 3º, habitualmente se dividen en tres grupos, a partir de los que realizan los distintos talleres y trabajos grupales. De este modo, el laboratorio de matemáticas pasa a ser una de las propuestas de los talleres durante los dos primeros trimestres del curso. Cada grupo dedicará 1 hora semanal a dicho trabajo.

3.3.2 Localización

El modo de organizar el laboratorio será fuera de la propia aula. De este modo diseñará un aula-taller, cuya ubicación provisional será el laboratorio de Ciencias, con el que se compartirá espacio durante su período de prueba.

3.3.3 Temporalización

Se plantea la puesta en marcha del laboratorio de matemáticas, durante dos trimestres, en los cuales, la principal finalidad será la de observar y decidir el posterior alcance del proyecto. Al finalizar ambos trimestres, se realizará la evaluación de dicho proyecto. Según los resultados de dicha evaluación, se planteará la posibilidad de hacer llegar la propuesta al resto de la escuela.

A continuación, se expone una tabla con la temporalización del proyecto educativo:

Tabla 2. *Temporalización del proyecto de laboratorio en 3º de Primaria.*

Tiempo	Curso al que se dirige	Propuestas
Último trimestre: Abril 2018 – Junio 2018	Alumnos de 1º y 2º de Primaria	Introducción de recursos manipulativos
Primer y segundo trimestre: Septiembre 2018 – Enero 2019	Dos cursos de 3º de Primaria	Primera experiencia en laboratorio de matemáticas
Tercer trimestre: Abril 2019 – Junio 2019	Dos cursos de 3º de Primaria	Continuidad en el uso del laboratorio y evaluación del proyecto
Curso siguiente: 2019 – 2020	Todo el ciclo de Primaria	Posible utilización del aula- laboratorio por mayor número de cursos o por toda Primaria

Fuente: elaboración propia

El diseño y estructuración del laboratorio, comienza antes de finalizar el curso 2017-2018. Es durante este período, cuando se plantea el proyecto, su diseño, estructura, temporalización y forma de evaluación.

No se pone en práctica de manera inmediata, sino que se valora como adecuado, el realizar una anticipación y toma de contacto previa para los alumnos de 1º y 2º de Primaria. De este modo, estos alumnos podrán conocer y utilizar recursos y propuestas similares a las que los se encontrarán en el laboratorio. Los objetivos de tal anticipación son, además de familiarizar a los alumnos con dichos recursos, el poder dotarlos de una verdadera significación pedagógica. Es decir, que el alumnado sea

consciente del valor pedagógico de tales materiales, para no caer en el “hacer por hacer” o considerar el posterior trabajo en el laboratorio, como algo meramente lúdico y descontextualizado.

El siguiente paso es, el de poner en marcha el laboratorio con materiales semejantes a los previamente presentados y utilizados. Se pondrá en práctica durante dos trimestres, durante los cuales, serán los alumnos de los dos cursos de 3^o quienes lo utilicen.

Después de la puesta en práctica durante ambos trimestres, el último trimestre del curso además de seguir con la utilización del laboratorio, se valorará la pertinencia o no de su continuidad. Así también, si los resultados son positivos, se evaluará y decidirá el posible alcance de su utilización por parte de otros cursos, o incluso, de la totalidad de la escuela.

Para la realización del proyecto, será muy útil el disponer de un cronograma (ver Anexo 1), donde se podrán observar de manera rápida y sencilla las diferentes fases y los aspectos a tener en cuenta en cada una de ellas. El proyecto se divide así en cuatro fases:

1. *Diseño*: momento en el que se especifican los objetivos, la distribución de espacios, así como la elección y elaboración de materiales y propuestas.
2. *Anticipación*: etapa en la que se presentan diversos materiales para su familiarización.
3. *Implementación*: momento en el que comienza el uso del espacio del laboratorio, así como la recogida de datos y observaciones.
4. *Evaluación*: fase final de valoración del proyecto y de su posible alcance futuro.

El cronograma, será una herramienta que nos ayudará a gestionar con mayor diligencia los momentos de aplicación de cada fase, así como los posibles cambios o modificaciones.

3.4 TRABAJO TRANSVERSAL EN LA DINÁMICA DE LOS AMBIENTES

Tal y como se ha comentado con anterioridad, dentro de una escuela viva y activa se trabaja por ambientes, que serían lo que en otro tipo de escuela se denominarían aulas. Y dentro de estos ambientes, el espacio se estructura en distintos rincones de trabajo con diferentes propuestas.

Cabe decir, que un ambiente, normalmente dispone de más recursos relacionados con unos u otros contenidos concretos (ciencias, matemáticas, lengua, etc.). Sin embargo, todos ellos, disponen de algún rincón, donde se potencian aspectos matemáticos, ya sean juegos, puzles, operaciones, etc.

El alumnado puede así, acercarse a propuestas matemáticas en los momentos de libre circulación, momentos cuando se ofrece a los niños, la posibilidad de elegir con total libertad, qué propuesta realizar. Esta manera de funcionar, ayuda también para la puesta en marcha de nuestro proyecto. Los recursos y materiales utilizados en el laboratorio, no son parte inseparable de dicho contexto, sino que pueden y deben estar presentes en los diferentes ambientes, con el objetivo de poder generalizar su uso y puesta en práctica.

Ofreciendo los recursos manipulativos fuera del laboratorio, se facilita una habituación al trabajo manipulativo matemático, para ayudar a entenderlo como un verdadero trabajo, como un aprender a aprender y no como una mera actividad lúdica. Del mismo modo, que se potenciará un aprendizaje transversal, relacionando dichos conocimientos y materiales con otras áreas.

3.5 FUNCIONAMIENTO DEL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

“Es preciso desarrollar y usar recursos educativos abiertos para promover el aprendizaje de matemáticas para cualquier aprendiz de cualquier edad y procurar que estos recursos sean utilizados por docentes en el aula-laboratorio” Bosch (2014, p.62).

Dentro de este apartado, se hace referencia a distintos aspectos del funcionamiento del laboratorio. Se detalla, tanto la distribución del espacio, como los roles de sus participantes y el “modus operandi” de una sesión de trabajo.

a. Distribución del espacio

Así como en la totalidad de la escuela, en el laboratorio se trabaja también por rincones de trabajo. De manera más concreta, el laboratorio se divide en cinco espacios diferenciados, ligados a los cinco bloques de contenidos de matemáticas (ver Anexo 2).

Dicha distribución, pretende ofrecer distintas zonas, cuya distribución y mobiliario potencien un trabajo cómodo para los alumnos, así como faciliten un libre desplazamiento por el aula. Tal variedad, permite ofrecer espacios y recursos, que logren atender a la diversidad del alumnado.

De este modo, se disponen dos rincones ubicados en el suelo, donde los alumnos puedan trabajar de forma distendida tanto individual como grupalmente, sobre el material que se extienda sobre las alfombras. Otro espacio, con una mesa baja, fácilmente accesible a los alumnos y donde se expongan aquellas propuestas, que necesiten de mayor manipulación y correcta visibilidad del trabajo (puzles, juegos, series, etc.). Un cuarto espacio, con una mesa grande rodeada de sillas, más enfocado al trabajo gráfico y el quinto y último, un espacio con una mesa alargada, para propuestas que necesiten de más cantidad material, para facilitar su exposición y manipulación.

La ubicación de estos rincones y su mobiliario permanecerán a lo largo del tiempo. Sin embargo, cada rincón podrá cambiar respecto al bloque de contenido a trabajar, en función de la adecuación y funcionalidad de la actividad o propuesta que se lleve a cabo. Su temporalidad, tipo de recursos y propuestas se irán modificando según el criterio del docente.

Durante la primera sesión, se distribuirá de la siguiente forma:

- Rincón 1: *Numeración y cálculo*. Espacio ubicado en el suelo, donde se trabajará encima de una alfombra.
- Rincón 2: *Relaciones y cambio*. Se trabajará sobre una mesa baja, donde se situará el material y alrededor de la cual, los niños puedan observar y manipular todo con facilidad.
- Rincón 3: *Espacio y forma*. Habrá una mesa grande alrededor de la que habrá una serie de sillas, para que los niños puedan realizar un trabajo más preciso.
- Rincón 4: *Medida*. Habrá una mesa larga y baja, para colocar todo el material y acceder fácilmente a él.
- Rincón 5: *Estadística y azar*. Se trabajará en el suelo, sobre una alfombra.

b. Roles de los participantes

En cada uno de los rincones, habrá diversas propuestas entorno a una o varias temáticas, con distinta dificultad. La única característica en común será en todo caso, la necesidad de la acción y manipulación para su realización. Tal y como afirma Fernández Bravo (2012, p.10): “manejar material como campo empírico donde realizar investigaciones va paralelo al aprendizaje”. El alumno se sitúa en un papel activo y protagonista, realizando propuestas y temáticas cercanas y significativas para él, que le permitan pasar de lo concreto y cercano a lo complejo y más abstracto.

