

**Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación**

Las matemáticas a través del uso de materiales manipulables en Educación Infantil

Trabajo fin de grado presentado por: Ariadna Pi Fuster.

Titulación: Grado en Maestro de Educación Infantil.

Línea de investigación: Las matemáticas manipulativas en Educación Infantil.

Director/a: Marta Curto Prieto.

Ciudad

[Seleccionar fecha]

Firmado por:

“Uno de los mayores problemas con el que se enfrentan las matemáticas es el de explicar a los demás de que tratan. Los aderezos técnicos de esta materia, su simbolismo y expresiones formales, su desconcertante terminología, su aparente deleitarse son cálculos larguísimos: todo ello tiende a ocultar su auténtico carácter [...] Esta ciencia no trata de símbolos y cálculos. [...] El objetivo de las matemáticas son los conceptos. Se trata sobre todo de ver el modo en que los diferentes conceptos se relacionan los unos con otros. El objetivo de las matemáticas es comprender. [...] No se trata simplemente de hallar la respuesta correcta, sino más bien en comprender porque existe una respuesta correcta, [...] Pero lo que sobre todo tiene es significado.” (Stewart, 2004, págs. 13 y 14.)

RESUMEN

La mejor manera de enseñar matemáticas, es “no enseñarlas”, sino dejar que se aprendan. El presente Trabajo Fin de Grado (TFG) pretende contribuir en la mejora de la enseñanza de las matemáticas, enfocado no solo a los alumnos, sino a los propios maestros. De la misma manera que los niños deben experimentar para adquirir conocimientos, los docentes debemos hacerlo para mejorar nuestra práctica educativa.

El presente TFG reafirma la necesidad de un cambio en la metodología en el ámbito matemático, siguiendo la línea del pensamiento constructivista y centrándose en la importancia de la fase manipulativa y del uso de materiales didácticos, para llegar así a la adquisición de la competencia matemática.

Por esa razón, estimados lectores, os invito a leer este TFG, que adquirirá pleno sentido si os atrevéis a experimentarlo y manipularlo con la misma ilusión con la que lo he vivido.

Palabras clave:

Matemáticas, Educación Infantil, alumnos, docente, experimentación, manipulación.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	6
2. OBJETIVOS DEL TFG	11
3. MARCO TEÓRICO	12
3.1. Introducción	12
3.2. La enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil	13
3.2.1. <i>El pensamiento lógico</i>	13
3.2.2. <i>El aprendizaje significativo</i>	13
3.2.3. <i>El conflicto cognitivo</i>	14
3.2.4. <i>La manipulación, la experimentación y el descubrimiento</i>	15
3.2.5. <i>Los roles del alumno y del docente</i>	15
3.3. Teorías principales de la enseñanza	17
3.3.1. <i>El conductismo</i>	17
3.3.2. <i>El cognitivismo</i>	17
3.3.3. <i>El constructivismo</i>	18
3.4. Las matemáticas manipulativas	19
3.5. Los materiales manipulativos	21
3.5.1. <i>Las regletas de cuisenaire</i>	22
3.5.2. <i>El panel y la recta numérica</i>	23
3.5.3. <i>Los bloques lógicos</i>	23
3.5.4. <i>Los juegos</i>	23
4. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROPUESTA	24
4.1. Contextualización legislativa	24
4.2. Contextualización del centro educativo	25
4.3. Contextualización del aula	25
5. UNIDAD DIDÁCTICA	26
5.1. Título de la Unidad Didáctica	26
5.2. Presentación de la Unidad Didáctica	26
5.3. Objetivos	26
5.4. Contenidos	27
5.5. Actividades	27
5.5.1. <i>El número</i>	27
5.5.2. <i>Geometría</i>	29
5.5.3. <i>Estadística</i>	30
5.5.4. <i>Medida</i>	31
5.6. Recursos	33
5.7. Cronograma	34
5.8. Diseño de la evaluación	35
6. CONCLUSIONES	38
7. CONSIDERACIONES FINALES	41
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42
9. BIBLIOGRAFÍA	44
10. ANEXOS	45

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Tabla 1. Cronograma.....	34
Tabla 2. Evaluación actividad 1.....	36
Tabla 3. Evaluación actividad 2.....	36
Tabla 4. Evaluación actividad 3.....	36
Tabla 5. Evaluación actividad 4.....	37
Tabla 6. Evaluación actividad 5.....	37
Tabla 7. Evaluación actividad 6.....	37
Tabla 8. Evaluación actividad 7.....	37
Figura 1. Rendimiento en matemáticas 2012.....	8
Figura 2. Comparación del rendimiento entre 2003 y 2012.....	9
Figura 3. Competencias básicas (primaria).....	10
Figura 4. Competencias básicas (ESO).....	10
Figura 5. Competencia matemática (Escola Mogent).....	39

1. INTRODUCCIÓN

El Trabajo Fin de Grado (TFG) propuesto se centrará en el trabajo con materiales manipulables para mejorar la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil. A partir de éstos materiales se desarrollará una Unidad Didáctica para llevar a cabo en el último curso del segundo ciclo de Educación Infantil, P5.

Sabemos que se aprende haciendo y también reflexionando sobre lo que hacemos. Por eso es necesario que la escuela, por un lado, plantee situaciones de aprendizaje que permitan la construcción del conocimiento a través de experiencias vivenciales y, a la vez, que estimule un trabajo intelectual basado en la observación, la comunicación, el análisis, el debate, la formulación de hipótesis y la reflexión. Buscar formas de representar también ayuda a construir y a estructurar el pensamiento, a partir de objetos concretos y de materiales manipulables: materiales para clasificar o contar, listones para formar polígonos, cubos encajables para representar figuras, etc. La presencia de los materiales ayuda a desencadenar el pensamiento lógico-matemático y la comprensión del entorno.

Actualmente, en las escuelas de nuestro país se tiende a enseñar las matemáticas a través de fichas para aprender los números del 1 al 10, el conteo, las formas geométricas, etc., es decir, dándole importancia principalmente a la representación simbólica. Por ello se ha decidido llevar a cabo este trabajo, ya que para asegurar un desarrollo óptimo del pensamiento matemático es necesario partir de una base manipulativa, pasando por la representación gráfica, para llegar al lenguaje simbólico. De la misma manera, para que los niños adquieran un pensamiento lógico matemático adecuado al final de su etapa escolar, es necesario que se empiece a desarrollar desde bien pequeños dicho pensamiento.

En la Unidad Didáctica (UD) planteada se llevarán a cabo actividades contextualizadas que estimulen a los niños a pensar, razonar y buscar estrategias para resolver un problema, todo ello a través de la manipulación de objetos. En el desarrollo de las actividades de dicha UD se utilizará la metodología constructivista. Estas actividades reflejarán un aprendizaje basado en la acción, que permita la autocorrección y la repetición. De la misma manera, todas las propuestas partirán de un conflicto cognitivo.