Dentro del laboratorio, el maestro ocupará el rol de guía y acompañante a la hora de construir el conocimiento. “Primero el maestro puede dejar tranquilamente el material al niño, hasta que éste agote todas sus propias posibilidades de juego. Le puede decir: “Vamos a ver qué puedes hacer con esto. Cuando no se te ocurra nada más puedes llamarme y te enseñaré un par de cosas que he probado yo” (Rebeca Wild. p.208). El alumno es el protagonista y descubridor de su conocimiento. Sin embargo, no se puede dejar de tener en cuenta, lo esencial de la comunicación tanto maestro-alumno, como alumno-alumno, para el fomento de su formación.

Asimismo, el trabajo cooperativo y grupal es esencial en el aula. La verbalización, discusión y reflexión entre compañeros es fundamental, ya que dota de significación el aprendizaje.

Por otro lado, con el objetivo de atender a la diversidad, otros especialistas: maestros de pedagogía terapéutica, educadores, etc., pueden formar parte de dicho acompañamiento según las necesidades de cada grupo particular.

c. Desarrollo de la sesión

Durante la primera sesión, el maestro explicará el funcionamiento del laboratorio. Presentando cada uno de los rincones y de los materiales, para dejar posteriormente libertad de acción y elección a cada uno de los alumnos.

Cada alumno podrá escoger de manera libre las propuestas. Sin embargo, a lo largo de las sesiones, todos deberán haber pasado al menos una vez por cada uno de los rincones. El maestro, será el encargado de valorar tal participación al final de cada sesión a través de la hoja diaria de observación de los alumnos (ver Anexo 3), que cada uno de ellos le entregará al final de la sesión para que pueda confirmar el trabajo realizado.

Claudi Alsina (1990), opina que, para una adecuada dinámica de laboratorio, se deberían tener siempre en cuenta aspectos como:

- Previa introducción a la temática o propuesta para situar a los alumnos.
- Exponer los objetivos.
- Presentación de las diferentes investigaciones o propuestas.
- Discusión o contraste en gran grupo con ayuda del maestro como moderador.
- Realización de problemas y/o ejercicios de ampliación y extensión.

De este modo, una sesión de laboratorio siempre tiene que partir de una presentación clara del maestro, tanto de contenidos, objetivos, normas, como manera de evaluar. Para posteriormente, pasar al momento de la acción. Es aquí, donde los niños de forma autónoma y junto a sus compañeros, así como siguiendo sus intereses y deseos, pero sin dejar de lado las reglas de las propuestas, deben comenzar a trabajar en los distintos rincones.

Asimismo, el hecho de que haya cinco rincones ligados a los cinco bloques de contenido, intenta fomentar una actitud positiva hacia las matemáticas. Las distintas propuestas, pretenden dar un giro a la visión que asocia las matemáticas únicamente con la realización de operaciones y problemas. La variedad de propuestas, pretende vincularla, con otros ámbitos tales como la geometría, medida, estadística, etc., de igual importancia. De esta forma, se busca que cada alumno, pueda encontrar aquellos contenidos con los que se encuentre más cómodo. Tal encuentro, podrá ayudar a potenciar una visión más positiva de la materia, así como permitir desarrollar un mayor autoconcepto como aprendiz, y poder conseguir así mayor seguridad e interés por parte de los alumnos.

3.6 ORGANIZACIÓN DE UNA SESIÓN DE TRABAJO

A continuación, para una mayor comprensión del funcionamiento del laboratorio, se expone una tabla donde de manera abreviada se especifica el funcionamiento de una sesión:

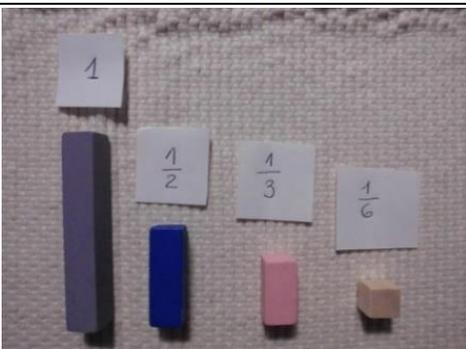
Tabla 3. *Diseño de una sesión en el laboratorio de matemáticas.*

Sesión 1.	UN DÍA EN EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Fomentar una visión de las matemáticas más realista y cercana al día a día de nuestros alumnos. - Dotar de significación pedagógica los recursos manipulativos. - Respetar los distintos ritmos y maneras de trabajar. - Fomentar el agrado, interés y motivación por las matemáticas.
Contenidos	<p>Se trabajarán de manera transversal los distintos bloques de contenido de Primaria, pretendiendo conseguir:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conocimiento de aspectos más abstractos a través de un trabajo más concreto, de manipulación y reflexión. - Desarrollo de un trabajo tanto individual como grupal, que fomente el respeto hacia las diferentes ideas y peculiaridades.
Contextualización	Ubicación provisional dentro del laboratorio de ciencias. Los distintos materiales y propuestas se expondrán en cinco rincones de trabajo, ligados a los cinco bloques de contenido.
Temporalización	El aula se divide en 3 grupos y cada grupo acudirá al laboratorio 1 hora por semana.
Recursos	Básicamente manipulativos. Basados en objetos cotidianos y situaciones cercanas a la vida de los alumnos. Ofrecerán un abanico de propuestas, desde lo simple y concreto hasta lo más abstracto y complejo, para cubrir todas las necesidades de los alumnos.
Metodología	Se parte de una metodología basada en la acción y participación del alumnado. El alumno, es claro protagonista del proceso de construcción y descubridor del conocimiento. El profesor actúa de este modo como guía y acompañante en el aprendizaje. Los alumnos, deberán una vez al menos pasar por cada uno de los rincones, para poder después, escoger libremente aquellas propuestas que más les interesen y/o agraden.
Evaluación	<p>Evaluación formativa y continua, donde se valora sobre todo el proceso de aprendizaje. Basada en una observación sistemática y continua de la participación e interés del alumnado. Se valora así, el aprender a aprender, el trabajo vivencial, el pensamiento divergente, etc.</p> <p>El maestro utilizará una hoja de observaciones de cada sesión y los alumnos, deberán rellenar una hoja de control semanal, como autoevaluación de la misma.</p>

Fuente: elaboración propia

3.7 PRESENTACIÓN DE UNA SESIÓN TIPO EN EL LABORATORIO

Se incluye a continuación, a modo de ejemplo, la planificación de una sesión. Se muestran cinco tablas ordenadas por rincones de trabajo, detallando recursos, imágenes, actividades y metodología:

RINCON 1. NUMERACIÓN Y CÁLCULO	
Material	Regletas de cuisinaire. Se trata de unas regletas o prismas cuadrangulares de distinto color y cuya longitud varía entre 1 y 10 cm. Es un material estructurado, para trabajar conceptos matemáticos.
Imágenes de la actividad	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 4: Fracciones con regletas. (Fuente: aprenentamblesmans.cat)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 5: Fracciones con regletas. (Fuente: aprenentamblesmans.cat)</p> </div> </div>
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocimiento de la fracción como parte de la unidad y de una colección. - Uso de distintos modelos para representar fracciones. - Iniciación a operaciones sencillas con fracciones.
Metodología	<p>El maestro expone unas regletas enteras de distintos tamaños y pregunta a los alumnos, con qué otras regletas del mismo color pueden construir dicha regleta. Cuando descubran cuántas regletas la conforman, se tratará de buscar qué fracción representa cada una por separado ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, etc.). Se trata de poder pasar de la manipulación a la expresión oral y escrita.</p> <p>Éste, sería el paso previo a la comprensión de dicho concepto. Para aquellos alumnos, que lo hayan comprendido, se ofrece también la posibilidad de realizar un juego, a través del cual poder ir avanzando hacia el cálculo con fracciones.</p> <p>Para jugar, cada participante, dispone de una regleta única entera. Habrá una pila de tarjetas, que lo alumnos deberán coger de forma azarosa. Estas tarjetas contienen unas instrucciones, que les dirán si pierden o ganan regletas. Ejemplos de instrucciones serán: ofrece $\frac{1}{6}$ a tu compañero, coge $\frac{1}{3}$ de tu compañero, te has encontrado $\frac{3}{5}$ de tu unidad, etc.</p> <p>De esta forma, los alumnos podrán avanzar en el uso de fracciones a la hora de operar con ellas. Para finalizar la partida, todos los niños deben cambiar sus regletas por unidades, de forma que puedan tener una visión distinta expresada en unidades y otra de las partes inferiores a la misma.</p>