Asimismo, en esta UD se hará hincapié en los materiales que se deben utilizar para desarrollar la primera fase del razonamiento matemático, la manipulativa, con el objetivo de avanzar en la representación gráfica y simbólica con éxito. La UD estará compuesta por 7 actividades que se centrarán en los contenidos matemáticos que encontramos en el currículo de Educación Infantil en Cataluña. Cada uno de estos contenidos se trabajarán con los materiales manipulables adecuados a cada situación que representarán la base del pensamiento matemático.

“El trauma matemático”. Durante mi escolarización las matemáticas siempre han sido la asignatura que no disfruté ya que nunca las entendí, por eso he decidido aportar mi granito de arena para que los futuros alumnos puedan desarrollar su máximo potencial matemático sin las limitaciones de las escuelas tradicionales.

La Escola Mogent, donde he realizado mis prácticas ha sido sin duda una gran inspiración. Está situada en la Roca del Valles y cuenta con un proyecto educativo muy innovador del cual se basa la propuesta de intervención que aparece en el presente TFG. En la escuela trabajan por proyectos indisciplinares y por rincones en Educación Infantil. Las matemáticas se trabajan en los rincones a partir de materiales manipulativos y de manera contextualizada a través de los proyectos y las rutinas diarias.

Otra fuente de inspiración ha sido el profesor Carlos de Castro Hernández que imparte Didáctica de las Matemáticas en el Grado de Educación Infantil de la Universidad Internacional de la Rioja y es director y editor de la revista “Edma 0-6: educación matemática en la Infancia”. En su revista encontramos distintas situaciones de aprendizaje para trabajar las matemáticas, al igual que en sus clases en la universidad.

En los últimos años se han impulsado proyectos muy interesantes en nuestro país. Una iniciativa muy significativa son las Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM), que consisten en un punto de encuentro para el debate, la reflexión y la formación en matemáticas, así como el intercambio de ideas y experiencias entre profesores. Tuve la oportunidad de asistir como oyente a las jornadas llevadas a cabo en 2015 en Cartagena, de las cuales adquiriré buenas referencias para la realización del TFG.

Resultados de las pruebas de evaluación en matemáticas

Bermejo (2004) ya señalaba la preocupación existente de la comunidad educativa en España por el alto fracaso escolar en matemáticas respecto a las otras áreas y a los otros países. Las evaluaciones realizadas en los últimos años por el INCE¹ (1995, 1997, 1999, 2000) muestran de manera general que el 50% de los escolares españoles no llegan a la puntuación media de suficiente. De la misma manera el estudio PISA² (2012) centrado en matemáticas muestra que en España el 23,6% de los alumnos tienen un rendimiento por debajo del nivel 2 y solo un 8% un rendimiento alto entre los niveles 5 o 6 (Figura 1). España tiene una puntuación media de 484 y no ha mejorado teniendo en cuenta el informe PISA (2003) (Figura 2).

Instantánea del rendimiento en matemáticas, lectura y ciencias

Países/economías con un rendimiento medio/una cuota de alumnos con rendimiento alto por encima de la media de la OCDE

 Países/economías con una cuota de alumnos con peores resultados por debajo de la media de la OCDE

Figura 1. Rendimiento en matemáticas en 2012.

Fuente: OCDE. Informe español PISA 2012. Resultados. (2014, p. 5)

¹ Instituto Nacional de Calidad y Educación.

² Programme for International Student Assessment.

**Cambio anualizado del rendimiento entre 2003 y 2012
y puntuación media en matemáticas en PISA 2003**

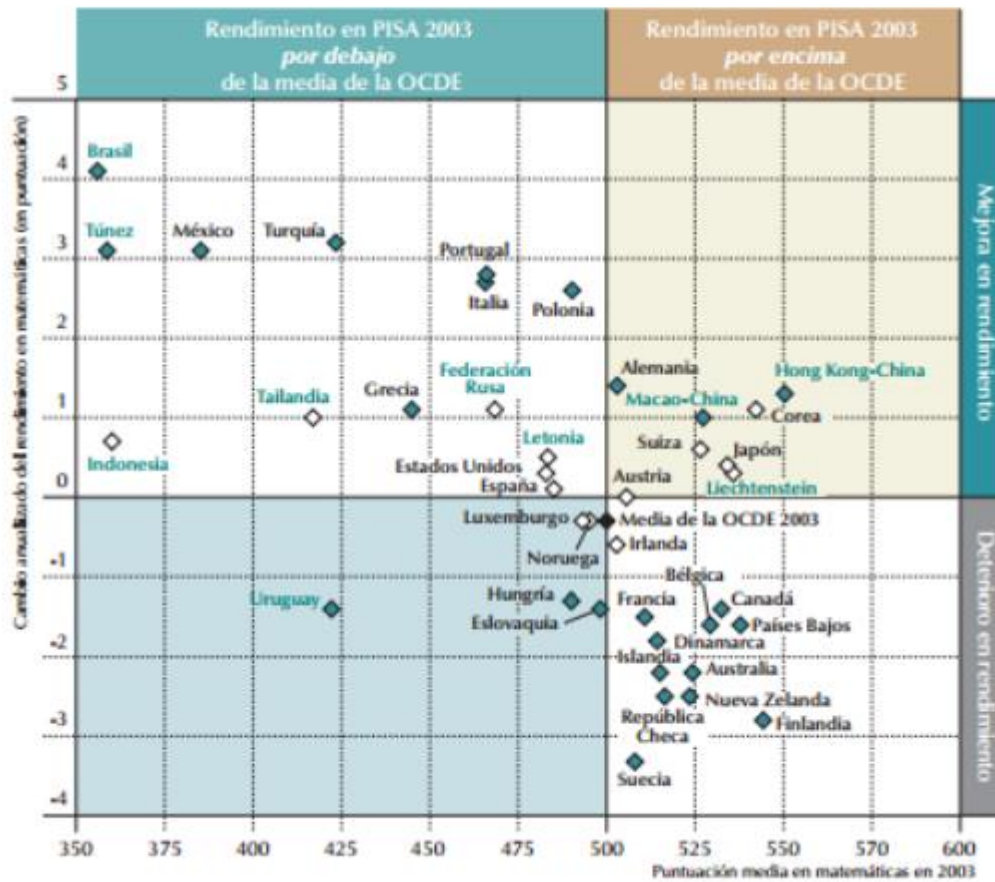


Figura 2. Comparación del rendimiento en matemáticas entre 2003 y 2012.