Fuente: adaptación de las actividades del blog de Lara Giménez “Aprenent amb les mans”

RINCON 2. RELACIONES Y CAMBIO	
Material	<ul style="list-style-type: none"> - Tablillas numéricas. Se trata de unas tablas, donde aparecen todos los números del 1 al 100. Pueden ser compradas o bien realizadas manualmente. Principalmente sirve para desarrollar el sentido numérico, no obstante, sus usos pueden ser muy variados. - Piezas de colores transparentes para marcar los números, dejando ver el número que se escoge.
Imágenes de la actividad	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 6: Tablilla numérica (Fuente: mumuchu.com)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 7: Tablilla numérica (Fuente: elaboración propia)</p> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <p>Figura 8: Formación de series numéricas (Fuente: mumuchu.com)</p> </div>
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> - El seguimiento de diferentes series numéricas. - La creación de diversas series o patrones, de forma autónoma o siguiendo instrucciones. - Descubrimiento de determinados patrones. - Anticipación de las tablas de multiplicar.
Metodología	<p>Esta propuesta, se basa en distintos retos o tarjetas, cuyas indicaciones se colocan en tres cestas, al lado de la tabla numérica según el tipo de agrupamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Trabajo individual</i>, el alumno deberá crear una de las series que le demande la tarjeta. Por ejemplo: coloca las piezas contando de 2 en 2, de 6 en 6, empezando por el 3 que sea el doble cada vez, empezando por el 4 que el triple, etc. El niño deberá tapar con las piezas transparentes, los números que sigan la serie. - <i>Para las parejas</i>, un alumno se encargará de crear una serie y el otro de descubrir su patrón. Se intercambiarán después los roles.

- *En grupo*, se extraerá una tarjeta con unas instrucciones: contad de 3 en 3, empezando desde el 5 contad de 5 en 5, empezando por el 3 que cada vez sea el doble, etc. Cada alumno de forma consecutiva, tendrá que colocar una pieza de la serie numérica. Para ello, es preferible el uso de la tablilla con números extraíbles, con las que podrán conformar entre todos una determinada forma: línea o forma serpenteada.

Fuente: adaptación de las actividades del blog “Mumuchu”

RINCON 3. ESPACIO Y FORMA

Material

- Polígonos en dos y tres dimensiones.
- Geoplanos: Tableros generalmente cuadrados, donde hay clavados unos pivotes en líneas. Es de fácil construcción y manejo. Permite mucha autonomía, así como poder usar material concreto para trabajar conceptos abstractos.
- Palillos y plastilina.

Imágenes de la actividad



Figura 9: polígonos en 2D
(Fuente: amazon.es)

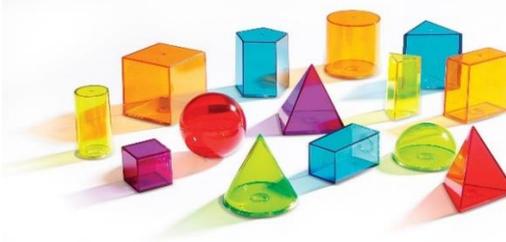


Figura 10: polígonos en 3D
(Fuente: amazon.es)

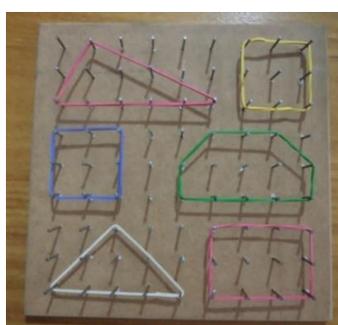


Figura 11: polígonos en geoplano
(Fuente: elrincondelasticsymatematicas.Blogspot.com)

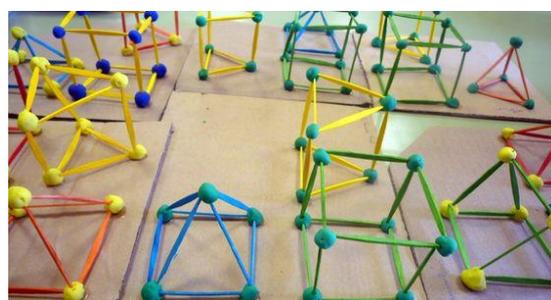


Figura 12: polígonos en 3D
(Fuente: pinterest.es)

Contenidos

- Identificación, descripción verbal y representación de figuras geométricas de dos y tres dimensiones: poliedros y cuerpos redondos; polígonos.
- La construcción, representación y comparación de poliedros y polígonos, así como su clasificación según sus propiedades.
- Exploración y reconocimiento de figuras congruentes y semejantes.

Metodología	<p>Para trabajar los polígonos, se dispondrá de una serie de figuras en dos dimensiones. Cada alumno podrá trabajar de manera individual, por parejas o en grupo. El laboratorio, dispondrá de algún geoplano para el uso común, pero sería ideal que cada alumno pudiera crear uno particular para su uso individual.</p> <p>Se ofrecerán 3 propuestas distintas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Retos graduados por dificultad</i>: dentro de una cesta, habrá tres pequeños blocs con distintos retos, diferenciados por colores, según su dificultad. Los alumnos deberán empezar por el color amarillo-fácil, para poder ir progresando. Así pues, los alumnos podrán regular su progresión hacia retos más complicados. Ejemplos de retos por dificultad: <ul style="list-style-type: none"> - <i>Nivel fácil - punto amarillo</i>: forma un polígono de 3 lados, de 4 lados, de 5 lados, de 6 lados, etc. Los alumnos deberán crearlo en su geoplano y anotar el nombre de cada uno de ellos. - <i>Nivel medio- punto rojo</i>: crea un rectángulo y después haz otro más pequeño, haz un triángulo y luego haz otro más grande, haz dos triángulos simétricos, haz dos cuadrados simétricos, etc. - <i>Nivel experto - punto verde</i>: consigue formar 4 cuadrados diferentes, 4 rectángulos diferentes, 4 romboides diferentes, 3 rombos diferentes, 3 triángulos diferentes, etc. Y anotar posteriormente para cada polígono el número de ángulos, vértices y lados. <p>El maestro resolverá las posibles dudas y dispondrá de un bloque de respuestas, que podrá poner a disposición de los alumnos si lo considera adecuado. En un primer momento, ellos mismos, tanto de manera individual como en colaboración con sus compañeros, serán los encargados de descubrir el conocimiento. De este modo, las soluciones no estarán a su alcance y será el maestro el encargado de animar y ofrecer guía en los momentos necesarios.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. <i>Descripción de figuras</i>: trabajo en grupo, donde un alumno describe verbalmente las propiedades de un polígono y el resto, deberán recrearlo en su geoplano. 3. <i>Polígonos en tres dimensiones</i>: de la misma forma, para poder trabajar los polígonos en tres dimensiones, se presentarán los mismos a través de imágenes o bien mediante la observación y manipulación de polígonos tridimensionales de plástico o papel. Y para su recreación, se usarán palillos y plastilina. Tras su realización, se pedirá anotar las características observadas de los mismos, el número de ángulos, vértices y lados.
--------------------	---

Fuente: elaboración propia

RINCON 4. MEDIDA

<p>Material</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Cajitas donde guardar las diferentes propuestas. - Candados con combinación de tres números, que cerrarán las cajas. - Diferentes utensilios cotidianos de medida: balanzas, vasos, termómetros, metro, reloj de arena, reloj de mano, reglas, calendario, etc. - Tiras con las diferentes escaleras de medida. 								
<p>Imágenes de la actividad</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 13: instrumentos de medida (Fuente: fisica2017a.blogspot.com)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 14: Unidades de medida (Fuente: Pinterest.cl)</p> </div> </div>								
<p>Contenidos</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comprensión y reconocimiento de las magnitudes más comunes: masa, longitud, tiempo, capacidad, área, etc. - Aplicación adecuada de los diversos instrumentos de medida. - Descripción tanto oral como escrita los distintos procesos. - Apreciar la riqueza de las discusiones y reflexiones respecto a los procesos realizados. 								
<p>Metodología</p>	<p>Habrán diversas cajas de investigación con diferentes retos de medida a resolver. Para hacerlo más motivador, antes de abrir la caja, los alumnos tendrán que descubrir el código secreto del candado que cierra cada caja.</p> <p>El código se podrá saber haciendo uso de distintas operaciones. Cada caja tendrá una nota donde indique la operación que tendrán que resolver para poder abrirla. Por ejemplo: $120 + 260 =$ / $250 - 123 =$, etc. Al resolver la operación, deberán buscar entre distintas llaves, aquella cuya etiqueta lleve el resultado correcto. Al abrir la caja podrán comenzar a resolver el reto de medidas.</p> <p>Cada caja propone una serie de preguntas, donde los alumnos deberán hacer uso de los distintos instrumentos de medida expuestos, para dar solución a las cuestiones planteadas. Como guía del reto se ofrecerá una pauta a los alumnos donde poder especificar los pasos a seguir:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">Temática</th> <th style="width: 25%;">Preguntas</th> <th style="width: 25%;">Instrumento de medida</th> <th style="width: 25%;">Resultado</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 40px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Temática	Preguntas	Instrumento de medida	Resultado				
Temática	Preguntas	Instrumento de medida	Resultado						

Algunos ejemplos serían:

Caja 1: *Somos carpinteros.*

Nuestro laboratorio ha tenido tanto éxito que nos han pedido las medidas de nuestros muebles, para hacer uno igual. Así que necesitamos medir:

- Las mesas, tanto de alto, ancho como de alto.
- Cuánto mide el espacio, es decir cada una de las cuatro paredes de nuestro laboratorio. Si lo necesitas puedes hacer un dibujo.

Caja 2: *El paso del tiempo.*

Cada semana hacemos una sesión de laboratorio, durante 1 hora.

- ¿Cuántas horas habremos hecho al acabar el curso?¿y minutos?
- ¿Cuántas semanas tenemos a lo largo del curso para venir al laboratorio?
- ¿Cuántas semanas no tendremos que venir?

Los niños podrán ir resolviendo las preguntas de las cajas, haciendo uso siempre de los instrumentos de medida expuestos en la mesa.

Fuente: elaboración propia

RINCON 5. ESTADÍSTICA Y AZAR

Material	<ul style="list-style-type: none"> - Carpetas con distintas propuestas y temáticas. - Aros de distintos colores - Cubos o piezas, con los que representar el estudio estadístico.
Imágenes de la actividad	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 15: dados de colores (Fuente: articulo.mercadolibre.com.ar)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 16: alturas de los niños (Fuente: bebesymas.com)</p> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <p>Figura 17: resultados estadísticos (Fuente: elaboración propia)</p> </div>

Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> - La recogida de datos de observaciones, experimentos y encuestas con muestras pequeñas. - La representación, lectura e interpretación de distintas representaciones de datos en gráficos. - La identificación y comprensión de conceptos tales como la frecuencia absoluta, la media aritmética, la moda y la mediana.
Metodología	<p>Se trabajará en pequeños grupos de 2 o 3 alumnos. En la portada de las carpetas indicará la temática, por lo que la podrán escogerlas según sus intereses. Deberán leer la propuesta escogida e ir resolviendo las cuestiones planteadas.</p> <p>Ejemplos de temáticas serían:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Alturas, animales, deportes, comidas, personajes, etc.</i> Hojas con datos de algunas encuestas ya realizadas a los niños de la clase. Por ejemplo: donde indique la altura de cada niño, los deportes, comidas o personajes favoritos, etc. A partir de los datos, deberán realizar una gráfica. Por ejemplo: indica cuáles son los deportes favoritos de tus compañeros de clase. A partir de los resultados ¿Cuál es el deporte que más gusta? ¿Y el que menos? Dibuja un gráfico donde podamos verlo. - <i>Jugamos a los dados:</i> habrá una cajita con dos dados y deberán anotar de 40 tiradas, qué números salen al sumar la puntuación de ambos. Y responder: ¿Qué número sale más veces? ¿Cuál sale menos? - <i>Bolas de colores:</i> habrá una bolsa con bolas de colores: al azar cada uno deberá sacar una bola y anotar qué color sale de entre 30 extracciones. ¿Qué colores han salido más veces? ¿Cuál menos? <p>Los alumnos, realizan así un pequeño estudio de estadística. Se ayudan de los aros y cubos para visualizar los resultados y comprender el uso de representaciones gráficas. Se colocan los aros en el suelo, siendo cada aro un posible resultado. Según los resultados, se irán apilando cubos en el aro correspondiente. Por ejemplo: si estudiamos cuántas veces extraemos una bola de determinado color, tendríamos en el suelo tantos aros como colores. Dentro de los aros se añade un cubo cada vez que se extrae un color (ver figura 17).</p> <p>De este modo, los alumnos podrán manipular y observar a partir de las columnas creadas, los resultados. Se pedirá e intentará pasar de dicha representación con objetos tangibles, a la representación gráfica y abstracta en papel, tanto de diagramas de barras como de pictogramas.</p> <p>Se pretende así, acompañar de lo concreto a lo abstracto. Habrá propuestas de mayor dificultad, en las que se pregunte por conceptos tales como, la frecuencia total, la media, mediana y la moda.</p>

Fuente: elaboración propia

Estos son los rincones, que se propondrían en una primera sesión. La temporalidad, distribución, uso de distintos recursos, así como su evaluación, se desarrollarían más adelante según el desarrollo de dicho proyecto.

3.8 EVALUACIÓN

La evaluación es punto crucial en el desarrollo de nuestro proyecto educativo. Ya que de ésta dependerá el futuro de la propuesta. Se trata así pues de identificar y valorar si los beneficios del mismo son suficientes para su puesta en práctica a largo plazo.

3.8.1 Evaluación por parte del alumno

Cada alumno dispone de una carpeta o libreta, donde guardar cada una de las autoevaluaciones realizadas cada sesión.

Los alumnos después de cada sesión, realizan una pequeña autoevaluación (ver Anexo 3). Se trata de una hoja de control semanal, donde cada uno de forma individual, se encarga de ofrecer sus comentarios y observaciones, de forma cualitativa. El alumno debe dejar constancia de qué ha hecho, qué ha aprendido y cómo se ha sentido a lo largo de cada una de las sesiones. De este modo, se pretende, hacer más consciente al alumno de su propio trabajo. Tal y como afirma Calatayud (2002), para el alumnado, la realización de la autoevaluación es la estrategia por excelencia, que les permite fomentar un pensamiento, reflexión y valoración crítica del mismo proceso de enseñanza y aprendizaje.

Antes de salir del laboratorio, esta hoja será entregada al maestro, quien la leerá y se encargará simplemente de confirmar dicho trabajo, así como tomar notas para su hoja de observaciones individualizada.

Los alumnos deberán pasar por todas las propuestas del laboratorio al menos una vez. Es decir, podrán repetir aquel rincón que les suscite mayor interés o agrado, pero al menos una vez deberán pasar por cada una de las distintas propuestas. Sin embargo, a pesar de que el rincón de trabajo sea repetido, deberán realizar cada vez una autoevaluación de la sesión, ya que cada rincón ofrece diferentes propuestas y/o niveles de realización.

De este modo, la evaluación ya no recae únicamente en la visión del maestro, ni en sus expectativas, sino que es el propio alumno, quien valora la propuesta pedagógica y nos ayuda con ello, a mejorar y avanzar. Así como también, le sirve indiscutiblemente, como reflexión individual, un proceso de metacognición y como instrumento de autonomía y refuerzo del propio aprendizaje.

3.8.2 Evaluación por parte del maestro

a. Evaluación del alumnado por parte del maestro

La evaluación de los alumnos por parte del maestro, será a partir de la observación sistemática y periódica del trabajo dentro del laboratorio. Para ello, contará con una hoja de observaciones (ver Anexo 4) con el nombre de cada alumno, dónde después de cada sesión y tras haber revisado las hojas de observación de cada alumno, anotará aquellos aspectos más significativos. Esto ayudará tanto a la evaluación final e individual del alumno, como a la evaluación del proyecto en general.

Además, y tal y como se expuso anteriormente en el marco teórico, la evaluación se basará en cuatro dimensiones matemáticas. Dimensiones, relacionadas a la vez con diez competencias (ver Tabla 1). Para su evaluación, el maestro dispondrá de una rúbrica en la que valorar dichas dimensiones y competencias (ver Anexo 6).

Se trata de una evaluación formativa, donde se concede mayor valor al proceso que al resultado final. No se trata de crear una forma de discriminación a través de la evaluación, sino todo lo contrario, de optimizar la construcción del proceso de enseñanza – aprendizaje.