Fuente: OCDE. Informe español PISA 2012. Resultados. (2014, p.8)

Por su lado, la comunidad autónoma de Cataluña en el informe PISA (2012) tiene una puntuación de 493 puntos un poco por encima de la media española, sin embargo un punto menos que la media de la OCDE³. Los resultados de las evaluaciones de las competencias básicas que se realizan en 6º de Primaria en las escuelas de Cataluña del curso 2015-2016 nos muestran que hay un 20,6% de los alumnos con un nivel medio-bajo en competencia matemática y que las puntuaciones medianas en esta competencia han bajado en comparación con los años anteriores (Figura 3). Los resultados en competencia matemática de las evaluaciones realizadas durante el mismo año en 4º de la ESO, son aún más bajos que los de primaria con un 25,2% de los alumnos catalanes con un nivel medio-bajo (Figura 4).

³ Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

Evolució de les puntuacions mitjanes

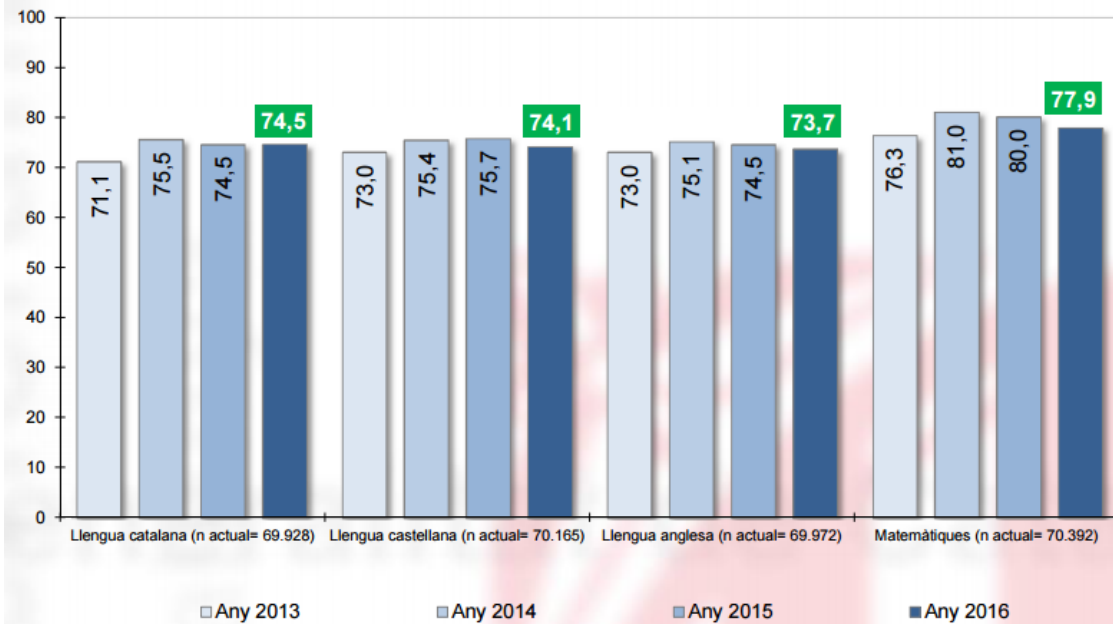


Figura 3. Evolució puntuacions mitjanes en les competències bàsiques (Primària).
 Fuente: Generalitat de Catalunya. Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu.
 Evaluació de les competències bàsiques (6^o primària). (2016, p.11.)

Distribució dels alumnes segons el nivell d'assoliment

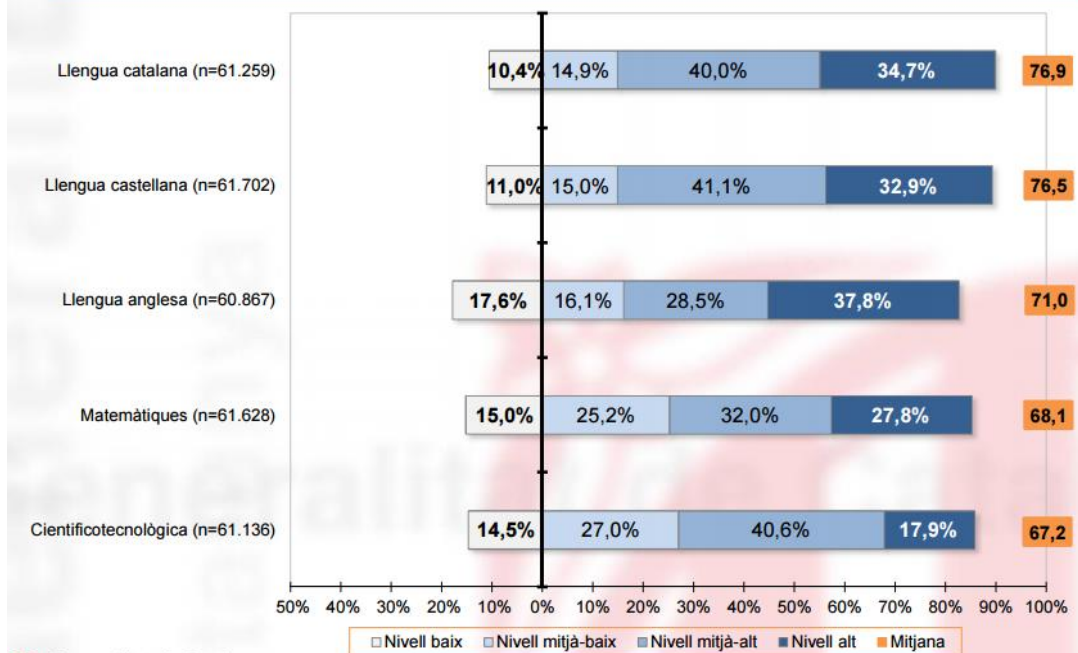


Figura 4. Distribució de los alumnes según nivel en las competencias básicas (ESO).
 Fuente: Generalitat de Catalunya. Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu.
 Evaluació de les competències bàsiques (4^oESO). (2016, p.13.)

2. OBJETIVOS DEL TFG

Objetivo general

- Diseñar una propuesta de intervención didáctica válida e innovadora para trabajar las matemáticas en el último curso del segundo ciclo de Educación Infantil a partir de la manipulación y el aprendizaje constructivista.

Objetivos específicos

- Revisar fuentes bibliográficas para comprender la importancia de las matemáticas en Educación Infantil.
- Realizar una revisión bibliográfica de las distintas teorías de la enseñanza.
- Analizar los resultados de algunas pruebas de evaluación en competencia matemática para justificar la propuesta.
- Considerar el currículo de Educación Infantil para identificar los contenidos de matemáticas.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Introducción

El presente marco teórico nos proporcionará las bases teóricas para comprender mejor la propuesta de intervención didáctica del TFG. Para el desarrollo de la propuesta es necesario tener presente los puntos clave para la enseñanza de las matemáticas, destacando los principios teóricos y modelos pedagógicos en los que nos hemos centrado. Aunque el presente TFG se centra en el área de matemáticas nunca la contemplaremos como algo aislado ya que entendemos la educación como un proceso globalizado, de manera que la enseñanza de las matemáticas no es ajena a los otros aprendizajes, y dentro de las mismas se trabajan contenidos de todas las áreas.