Esta evaluación estará basada en la observación de los comportamientos del alumnado. Y debe permitir, planificar nuestra propuesta educativa, así como adaptarnos a la realidad del alumno, con el firme objetivo de mejorar el proceso educativo.

Para que una rúbrica sea efectiva y justa, debe ser presentada y entregada a los alumnos antes de la puesta en práctica del trabajo. De esta manera, los alumnos conocen de forma previa y transparente qué es lo que se espera de ellos y pueden actuar consecuentemente.

En dicha rúbrica, se evalúan las cuatro dimensiones matemáticas expuestas con anterioridad. De este modo, el maestro deber valorar el nivel de consecución de dichas dimensiones: Nivel experto, Nivel Avanzada, Nivel Aprendiz o Nivel Novato. Para ello, se deben tener en cuenta las competencias incluidas dentro de cada dimensión, cuya consecución en mayor o menor grado, otorgarán mayor o menor nivel al grado de progresión en cada una de las dimensiones (ver Anexo 5). Lo esencial no será dar una nota final al trabajo del alumno, sino explicar de forma cualitativa en el momento en el que se encuentra, para poder seguir avanzando.

Tal y como se expone en el documento “una competencia de resolución de problemas”, la graduación en diferentes niveles dependerá de los siguientes aspectos:

- La complejidad de los instrumentos y estrategias.
- Los niveles de abstracción del lenguaje y representación.
- El grado de consciencia del alumno del uso de las matemáticas.

Para conocer la gradación de cada dimensión y en concreto de cada competencia en ella incluida, se parte de las pautas de evaluación incluidas en el documento oficial de la Generalitat de Catalunya y

del Departamento de Enseñanza, *Competencias básicas del ámbito matemático (enero 2013)*. En el que se detalla, una por una las 10 competencias a evaluar y los aspectos que deben cumplir los alumnos, para poder situarlos en uno u otro nivel de gradación. Con el objetivo de poder un ejemplo de los diferentes niveles, se incluye en el Anexo, un ejemplo a partir de la Competencia 1 “Traducir un problema a una representación matemática y utilizar conceptos, instrumentos y estrategias matemáticas para resolverlo” (ver Anexo 6).

b. Evaluación del propio maestro

Igual de esencial que la evaluación del alumno, es la de la propia práctica docente. Con el objetivo de llevar a cabo dicho proyecto, es fundamental valorar y reflexionar sobre la actuación del profesorado con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para ello será esencial realizar:

- *Reuniones periódicas*: encuentros quincenales entre los distintos profesionales implicados en el uso del laboratorio, con el fin de poder poner en común el desarrollo del proyecto, posibles dudas, comentarios u observaciones. Se trata así de una manera de reflexionar de manera grupal, con el objetivo de poder ir aportando ideas y/o modificaciones según surjan las diversas necesidades.
- *Sesión pedagógica*: se trata de realizar alguna exposición a nivel del claustro, del funcionamiento del laboratorio. De este modo, se pretende conseguir también un feedback por parte de todos los profesionales que conforman el claustro, sobre el funcionamiento de las sesiones, así como de la función del propio docente.
- *Cuestionario*: la aplicación de un cuestionario de autoevaluación de los maestros implicados, que se realice tres veces a lo largo del curso, para poder ver la evolución del proyecto y del quehacer del docente. En éste, se deben contestar una serie de ítems respecto al trabajo del maestro, puntuándolos desde el nivel 1 (menor satisfacción) al nivel 3 (máxima satisfacción) (ver Anexo 8). De este modo, se trata de poder cuantificar y graduar el papel de los docentes dentro del laboratorio. A partir de aquí, se buscará el poder realizar las propuestas de mejora necesarias para optimizar el trabajo dentro del laboratorio. Del mismo modo, se deja un espacio de observaciones, donde poder realizar comentarios de forma más cualitativa.

Uno de los aspectos fundamentales en educación es, el incidir en la importancia de tratar el error de los alumnos como motor del aprendizaje. Asimismo, es necesario también, hacer conscientes a los maestros de lo fundamental de dicha reflexión respecto a las dificultades de su propia práctica docente. Es decir, el error, las dificultades y obstáculos también son parte del trabajo del maestro y no únicamente del alumno. Lo esencial es entonces, la reflexión crítica y la máxima objetividad en el trato de la información. Todo ello, con el objetivo de poder llegar a mejorar las debilidades del proyecto y fomentar las fortalezas del mismo.

3.8.3 Evaluación del proyecto

Uno de los aspectos fundamentales del proyecto es su evaluación, que nos permitirá conocer el éxito o no de su implementación y el alcance del mismo. A partir de ésta, se deberá poder conocer si el proyecto ha conseguido los objetivos planteados en un primer momento, así como ofrecerá datos para poder diseñar y estructurar un programa educativo de mayor envergadura y duración.

Para una correcta evaluación, se deberá poner en común y tener en cuenta tanto la evaluación del alumno, del maestro como la del propio proyecto en sí. Es decir, tener en cuenta a todos y cada uno de los participantes y aspectos de dicho propósito. De esta manera, se trata de poder valorar tanto la fase inicial más relacionada con el diseño del proyecto, como la fase continua o de desarrollo del mismo, así como la final, ligada a la consecución o no de los objetivos previamente planificados.

Los maestros que hayan estado implicados en su puesta en práctica, dispondrán de una rúbrica para valorar las distintas fases del proyecto, donde poder registrar la satisfacción o no de diferentes ítems, graduándolo en cuatro niveles: insuficiente, básico, satisfactorio y competente (ver Anexo 7).

Las fases a evaluar serán las siguientes:

- *Fase 1. Previo a la implementación del proyecto:* donde se valora la adecuación de los objetivos, contenidos, el trabajo interdisciplinar de la propuesta, la claridad en los indicadores de éxito, así como la relación de las actividades con las dimensiones a evaluar. Del mismo modo, se evaluará si las actividades escogidas han sido significativas y adecuadas para los alumnos a los que iban dirigidas.
- *Fase 2. Desarrollo del proyecto:* se trata de valorar la propia puesta en marcha del laboratorio, atendiendo a factores tales como: la claridad de las normas, la adecuación de los materiales, el trabajo entre alumnos, la integración entre conocimientos previos y posteriores, la correcta temporalización, la actitud lograda en los alumnos y la distribución funcional o no del espacio.
- *Fase 3. Evaluación final del proyecto:* a nivel global, se trata aquí de valorar el proyecto tanto a través de las valoraciones y comentarios del alumnado, como de los maestros que han participado en dicho proyecto. Atendiendo también, a la consecución o no de los objetivos planteados en un primer momento.

Se conforma así, un listado de ítems, con los que verificar la adecuación del proyecto educativo implantado. Además de un apartado, para posibles observaciones de carácter más cualitativo que no hayan quedado incluidas en los ítems a evaluar. Todo ello, ayudará a decidir y actuar en relación al alcance del proyecto futuro, poniendo en relación los objetivos previos con los hechos, datos y comentarios registrados. Si el proyecto fuera un éxito, la escuela tratará de ampliar progresivamente los cursos a los que se dirige el laboratorio, teniendo como meta final, la utilización de dicho espacio por la totalidad de los alumnos de la escuela.

3.9 RESULTADOS ESPERADOS

A modo de reflexión, se especifican en este apartado, aquellos resultados esperados a nivel general. Desde el momento, en el que se plantea la puesta en marcha del laboratorio de matemáticas, se espera que los alumnos puedan trabajar los distintos bloques de contenidos a través de recursos manipulativos. Básicamente, se ofrecen objetos cotidianos y concretos, que faciliten el paso de lo concreto y simple a lo abstracto y complejo. La finalidad última es, que los alumnos a través de dicha experimentación, puedan construir conocimientos significativos y útiles para su día a día. Así como, conseguir una buena actitud y cambio de visión, respecto a la enseñanza de las matemáticas.

Gracias a la distribución del espacio y rincones, así como la oferta de múltiples propuestas y materiales, se pretende que los alumnos puedan acudir a las sesiones motivados y mostrando interés por las propuestas presentadas. Del mismo modo, la anticipación de los recursos materiales en los cursos previos a su puesta en práctica, pretende desarrollar una familiaridad con dichos recursos, con el objetivo de que los alumnos puedan identificarlos como herramientas de aprendizaje, con las que poder construir su conocimiento y con las que se sentirse cómodos a la hora de trabajar.