Los objetivos en los que se sustenta el sistema educativo de nuestro país son: la mejora de los resultados académicos y la cohesión social; por ello antes de empezar con el desarrollo del marco teórico nos centraremos en estos dos puntos clave.

Como hemos visto en el apartado anterior, las pruebas PISA (2012) muestran que hay un nivel bajo en competencia matemática, pero, ¿qué se entiende por competencia matemática?

La competencia matemática es la habilidad de las personas para formular, utilizar e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. El término describe la habilidad de las personas para razonar de manera matemática y utilizar conceptos, procedimientos, informaciones y técnicas matemáticas para describir, explicar y prever fenómenos. La competencia no es un rasgo que una persona tiene o no tiene, sino una habilidad que puede desarrollarse durante toda la vida". (OCDE, 2013, p.25)

El Proyecto PISA (2002) entiende la competencia matemática como la capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que las Matemáticas juegan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados y utilizar e involucrarse en las matemáticas de manera que satisfagan las necesidades de la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. El énfasis se sitúa en el proceso más que en el resultado y en la actividad más que en el conocimiento.

El otro punto clave es la cohesión social, las escuelas pretenden proporcionar una educación de calidad para todos de forma equitativa. Vygotsky (1931) nos habla del concepto de zona de desarrollo próximo, que es la distancia entre el nivel de desarrollo efectivo del alumno (aquello que es capaz de realizar por sí solo) y el nivel de desarrollo potencial (aquello que sería capaz de hacer con la ayuda de un adulto u otro niño). La escuela genera la zona de desarrollo próximo y debe asegurarse que cada niño/a desarrolle su máximo potencial.

3.2. La enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil

El punto de partida en la enseñanza de las matemáticas “es tener claro que aquello que el niño necesita son oportunidades para aprender y descubrir por él mismo aspectos matemáticos de la realidad” (Alsina, Aymerich y Barba, 2008) y el fin debe ser enseñar a pensar. En la realidad esto no sucede y muchos profesores afirman que “no se piensa y que se pierde mucho tiempo en rellenar ejercicios de libros vacíos de actividad rentable, con el único fin de entregar a los padres carpetas llenas de fichas o cuadernos repletos de números, prueba [...] del contenido elaborado, pero lejos, [...] de explicar conocimiento alguno.” (Fernández, 2007, p.11)

Partiendo de las referencias de investigaciones realizadas por pedagogos y teóricos que hablan de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil, se han determinado 5 puntos clave:

3.2.1. *El pensamiento lógico*

El término pensamiento lógico tiene su origen etimológico del latín y del griego. La palabra pensamiento proviene del verbo latín *pensare* que significa pensar, y la palabra lógica proviene del griego *logos* que significa razón. Es decir, que el pensamiento lógico es aquel que proviene de la razón, por eso no puede enseñarse como tal, sino que se desarrolla cuando la persona interactúa con el medio.

En la educación el pensamiento lógico empieza a formarse desde muy pequeños cuando los niños comienzan a comparar, clasificar, ordenar o hacer seriaciones y a resolver problemas sencillos. Sin embargo, es la enseñanza de las matemáticas en la escuela la que más puede influir en el desarrollo de un pensamiento lógico y creativo en el alumno.

“Si el profesor dice: <<esto es una recta>>, también está diciendo a la lógica interpretación del alumno que todo lo que no sea <<esto>>, no se puede reconocer como <<recta>>” (Wittgenstein, 1987, citado por Fernández, 2007, p. 20).

Según Fernández Bravo (2007), los principios básicos sobre los que se construye el hacer matemático junto con la acción del alumno son: El desarrollo de la observación, la intuición, la imaginación y el razonamiento lógico.

Tal y como decía Bertrand Russell (1985), “la lógica es la juventud de la matemática y, la matemática es la madurez de la lógica” (p.171).

3.2.2. *El aprendizaje significativo*

“El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente” (Ausbel, 1983, ep.)

Según Ausbel (1983) el aprendizaje es significativo cuando la nueva información se conecta con un conocimiento ya existente en la estructura cognitiva, es decir, es la combinación de los conocimientos previos que se tienen con los conocimientos nuevos que se van adquiriendo, esto responde a la teoría de la asimilación.

David Ausbel (1983) considera tres tipos de aprendizaje significativo según el contenido del aprendizaje. En el aprendizaje de representaciones, el niño atribuye significados a determinados símbolos. En el aprendizaje de conceptos, los conceptos se adquieren a través de la formación (con la experiencia directa) y de la asimilación (se produce a medida que el niño amplía su vocabulario). En el aprendizaje de proposiciones, el niño combina y relaciona varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario y combinadas entre sí producen nuevos significados.

“El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar [...] el nuevo material con su estructura cognoscitiva, [...] que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria” (Ausubel, 1983, p.48).

Tal y como dice Ausbel (1983), para que el aprendizaje sea significativo es necesaria la contextualización de las actividades y que tengan aplicabilidad en la vida cotidiana, despertando así el interés en los niños. Los alumnos deben saber en todo momento lo que están aprendiendo y para qué lo hacen, de manera que la tarea que realizan tenga un sentido para ellos.

3.2.3. *El conflicto cognitivo*

Todo aprendizaje debe partir de un conflicto cognitivo ya que es un factor fundamental del aprendizaje. Se entiende por conflicto cognitivo al desequilibrio que se produce al entrar en contradicción un hecho, concepto o procedimiento, con nuevos significados que se presentan en el proceso de enseñanza. Como dice la hipótesis constructivista: Se conoce en contra de los conocimientos anteriores. Este conflicto rompe el equilibrio en la estructura cognitiva del individuo que deber realizar una reequilibración, el resultado de esta, es el aprendizaje significativo. Piaget afirma que el proceso cognitivo no es consecuencia de la suma de pequeños aprendizajes puntuales, sino que está regido por un proceso de equilibración (Pozo, 2006, p. 177). Asimismo, Haroutounian (1983) piensa que el aprendizaje se produce cuanto tiene lugar un desequilibrio o conflicto cognitivo.