Además del trabajo centrado en el laboratorio, se pretende que dicho aprendizaje se generalice a la dinámica de los distintos ambientes de trabajo. Es fundamental, lograr que dichos conocimientos, se puedan fomentar de manera transversal al resto de materias. El hecho de que, dentro de los ambientes, exista siempre alguna propuesta matemática, se considera una ayuda para la consecución de dicho resultado. Además de permitir observar, que los aprendizajes realizados en el laboratorio dan sus frutos y se generalizan, sin quedarse confinados a un único contexto.

Los materiales manipulativos, no tienen que quedar ligados a un uso meramente lúdico. Por el contrario, se espera que los alumnos les otorguen un verdadero valor pedagógico. Para ello, es importante tanto la anticipación y uso previos de los mismos, como la autoevaluación de los propios alumnos. Valoración, donde pueden redactar y explicar, qué aprendizajes han conseguido realizando las distintas propuestas, fomentando así una visión educativa de los mismos.

Ya se ha comentado con anterioridad, la importancia de unir cognición y afectividad en matemáticas. La motivación, interés y agrado, es esencial para cambiar la visión y actitud hacia dicha materia. Por este motivo, el tener por consigna, tener que pasar al menos una vez por todas las propuestas, para después disponer de libertad de elección, quiere ofrecer una motivación extra, donde permitir al alumno mostrar sus preferencias, fortalezas e intereses.

A nivel de evaluación, se evalúa tanto a alumnos, maestros como al proyecto en sí mismo. La recogida de datos y observaciones, tendrán como objetivo principal, permitir mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

4. CONCLUSIONES, PROSPECTIVA Y LIMITACIONES

A continuación, se presentan las conclusiones del presente trabajo, teniendo en consideración los distintos objetivos planteados con anterioridad:

- En relación con el objetivo general, que pretendía a través del laboratorio manipulativo atender a la diversidad y cambiar la visión negativa de las matemáticas.
Este objetivo, se cumple con el hecho de poder disponer de un espacio diferenciado, que facilita un acercamiento y vivencia más positiva por parte de los alumnos. Para ello, ayuda, el hecho de que los recursos sean manipulativos, sencillos y cercanos a los alumnos. Así también, el ofrecer diversidad de materiales, niveles, espacios y propuestas, favorece una adecuada atención a la diversidad, dando cabida a los distintos ritmos y necesidades del alumnado. A través de dicha variabilidad, tanto de contenidos como sugerencias, las matemáticas dejan de quedar reducidas a la realización de operaciones y problemas del mismo nivel para toda una clase. Al contrario, permite que cada alumno realice actividades distintas, que le permitan descubrir dónde se siente más cómodo, seguro e interesado, a la vez que pueda progresar según su ritmo particular. El hecho de poder elegir actividad en algunas de las sesiones, refuerza tanto la atención a la diversidad, como el fomento de una percepción más positiva de la materia desligada de un único bloque de contenidos.
- Respecto al primer objetivo específico, que nos hacía reflexionar sobre la situación actual de las matemáticas.
Dada la obvia y reiterada importancia de las matemáticas en el currículum, se profundiza en la tendencia actual de su enseñanza – aprendizaje, basada en una metodología constructiva. Su descripción, permite hacer más conscientes a los docentes de la importancia de la construcción del conocimiento por parte del alumnado. Se insiste, en la relevancia que tiene el cambio de roles, donde el alumno se sitúa como protagonista y parte activa de su aprendizaje, y el docente como guía y acompañante. Dentro del laboratorio, se fomentan ambos roles, priorizando sobre todo la actividad, manipulación y experimentación del alumnado bajo la imprescindible ayuda del maestro.
- En relación al segundo objetivo, que trataba de dar a conocer otro tipo de escuelas y profesionales con métodos alternativos al tradicional.
Con el objetivo de dar un giro a la tradicional forma de enseñar matemáticas, se han expuesto diversos autores y escuelas, a través de las que poder elegir metodologías alternativas con las que enfrentarnos a dicho cambio. En el presente proyecto se han ofrecido ejemplos, sobre todo de escuelas y autores, que fomentan la existencia de una escuela más activa y participativa, donde los alumnos sean verdaderos protagonistas de su aprendizaje. Con

dichos ejemplos, se ofrece a los alumnos de magisterio distintas metodologías, con las que poder enfrentarse a la enseñanza de las matemáticas.

- El tercer objetivo específico, presenta como base el fomentar una enseñanza basada en las necesidades de los alumnos.

A lo largo de las sesiones del laboratorio, el claro protagonista del trabajo es el alumno. Sus necesidades y particularidades, son las que marcan el desarrollo de las sesiones. No se trata así, de cumplir con las expectativas de los docentes ni de obtener un resultado prefijado, sino de avanzar según cada ritmo e interés particular. La diferencia, es tomada como valiosa e inherente al alumno. Cada persona es distinta y por ello, la escuela ofrece distintas propuestas y tipos de estimulación. Dentro del laboratorio, los distintos rincones y propuestas, dan respuesta a las diferentes necesidades. La observación, autoevaluación del alumnado y del maestro, son elementos esenciales para seguir ofreciendo una adecuada estimulación, que fomente el desarrollo individual, integral y progresivo.

- Respecto al cuarto objetivo específico, que toma como base el trabajo manipulativo para la construcción del conocimiento, se ha ofrecido un ejemplo tipo de sesión en el laboratorio.

Los recursos expuestos son básicamente manipulativos, permitiendo un trabajo activo, vivencial y constructivo. La labor de los niños es, en todo momento, la de poder manipular el material libremente, aunque siempre siguiendo una previa normativa de uso. Libertad y normas, va siempre unido. Tocar, actuar, manipular, vivir las matemáticas, es, en definitiva, lo principal. El maestro no desaparece. Al contrario, está muy presente, como guía, en la labor de ayudar al alumno a construir por sí mismo su conocimiento. De esta forma, a partir de lo manipulativo, se consigue reproducir en la abstracción, aquello que previamente se ha realizado con las manos.

- El quinto objetivo específico, plantea la creación de un espacio educativo diferenciado.

La creación de este espacio, defiende la importancia de disponer de un aula propia fuera del aula común para las matemáticas, así como es habitual en otras materias. Un espacio donde la diversión y el aprendizaje aparecen unidos. Asimismo, el diseño y estructura del laboratorio se muestra como práctico y funcional, al servicio de las diferentes propuestas y de los alumnos. Se trata de este modo, de un espacio creado para los niños, quienes en definitiva son, quienes deben sentirlo como un espacio propio para vivir las matemáticas.

- Respecto al sexto objetivo específico, en el que se expone el poder ofrecer ejemplos de actividades y materiales.

A lo largo del trabajo, se exponen varios ejemplos para mostrar una sesión tipo de laboratorio. Con esto se brinda tanto a alumnos como maestros, una variedad de recursos, con los que poder trabajar de activa y manipulativa, tanto en el laboratorio como en las aulas. Materiales

con los que se permite un avance progresivo hacia la abstracción y lenguaje matemático, evitando saltarse la esencial comprensión previa, debido a las prisas por llegar a la representación y simbolismo.

4.1 PROSPECTIVA

Si los resultados y los beneficios son los esperados, la utilización del laboratorio se podrá extender a más cursos e incluso a todo el Ciclo de Primaria. Así también, se tendrá en consideración la posibilidad de crear otros espacios compartidos o no, para la enseñanza y aprendizaje de distintas materias (Educación Plástica, Lenguas, etc.), teniendo como base, la manipulación y vivencia de las mismas para potenciar su comprensión y agrado.

4.2 LIMITACIONES

Las limitaciones son comunes, frente el desarrollo de proyectos. Ante la creación de emplazamientos diferenciados, es habitual encontrarse con la falta de espacio y de recursos.

En relación al espacio, será esencial habilitar un lugar donde poder desarrollar el proyecto. Lo ideal sería un lugar independiente. No obstante, la opción de la utilización de algún aula de uso polivalente también es una posibilidad. Respecto al solventar problemas de tipo económico, las escuelas disponen también de distintas alternativas para buscar recursos complementarios para su financiación, provenientes de legados, donaciones, así como aquellos provenientes del alquiler de uso de instalaciones del centro (p.ej.: uso de instalaciones deportivas, salas de actos, etc.). Y para la obtención de recursos manipulativos, una opción es que sean los propios alumnos los creadores, a través de talleres de creación de material con material reciclado e invirtiendo, únicamente, en aquellos recursos cuya fabricación no sea posible en la propia escuela. Así también, una opción es la creación de una comisión de material, donde sean las propias familias quienes se impliquen en la creación de los mismos.