Además, el conflicto cognitivo se produce en cada alumno de manera distinta y eso provoca que se respeten los distintos ritmos de aprendizaje ya que cada niño se plantea aquello que está preparado para aprender. Del mismo modo, si cada niño se plantea la

situación didáctica de distintas maneras, también cada uno tendrá una forma distinta de resolverla. Permitir que cada niño descubra su propia estrategia y pueda expresarla, enriquecerá el proceso de enseñanza en el aula, ya que aunque sea errónea o menos eficaz que otra, cada uno necesita su propio tiempo y su propio error para llegar a su máximo desarrollo. “Es mejor solucionar un problema de cinco formas diferentes que solucionar cinco problemas de una sola forma”. (Polya, 1965, p.105)

3.2.4. La manipulación, la experimentación y el descubrimiento.

Tal y como dicen Vila y Cardo (2007) “el niño no solo manipula, sino que todas las preguntas que se ha formulado durante la acción se convierten en una hipótesis que se tienen que experimentar para poder resolver” (p.17). No podemos hablar de manipulación sin experimentación, ya que al manipular se descubre y en cada descubrimiento hay una experiencia que se puede comprobar y razonar, y esa es la clave para la adquisición de nuevos conocimientos. La educación del alumno debe ser activa y vivencial, todo aprendizaje debe estar basado en la acción, eso empieza con el simple hecho de dejarles hacer, tocar, probar y descubrir, para que puedan ser protagonistas de su propio aprendizaje. “Atender a la manipulación de materiales con actividades que optimicen el rendimiento, que provoquen, desafíen, motiven porque actualizan las necesidades del alumno. [...] Respetar al alumno cuando vive el acto de pensar.” (Fernández, 2007, p.16) El juego es sin duda un elemento clave en la experimentación ya que a través de él los niños exploran y conocen su entorno de manera espontánea y autónoma.

Garvey (1985) afirma que “el juego proporcionará una oportunidad para ejercitar, de modo relativamente seguro, o, con un riesgo mínimo, un nuevo comportamiento” (p.50).

Todo descubrimiento que el niño haga a través de su propia experiencia será un aprendizaje significativo adquirido, que irá conectando con el resto de aprendizajes.

“Sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento” (Polya, 1965, p.54).

3.2.5. Los roles del alumno y del docente.

El alumno:

El rol que adquiere el alumno en la escuela debe ser como protagonista de su propio aprendizaje. El punto clave para ello es la motivación intrínseca, es decir, que los niños quieran aprender los conceptos planteados por el docente, y éste juega un papel fundamental para conseguirlo. Alves (1983) afirma que "motivar es despertar el interés y la atención de los alumnos por los valores contenidos en la materia, excitando en

ellos el interés de aprenderla, el gusto de estudiarla y la satisfacción de cumplir las tareas que exige" (p.157).

En el segundo ciclo de Educación Infantil es esencial que los alumnos desarrollen las siguientes características:

- Tener una actitud positiva hacia los aprendizajes, siendo participativos y expresivos.
- Ser creativos y tener ganas de experimentar y descubrir, divirtiéndose aprendiendo. Como proclamaba Albert Einstein "La creatividad es la inteligencia divirtiéndose".
- Tener iniciativa y ser autónomos, para poder ser protagonista activo del aprendizaje.
- Ser curiosos y mostrar interés en cualquier situación. "La curiosidad sobre la vida en todos sus aspectos, continua siendo el secreto de las personas creativas" (Leo Burnett, publicista)

El docente:

Como hemos dicho, el alumno será el protagonista del aprendizaje, por tanto el maestro no es un didacta que tiene el conocimiento, sino que adoptará un rol de guía en el proceso de enseñanza aprendizaje que debe vivir el niño. De manera general, el profesor debe acompañar al alumno en su desarrollo, fomentar su interés y motivación y ser un provocador de inquietudes. Según Brousseau (1994) "El aprendizaje se considera como una modificación del conocimiento que el alumno debe producir por sí mismo y que el maestro solo debe provocar" (p.66).

Uno de los errores que se comenten en la docencia es la de corregir a los alumnos si se equivocan, de esa manera no son ellos los protagonistas del aprendizaje. Constance Kamii (1994) en su libro *Reinventando la aritmética* decía que "es importante animar a los niños a que tengan sus propias opiniones y dejar que ellos mismos decidan cuándo hay otra idea mejor. Las ideas erróneas han de ser modificadas por el niño. No pueden ser eliminadas por el maestro".

Nos hemos centrado tanto en corregir sus errores que hemos olvidado que hay que animarles a equivocarse y que el profesor debe ser un motivador de experiencias y conocimientos nuevos. El docente debe contagiar a los alumnos de creatividad y como decía Albert Einstein "la creatividad es contagiosa, pásala"

Para poder adquirir estos roles, el profesor debe crear un clima adecuado en el aula y conocer a sus alumnos, generando un ambiente de confianza y cohesión del grupo. Para ello el maestro debe tener una serie de características:

- Ser abierto y flexible.
- Coherente y estable.
- Respetuoso y afectuoso.
- Tolerante, sin prejuicios ni estereotipos.

Pero volviendo a la esencia de la enseñanza, lo más importante sin duda es el alumno. Así que recordemos el consejo de Jean Jacques Rousseau, “empezad, pues, por estudiar mejor a vuestros alumnos, ya que, seguramente, no los conocéis en nada” (Vial, 1951, pp. 126-127). Conocer a los alumnos, es la clave para ser un gran profesor.

3.3. Teorías principales de la enseñanza

“La forma como definimos el aprendizaje y la forma como creemos que este ocurre, tiene importantes implicaciones para la situaciones en las cuales deseamos facilitar cambios en lo que la gente conoce o hace” (Ertemer y Newby, 1993, p.9), así que es necesario revisar las teorías principales de la enseñanza.

3.3.1. El conductismo

Esta teoría se basa en que si no hay un cambio observable, no hay aprendizaje. La base del aprendizaje es la repetición de patrones hasta que estos se automatizan. Los estudiantes tienen un papel pasivo en la construcción del aprendizaje y se consideran como una tabla rasa que depende de los estímulos del exterior. El profesor es el que tiene la información y se la enseña a los alumnos, poniéndoles tareas de repetición. En este modelo no se tienen en cuenta las individuales de los alumnos ya que el aprendizaje no depende de ellos en sí mismos. “El alumno aprende aquello que el profesor explica en clase y no aprende nada de aquello que no explica” (Chamorro, 2005, pp.11-12). El referente de esta teoría es John Broadus Watson.

3.3.2. El cognitivismo

El cognitivismo se basa en los procesos internos que ocurren en sujeto cuando aprende. La teoría cognitivista estudia los mecanismos que llevan a la elaboración del conocimiento. A través de actividades mentales se adquiere el aprendizaje que modifica las estructuras cognitivas debido a su interacción con el medio. El alumno adquiere protagonismo en la adquisición del conocimiento, ya que el aprendizaje se vincula con lo que ya sabe y en cómo se adquiere. Bruner fue el padre del cognitivismo y supuso una evolución muy grande en educación después de las teorías empiristas.