5. REFLEXIÓN FINAL Y PERSONAL

“Los maestros han de ser felices haciendo matemáticas, de ese modo los alumnos también lo serán” (María Antònia Canals)

Si ante un trabajo de estas características, se hubiera preguntado a muchos estudiantes si lo hubieran realizado sobre las matemáticas, probablemente la mayoría hubiera respondido que no. Ésta, ha sido y es, una materia hacia la que muchos no han acabado por demostrar demasiado interés ni comprensión. Muy al contrario, respecto a la que muchos han sentido frustración e incluso rechazo.

Sin embargo, cuando se es consciente de lo fundamental que son las matemáticas en nuestro día a día, tal bloqueo puede verse modificado. Y surge aquí, la idea de poder plantear un proyecto para tan necesario cambio de visión. Proyecto, que no tenga como objetivo único influir en los alumnos, sino también en la de aquellos quienes, en definitiva, serán los encargados de acompañar y guiar en el camino hacia el interés y gusto por las matemáticas. Es decir, en los docentes.

Que las matemáticas no gozan de una publicidad positiva, es algo que la mayoría conoce. De este modo, si los pupitres, la repetición de ejercicios, las fichas, el inicio precoz del lenguaje matemático, los constantes exámenes, etc., parecen no dar sus frutos ¿Por qué no enfocar el aprendizaje de las matemáticas desde una vertiente distinta?

A menudo uno puede plantearse en qué se basa la actual educación, si en la confianza o bien en la desconfianza hacia el alumno. Si confiamos en nuestros alumnos, ¿por qué tenemos que priorizar la realización de pruebas, deberes y exámenes con el principal objetivo de confirmar que efectivamente llegan a determinado nivel? ¿No estamos fomentando así un estudio basado en el resultado y no en el proceso y la auténtica comprensión? La creación de un laboratorio manipulativo, pretende ofrecer un ambiente diferenciado, donde los alumnos puedan disfrutar de las matemáticas a la vez que aprender. Donde el trabajo de los alumnos, su proceso de aprendizaje, no sirva únicamente para otorgarles una puntuación, sino que sirva como base para avanzar en nuestro modo de enseñar y más concretamente de acompañar, en la construcción del conocimiento matemático. Un contexto, donde pensar y sentir no anden separados, sino que siempre se den la mano.

Para la realización de este trabajo, a través de lecturas, charlas, cursos, museos y webs, se ha llegado a comprender, cómo es posible provocar sorpresa, emoción, comprensión y curiosidad hacia las matemáticas. Y es por este motivo, por el que, con toda seguridad, se considera que merece la pena ofrecer nuevas alternativas metodológicas para tal logro.

El planteamiento del presente trabajo, es poder ofrecer una propuesta alternativa a cómo estimular, acompañar y ayudar en la enseñanza de una materia considerada tan ardua como las matemáticas. Está claro que la escuela perfecta y prediseñada no existe, si así fuera, simplemente la copiaríamos. Pero sí que existe, la posibilidad de crear una escuela flexible, en constante construcción y evaluación, que valore los aspectos emocionales de los alumnos, y donde al fomentar maneras y contextos diversos de trabajo, se pueda conseguir un cambio de actitud y comprensión, hacia una materia cuya negativa visión parece casi imposible de modificar.

REFERENCIAS

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, C. (2012). *Amar las matemáticas*. Claudi Alsina. Recuperado de <http://claudialsina.com/>
- Barnés, H.G. (10 de diciembre de 2016). Por qué fracasan los estudiantes en España según el último informe PISA. *El Confidencial*. Recuperado de https://www.elconfidencial.com/alma-corazon-vida/2016-02-10/informe-pisa-ocde-estudiantes-bajo-rendimiento-fracasan-en-espana_1149453/
- Bosch, H., Di Blasi, M., Pelem, M.E., Bergero, M. S., Carvaja, L. y Geromini, N. (2011). Nuevo paradigma pedagógico para enseñanza de ciencias y matemática. *Avances en Ciencia e Ingeniería 2* (3), 131-140.
- Calatayud, M.A. (2008). La autoevaluación como estrategia de aprendizaje para atender a la diversidad Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación. Universidad de Valencia. *Educaweb*. Recuperado de <https://www.educaweb.com/noticia/2008/01/28/autoevaluacion-como-estrategia-aprendizaje-atender-diversidad-2752/>
- Canals, M^a Antònia. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona. Ediciones Octaedro. S.L.
- Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament (2013). Recuperado de <http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/curriculum/curriculum-educacio-primaria.pdf>
- De Gúzman, M. (2004). Miguel de Gúzman y la enseñanza de las matemáticas. *Sigma* (25), 9-18.
- Dienes, Zoltan. (1981). *Las seis etapas del aprendizaje en matemáticas*. Barcelona. Editorial Teide.
- Fernández Bravo, J.A. (2016). ¿Qué hay de nuevo?. Jose Antonio Fernández Bravo. Recuperado de <http://joseantoniofernandezbravo.com/que-hay-de-nuevo>
- Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. (2013, Marzo). Una competencia de resolución de problemas. Recuperado de <http://xtec.gencat.cat/web/.content/documents/Presentaci-territori-mates-Primaria-xweb..pdf>
- Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. (2017, Enero) Currículum educación primaria. Recuperado de <http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/curriculum/curriculum-educacio-primaria.pdf>

- Gil, N., Blanco, L. J. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Unión. Revista Iberoamericana de educación matemática*. (2), 15–32.
- Gómez Chacón, Ines M^a. (2000). *Matemática emocional*. Madrid. Narcea S.A. de Ediciones.
- Gondón, N. y Batlle, S. (2007-2008). Master en Paidopsiquiatria. Col.legi Oficial de Psicòlegs de Catalunya. Universitat Autònoma de Barcelona. Recuperado de http://www.paidopsiquiatria.cat/files/teorias_desarrollo_cognitivo_o.pdf
- Grows, D.A. y Cebulla, K. J. (2000). *Mejoramiento del desempeño en matemáticas*. International Academy of Education. Bélgica. Bruselas.
- Meirieu, Philippe. (1998). *Frankenstein educador*. Barcelona. LAertes S.A de Ediciones.
- Real Decreto 119/2015, de 23 de junio, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas de la educación primaria. Diario Oficial de la Generalitat de Cataluña, 6900, de 26 de Junio del 2015. Recuperado de <http://portaldogc.gencat.cat/utillsEADOP/PDF/6900/1431927.pdf>
- Seldin, Tom. (2007). *Cómo obtener lo mejor de tus hijos*. Barcelona. Grijalbo.
- Wild, Rebeca. (1999). *Educación para ser. Vivencias en una escuela activa*. Barcelona. Empresa Editorial Herder.
- Xarxa telemàtica educativa de Catalunya. Matemàtiques 2n cicle primària. Recuperado de http://srvcnpbs.xtec.cat/creamat/joomla/images/stories/documents/matematicues_primaria_2ncicle.pdf

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

- Alsina, A. (2006). *Desarrollo de Competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid. Narcea Ediciones, S.A.
- Alonso, Verónica. (2017). En qué consiste el Método Montessori: el rol del alumno. Tengohijos.com. Recuperado de <http://tengohijos.com/en-que-consiste-el-metodo-montessori-el-rol-del-alumno/>
- Aprender y enseñar Matemáticas (2018). Por una pedagogía basada en el trabajo que hace el alumno en la escuela. Recuperado de <http://aprender-ensenyar-matematicas.blogspot.com.es/>
- Del Ángel Hernández, E. El laboratorio de matemáticas como estrategia de aprendizaje. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Recuperado de <https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/actopan/n7/e3.html>