Actualmente se entiende que la cognición, como acto de conocer, es el conjunto de procesos a través de los cuales el ingreso sensorial (el que entra a través de los sentidos) es transformado, reducido, elaborado, almacenado, recordado o utilizado. (Neisser, 1979, p.21)

3.3.3. *El constructivismo*

El constructivismo se basa en que cada individuo construye su propia perspectiva del mundo que le rodea a través de sus experiencias. En cuanto a la adquisición del aprendizaje, el alumno pasa a ser el protagonista de su propio aprendizaje y lo más importante es que sea significativo para él. Una de las influencias más relevantes fue el trabajo de Jean Piaget. Piaget estudió el desarrollo cognitivo y mejorando las teorías cognitivistas afirmó que el desarrollo cognitivo no se produce de manera aislada, sino de manera global y por tanto se relaciona con el desarrollo motor, social, afectivo y global del alumno. “La inteligencia no empieza así por el conocimiento del yo, ni por las cosas en cuanto tales sino por su interacción y orientándose simultáneamente hacia los dos polos de esa interacción, la inteligencia organiza al mundo organizándose a sí misma.” (Piaget, 1937, p.311 1995, p.324). Otros autores muy importantes son Ausbel (del que se habla en el apartado 3.2.2. *Aprendizaje significativo* sobre su aportación que forma parte del pensamiento constructivista), Bruner, Vygotsky, Dewey, Chomsky y Novak. El profesor de UNIR anteriormente mencionado Carlos de Castro, también menciona esta metodología y es la base sobre la que él trabaja, de la misma manera, el presente trabajo se basa en el pensamiento constructivista.

Según esa teoría en el proceso de aprendizaje intervienen tres factores:

- Los factores internos (procesos cognitivos).
- Las experiencias (conocimientos anteriores).
- Los factores ambientales (aportan nuevos conocimientos).

Al contrario que el conductismo la teoría constructivista se apoya en que los niños no son mentes en blanco, sino que cada experiencia es un conocimiento y todo conocimiento se combina con los anteriores existentes en la estructura cognitiva. El constructivismo sin duda tiene como base el aprendizaje significativo, dándole importancia a la contextualización de cualquier enseñanza, ya que se aprende si el conocimiento tiene significado para el niño.

Las hipótesis del constructivismo explicadas por Chamorro (2005) en el libro *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil* son las siguientes:

1. El aprendizaje se apoya en la acción. Esta hipótesis parte de la idea de la obra de Jean Piaget (1978) en la que afirma que “es la acción de la que procede el pensamiento en su mecanismo esencial, constituido por el sistema de operaciones lógicas y matemáticas” (p.26).
2. La adquisición, organización e integración de los conocimientos del alumno pasa por estados de equilibrio y desequilibrio, en el curso de los cuales los conocimientos anteriores se ponen en duda. Esta idea se basa en la *Teoría de la equilibración* de Piaget (1978), en la que el error produce un desequilibrio, que a su vez produce preguntas y nuevas hipótesis que se debaten, la reequilibración nos lleva al aprendizaje.
3. Se conoce en contra de los conocimientos anteriores. Es decir, que se conoce en contra de lo que ya se sabe. Como decía Brousseau (1998) “la utilización y la destrucción de los conocimientos precedentes forman parte del acto de aprender” (p.120).
4. Los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social pueden facilitar la adquisición de conocimientos. La hipótesis se basa en la idea de Vygotsky expuesta anteriormente sobre la zona de desarrollo próximo, ya que estos conflictos cognitivos potencian el nivel de desarrollo potencial. Blaye (1994, pp.183-195) justifica la eficacia de los conflictos cognitivos:
 - Permiten al alumno tomar conciencia de respuestas diferentes a la suya, obligándole a dudar de su respuesta inicial.
 - La necesidad de llevar a cabo regulaciones sociales, implica que el alumno sea más activo cognitivamente.
 - La respuesta diferente de los otros aporta nueva información y llama la atención del alumno sobre aspectos que no había considerado.

3.4. Las matemáticas manipulativas

La enseñanza debe permitir que el sujeto llegue a la adquisición de los conceptos por sus propios hallazgos. Su terminología específica y la simbología pertinente deben ser el punto de llegada en la construcción del conocimiento, y no el punto de partida. (Fernández, 2007, p.20)

Sabemos a dónde queremos llegar, pero, ¿de dónde debemos partir?

El presente TFG quiere darle importancia a este punto de partida, la manipulación. En la introducción ya se hace énfasis de la necesidad de partir de una base manipulativa pasando por la representación gráfica, para llegar al pensamiento simbólico. De la misma manera la primera hipótesis del constructivismo, expuesta en el apartado anterior 3.3. *Teorías principales de la enseñanza*, expone que el aprendizaje se debe basar en la acción. En Educación Infantil, esa acción se lleva a cabo a través de la manipulación de objetos, pero en ningún caso se considerará parte del aprendizaje la manipulación sin sentido ni significado. Para llegar a la adquisición del conocimiento, la acción de manipular debe tener un significado y un razonamiento, ya que con la ayuda de la manipulación de materiales, los niños empezarán a anticipar resultados matemáticos. “Margolinas (1993) asegura que una de las funciones de las matemáticas es la de permitir la anticipación de los resultados de una acción. El término «anticipación» comporta un doble sentido: la predicción y la garantía de validez de esta predicción” (Chamorro, 2005, p.19).

Según Gonzalez Marí (2010) los beneficios del trabajo de las matemáticas con materiales manipulativos son los siguientes:

- Permiten trabajar conceptos e ideas matemáticas, analizando sus propiedades y facilitando el paso hacia su abstracción.
- Favorecen la autonomía del niño.
- Proporcionan un ambiente adecuado en el cual plantear problemas.
- Se respetan las individualidades, ya que se pueden adaptar a cualquier nivel y a las necesidades educativas de cada niño.
- Favorecen el trabajo en grupo, provocando colaboración, dialogo y debate entre los niños y el profesor.
- Permiten diagnosticar y evaluar la comprensión de los alumnos acerca de los conocimientos matemáticos trabajados.

Sin embargo, cuando hablamos de manipulación no solo nos referimos a “tocar materiales”, sino a experimentar y vivir la situación didáctica para poder entenderla. Como decía Aristóteles “lo que tenemos que aprender, lo aprendemos haciendo”, así que la manipulación será la acción del niño para ayudarlo a adquirir los conocimientos específicos. Son muchos los autores que apoyan esta teoría, Montessori (1914) afirma que “el niño tiene la inteligencia en la mano” (citado por Alsina, 2004, p.14). De la misma manera Alsina (2011) afirma que “la exploración de materiales es el principio a partir del cual la actividad adquiere sentido” (p.42).

Fernández Bravo (2012) basándose en la teoría de Dienes (1970) nombra las tres fases para la adquisición de conceptos (manipulativa, gráfica y simbólica), para Piaget (concreta, formal y abstracta) (p25). De esta manera, el presente TFG parte de estas tres fases para el desarrollo óptimo del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas:

Fase manipulativa: La primera fase es vital y es en la que nos hemos centrado en el presente trabajo. La experimentación y manipulación serán la clave para llegar al pensamiento simbólico. Esta experimentación libre les llevará a descubrimientos, erróneos o no, que les llevará a realizarse más preguntas y a seguir experimentando para conseguir la respuesta correcta, y esto creemos que es la base del aprendizaje significativo.

Fase gráfica: Antes de llegar al simbolismo los alumnos deberán plasmar todas las ideas descubiertas en la primera fase, la manera más común sería a través del dibujo. Se trata de representar aquello que hemos podido “ver” para poder afianzar los conceptos adquiridos.

Fase simbólica: La introducción del simbolismo se debe realizar en tercer lugar, ya que es mucho más fácil adjudicarle un símbolo a aquellos conceptos que has podido “tocar” y representar. La adquisición del pensamiento simbólico se desarrolla de forma distinta en cada niño, dependiendo de su desarrollo madurativo y de su ritmo de aprendizaje. Por eso, algunos alumnos lo adquirirán con más facilidad que otros. Independientemente de esto, es necesario que en cada situación didáctica llevemos a cabo las 3 fases para la adquisición óptima del concepto.

3.5. Los materiales manipulativos

“Si abstraer es prescindir de algo, debe existir ese algo del que se pueda prescindir” (Puig Adam, 1956, p.8). Tal y como refleja Puig Adam, si pedimos a los niños que hagan algo necesitan ese algo para poder hacerlo.

La noción de cantidad es una abstracción que se construye a partir de la experiencia, de la manipulación de objetos. A la noción de cantidad no se llega a partir del número escrito, se llega comparando grupos de diferente número de objetos. (Canals, citado por Biniés, 2008, p.34).

En este apartado entran en juego los materiales, de los cuales hemos hablado a lo largo del marco teórico, haciendo hincapié en la importancia de la manipulación de objetos.

Los materiales y recursos didácticos pueden ser creados específicamente para el aprendizaje de las matemáticas o no, e incluso podemos utilizar otros materiales

presentes en la naturaleza, en la vida cotidiana, reciclables, etc.; cada uno de ellos puede utilizarse con objetivos diferentes. Coriat (1997) decía que “un buen material didáctico trasciende la intención de uso original y admite varias aplicaciones; por ello, no hay una raya que delimite claramente qué es un material didáctico y qué es un recurso” (p.158).

Son muchos los autores que hablan sobre recursos y materiales didácticos óptimos para matemáticas, de la misma manera que muchos de ellos han creado materiales propios. Es el caso de María Antonia Canals, por ejemplo, que dispone de una colección de dossieres que recogen una muestra de los distintos materiales que ha ido elaborando a lo largo de su trayectoria. Sin embargo, hemos querido realizar un listado de los materiales más interesantes y que se han utilizado para el desarrollo de la UD del presente trabajo.

3.5.1. *Las regletas de cuisenaire.*

Fue George Cuisenaire, un profesor belga de Educación Primaria, quién inventó las regletas, de ahí el nombre cuisenaire. En 1952 publicó el libro *Los números en colores* dónde explica el uso de este material. Las regletas son unas piezas de madera coloreadas según su tamaño que van de 1 centímetro (cm) hasta 10cm de altura, teniendo todas por base 1cm cuadrado de superficie, de manera que 10 regletas de 1cm equivalen a 1 de 10cm. Con este material se puede trabajar cualidades, clasificación, seriación, la adquisición del número, la composición y descomposición del mismo, resolver cualquier operación aritmética básica, la medida...

El uso de las regletas tanto para la enseñanza de las matemáticas como de los idiomas fue desarrollado y popularizado por Caley Gattegno, uno de los educadores matemáticos más influyentes. Su máxima fue “yo no enseño, yo les dejo aprender”.

En el año 1989, Fernández Bravo, publicó el libro *Los números en color de G. Cuisenaire*, en el que explica la utilidad de las regletas para la didáctica de las matemáticas.

Fernández Bravo (2012) decía: “Nunca se debe enseñar regletas, las regletas deben manipularse para generar ideas. La acción del niño no puede dirigirse a recordar cómo se utilizan, sino a pensar cómo resuelve el desafío planteado”.

Un referente que ha marcado la enseñanza de las matemáticas en España es el profesor Tony Martín de Canarias, que dio a conocer a través de sus conferencias la problemática de la utilización de algoritmos tradicionales para el aprendizaje de las matemáticas, sustituyéndolos por otras herramientas como las regletas de cuisenaire. Una de sus frases más famosas en sus conferencias es: “los algoritmos tradicionales han muerto pero no han sido enterrados”. Este maestro con su particular humor nos enseña cómo trabaja en sus aulas las matemáticas (Anexo I).

3.5.2. El panel y la recta numérica

Carme Aymerich es una maestra y pedagoga catalana que ha publicado varios artículos sobre innovación en el aprendizaje de las matemáticas. Para el desarrollo de la UD se utilizarán materiales que Aymerich impulsó para las escuelas, el panel y la recta numérica. El panel numérico está compuesto por los números del 1 al 100 organizados en una cuadrícula de 10x10. Estos números tienen una cara de distinto color, que permite clasificar los números en pares e impares, números primos, etc. Los alumnos pueden manipular los números y seguir instrucciones de la maestra para aprender las decenas, las constantes, entre otros contenidos.

La recta numérica está compuesta por 50 bolas insertadas en una barra de aluminio que se coloca horizontalmente en una zona accesible a los alumnos. Las bolas están agrupadas de 10 en 10 por colores, para ayudar a la adquisición de la decena.

3.5.3. Los bloques lógicos

Son una colección de 48 piezas que combinan 4 atributos (color, forma, tamaño y grosor) creados por Zoltan Dienes. Según su forma encontramos triángulo, cuadrado, círculo y rectángulo, según el color; rojo, amarillo y azul, según el tamaño; grande y pequeño, y según el grosor; grueso y delgado.

Con estas piezas podemos trabajar la discriminación de estos atributos, de la misma manera podemos clasificarlos según forma, color, tamaño y grosor. El material va acompañado de unas cartulinas en las que se muestran cualidades de un elemento para jugar a encontrar la pieza correspondiente, también se introduce el negativo.