- Espai Barcanova. Matemàtiques. Recursos per a l'espai i la forma. Recuperado de https://www.espaibarcanova.cat/descargas/espai/1460443_0_0_0012.pdf
- Fernández Bravo, J.A. Asociación Mundial de Educadores Infantiles (2001). Aprender a hacer y conocer: el pensamiento lógico. Recuperado de <http://www.waece.org/biblioteca/pdfs/d194.pdf>
- Giménez, Lara (2018). Aprenent amb les mans. Recuperado de <http://aprenentamblesmans.cat/acerca-de-mi/>
- Superprof. La evolución moderna de la enseñanza de las matemáticas. [Entrada de blog]. Recuperado de <https://www.superprof.es/blog/historia-moderna-aprendizaje-mates/>
- Mathematics Education. Homi Bhabha Centre for Science Education. Mathematics Laboratory. Recuperado de <http://mathedu.hbcse.tifr.res.in/mathematics-laboratory/>
- Martín, M. (2017). ¿Quieres cambiar la metodología para enseñar matemáticas? Aprendiendo matemáticas. Recuperado de <https://aprendiendomatematicas.com/>
- Orden ENS/164/2016, de 14 de juny, per la que se determinan el procedimiento y los documentos y requisitos formales del proceso de evaluación en educación primaria. Recuperado de <http://portaldogc.gencat.cat/utillsEADOP/PDF/7148/1508505.pdf>
- Singh, H., Avtar, R. y Singh, V.P. *A Handbook for Designing Mathematics Laboratory in Schools*. National Council of Educational Research and Training. Recuperado de <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/maths-handbook-ncert.pdf>
- Universidad de Girona. GAMAR. Gabinete de Materiales y de Investigación para la Matemática en la Escuela. Recuperado de <Mhttp://www2.udg.edu/projectesbiblioteca/GAMAR/Inici/tabid/17145/language/ca-ES/Default.aspx>
- Universidad Internacional de Valencia (2015). Los colegios Montessori: origen, funcionamiento, filosofía y métodos didácticos. [Entrada de blog]. Recuperado de <https://www.universidadviu.es/los-colegios-montessori-origen-funcionamiento-filosofia-y-metodos-didacticos/>

ANEXOS

Anexo 1: Cronograma

Cronograma del diseño e implementación del laboratorio de matemáticas. Fuente: elaboración propia

	Septiembre 2017 – Diciembre 2017	Enero 2018 – Abril 2018	Abril 2018 – Junio 2018	Septiembre 2018 - Diciembre 2018	Enero 2019 – Marzo 2019	Abril 2019 – Junio 2019
Fase 1: Diseño						
Diseño del funcionamiento y estructura del laboratorio						
Construcción de objetivos						
Recogida de recursos y propuestas						
Fase 2: Anticipación						
Presentación y anticipación de los recursos a alumnos de 1º y 2º de Primaria						
Fase 3: Implementación						
Puesta en marcha del laboratorio para los cursos de 3º de Primaria						
Recogida de datos a través de la observación y hojas de observación						
Fase 4: Evaluación						
Evaluación del proyecto						
Toma de decisiones respecto al alcance del proyecto						

Anexo 2: Distribución del laboratorio

Plano en dos dimensiones



Fuente: elaboración propia a través de floorplanner

Plano en tres dimensiones



Fuente: elaboración propia a través de Floorplanner

Anexo 3: Hoja de observaciones de los alumnos

Hoja de observaciones del alumnado

Rincones	Qué he hecho y qué he aprendido.	Cómo me he sentido 	Confirmación
CÁLCULO Y NUMERACIÓN			
RELACIONES Y CAMBIO			
ESPACIO Y FORMA			
MEDIDA			
ESTADÍSTICA Y AZAR			

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 4: Hoja de observaciones del maestro

Hoja de observaciones del maestro.

	Alumno	Participación activa	Interés y motivación	Comprensión de las propuestas y procesos	Respeto hacia otras opiniones	Uso adecuado del material
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						

Fuente: elaboración propia

Anexo 5: Tablas de relación contenidos clave y competencias

Tabla de asignación de contenidos y competencias a evaluar

CONTENIDOS CLAVE	COMPETENCIAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Números. Relaciones entre números										
Sistema de numeración decimal										
Significado de las operaciones, de las propiedades y sus relaciones entre ellas										
Cálculo (mental, estimado, algorítmico, con TIC)										
Patrones										
Equivalencia										
Magnitudes medibles. Unidades estándares										
Técnicas, instrumentos de medida										
Relaciones espaciales										
Las figuras geométricas: elementos, características (2D y 3D) y propiedades										
Transformaciones geométricas										
Obtención, representación e interpretación de los datos estadísticos										
Fenómenos aleatorios										
Tablas y gráficos										

Fuente: adaptación y traducción propia del documento “Una competencia de resolución de problemas” de la Generalitat de Catalunya, Departament d’Ensenyament (Marzo 2013).

Anexo 6: Tabla tipo de evaluación de las dimensiones matemáticas

Ejemplo de gradación por niveles de la *Competencia 1: Traducir un problema a una representación matemática y utilizar conceptos, instrumentos y estrategias matemáticas para resolverlo.*

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
<p>Explica el problema con sus palabras.</p> <p>Identifica los datos y las unidades implicadas en la situación.</p> <p>Representa el problema mediante un dibujo, un esquema, una expresión aritmética, etc.</p> <p>Calcula usando algoritmos conocidos.</p> <p>Usa el tanteo como estrategia preferente.</p> <p>Replantea el problema desde el inicio si una estrategia no le funciona</p> <p>(...)</p>	<p>Representa la situación problema usando esquemas, expresiones aritméticas o dibujos geométricas.</p> <p>Identifica los datos implícitos.</p> <p>Sitúa los datos en el esquema.</p> <p>Interpreta correctamente las magnitudes y las unidades de medida.</p> <p>Usa estrategias de cálculo para conseguir resultados.</p> <p>Utiliza equivalencias como estrategia de resolución.</p> <p>Verbaliza la estrategia usada y explica el proceso seguido.</p> <p>Rehace el proceso si la estrategia no le funciona</p> <p>(...)</p>	<p>Usa tablas y gráficos para representar y para resolver.</p> <p>Identifica patrones.</p> <p>Conecta patrones.</p> <p>Planifica la resolución.</p> <p>Escoge la estrategia más eficaz.</p> <p>Ofrece una estrategia alternativa para resolver.</p> <p>Adapta estrategias de resolución.</p> <p>Incorpora estrategias de los compañeros.</p> <p>Justifica el proceso usando lenguaje matemático.</p> <p>Rehace el proceso si la estrategia no le funciona.</p> <p>(...)</p>

Fuente: adaptación y traducción propia del documento “Una competencia de resolución de problemas” de la Generalitat de Catalunya, Departament d’Ensenyament (Marzo 2013).

Anexo 7: Rúbrica de evaluación de las dimensiones matemáticas

Rúbrica para la evaluación de las dimensiones matemáticas. Fuente: elaboración propia

Nombre y apellidos del alumno:				
DIMENSIONES		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Competencia 1			
	Competencia 2			
	Competencia 3			
RAZONAMIENTO Y PRUEBA	Competencia 4			
	Competencia 5			
CONEXIONES	Competencia 6			
	Competencia 7			
COMUNICACIÓN Y REPRESENTACIÓN	Competencia 8			
	Competencia 9			
	Competencia 10			

Fuente: elaboración propia

Anexo 8: Cuestionario para la autoevaluación de la práctica docente

Cuestionario e indicadores para la autoevaluación de los maestros

Aspectos a evaluar	1	2	3
Programación de las sesiones			
Actividades y materiales adecuados para todo el alumnado			
Planificación correcta de las sesiones: temporalización, desarrollo, etc.			
Observaciones:			
Alumnos			
Clima del aula			
Motivación del alumnado			
Atención a la diversidad			
Observaciones:			
Rol del maestro			
Desarrollo de autonomía			
Guía y acompañante			
Actitud positiva ante las dudas y dificultades			
Observaciones:			
Actividades y recursos			
Presentación: claridad, sencillez y adecuación			
Dominio conceptual y procedimental del docente			
Rincones y contenidos adecuados y suficientes			
Observaciones:			
Evaluación			
Adecuación de los distintos tipos de instrumentos de evaluación			
Observaciones:			
Total de puntuaciones:			

Fuente: elaboración propia

Anexo 9: Rúbrica para evaluar el proyecto educativo

Rúbrica de evaluación del proyecto didáctico implementado.

	Competente	Satisfactorio	Básico	insuficiente
Previo a la implementación del proyecto				
1. Objetivos claros y definidos				
2. Contenidos apropiados para la edad				
3. Trabajo interdisciplinar				
4. Relación entre las actividades y las dimensiones a desarrollar				
5. Planteamiento de actividades significativas y adecuadas para los distintos niveles de aprendizaje				
6. Claridad en los indicadores de éxito del proyecto				
Observaciones:				
Desarrollo del proyecto				
1. Claridad en las reglas				
2. Adecuación de los materiales				
3. Trabajo entre los alumnos				
4. Integración entre conocimientos previos y nuevos				
5. Temporalización adecuada				
6. Actitud de los alumnos				
7. Estructuración del espacio				
Observaciones:				
Evaluación final del proyecto				
1. Interés y agrado de los alumnos				
2. Interés y agrado de los maestros				
3. Consecución de los objetivos				
Observaciones:				

Fuente: elaboración propia.