3.5.4. Los juegos

Sabemos que el juego en el niño es muy importante y por ello cada aprendizaje debe ser un juego para el niño, de la misma manera, existen juegos creados que ayudan al desarrollo del pensamiento lógico matemático. El bingo, la oca, el parchís, las cartas, los dados, los puzles... junto con otros materiales como el tangram o el Geoplano, pueden ser herramientas muy buenas para trabajar las matemáticas, dejándoles el material en rincones de juego para su libre experimentación.

4. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROPUESTA

4.1. Contextualización legislativa

El BOE recoge la legislación actual en Educación Infantil en la que encontramos el ámbito matemático dentro del área del Conocimiento del entorno en el bloque 1. El objetivo principal que se publica en la LOMCE es el siguiente: “Iniciarse en las habilidades matemáticas, manipulando funcionalmente elementos y colecciones, identificando sus atributos y cualidades y estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificación orden y cuantificación”.

En el Decreto 181/2008, de 9 de setiembre, por el cual se establece la ordenación de las enseñanzas del segundo ciclo de Educación Infantil, se consideran las siguientes capacidades:

- Progresar en el conocimiento y el dominio de su cuerpo, en el movimiento, y la coordinación, dándose cuenta de sus posibilidades.
- Adquirir progresivamente seguridad afectiva y emocional e irse formando una imagen positiva de sí mismo y de los otros.
- Adquirir progresivamente hábitos básicos de autonomía en acciones cotidianas, para actuar con seguridad y eficacia.
- Pensar, crear, elaborar explicaciones e iniciarse en las habilidades matemáticas básicas.
- Progresar en la comunicación y expresión ajustada a los distintos contextos y situaciones de comunicación habituales por medio de los diversos lenguajes.
- Observar y explorar el entorno inmediato, natural y físico, con una actitud de curiosidad y respeto y participar, gradualmente, en actividades sociales y culturales.
- Mostrar iniciativa para afrontar situaciones de la vida cotidiana, identificando los peligros y aprendiendo a actuar en consecuencia.
- Convivir en la diversidad, avanzando en la relación con los otros y en la resolución pacífica de conflictos.
- Comportarse de acuerdo con unas pautas de convivencia que lo lleven hacia la integración social.

4.2. Contextualización del centro educativo

El centro dónde se llevará a cabo la UD está situado en España, en la comunidad autónoma de Cataluña, en concreto en La Roca del Valles. El pueblo pertenece a la comarca del Valles Oriental y su provincia es Barcelona. La escuela está situada en el casco antiguo del pueblo al lado del río Mogent, de ahí proviene su nombre. El entorno del centro es muy favorable ya que encontramos muchas zonas de bosque por los alrededores donde poder realizar pequeñas salidas a pie. Una gran parte de la población del pueblo vino de Andalucía, sus hijos y nietos han seguido viviendo en el pueblo, las otras familias son de La Roca del Vallés y una pequeña parte son de los alrededores. Las familias de la escuela son de clase media con un nivel cultural medio. El nivel socio-económico de las familias del pueblo es estándar y no encontramos situaciones familiares relevantes, aunque hay diferencias económicas entre las que viven en las urbanizaciones y las que viven en pisos en el centro del pueblo. No hay una gran variedad de ofertas de ocio en el pueblo y la mayoría se basan en las actividades deportivas. El balonmano es el deporte más practicado y con mucha afición de todo el pueblo, aunque también existe club de fútbol, de baloncesto y escuelas de danzas variadas. En el pueblo se celebran las fiestas tradicionales catalanas, como la diada del 11 de setiembre o San Jordi, también cuenta con distintas asociaciones como la de los “gigantes” y se celebran dos fiestas mayores, una en verano y la otra por San Saturnino (el patrón del pueblo). Los idiomas que predominan en la zona son el catalán y el español.

4.3. Contextualización del aula

El aula en la que se llevará a cabo la UD será en la clase del segundo ciclo de Educación infantil, en el curso de P5. El aula cuenta con 25 niños/as de 5 y 6 años. Como en todas las clases hay distintos alumnos con ritmos de aprendizaje diversos, por eso es muy importante la atención individualizada. Aunque no encontramos ningún caso de necesidades educativas especiales (NEE) debemos estar atentos en todo momento de los niños que necesiten un refuerzo extraordinario para poder seguir el ritmo del aula.

5. UNIDAD DIDÁCTICA

5.1. Título de la Unidad

Matemáticas manipulativas en Educación Infantil

5.2. Presentación de la Unidad Didáctica

La UD que se llevará a cabo contará con una serie de actividades matemáticas manipulativas para el tercer curso del segundo ciclo de Educación Infantil. Dichas actividades se centrarán en la primera fase, la manipulativa, para lograr el desarrollo óptimo de la habilidad matemática. Cada una de las propuestas corresponde a uno de los contenidos matemáticos que se encuentran en el currículo de la comunidad autónoma de Cataluña.

5.3. Objetivos

A continuación se redactan los objetivos generales para las actividades propuestas, los objetivos específicos de cada actividad se desarrollarán dentro de cada una de ellas.

Objetivos generales:

- Contribuir en la mejora de la competencia matemática en los alumnos.
- Desarrollar el pensamiento lógico matemático para resolver situaciones didácticas diversas.
- Construir el conocimiento a través de la manipulación de materiales.
- Dar significado al aprendizaje, contextualizándolo y globalizándolo.
- Crear conflictos cognitivos en los niños para desarrollar su capacidad de descubrimiento y resolución.
- Fomentar la experimentación sin miedo al error.
- Conseguir que el alumno adquiera su rol como protagonista del aprendizaje.
- Desarrollar la autonomía del alumno para la adquisición del conocimiento.
- Dotar a los alumnos de herramientas y estrategias varias para resolver los conflictos cognitivos.
- Presentar los materiales adecuados para cada tipo de actividad.

5.4. Contenidos

En este apartado se hace referencia a los distintos contenidos que se trabajan en las actividades propuestas de la UD. Dichos contenidos se encuentran en el Decreto 181/2008, de 9 de setiembre, por el cual se establece la ordenación de las enseñanzas del segundo ciclo de Educación Infantil en Cataluña.

- Identificación de figuras tridimensionales, esfera, cilindro y prisma, y de figuras planas, triángulo, cuadrado y círculo.
- Uso de estrategias de medición de longitud, capacidad, masa, tiempo, temperatura... haciendo estimaciones y predicciones utilizando unidades no convencionales.
- Construcción de la noción de cantidad e inicio de su representación.
- Elaboración e interpretación de representaciones gráficas sencillas sobre datos de la vida cotidiana.
- Reconocimiento y uso del lenguaje matemático con números, símbolos y códigos que pueden ser leídos por los demás y que tienen significados compartidos por la sociedad en contextos reales y situaciones más complejas.

5.5. Actividades

5.5.1. Números y operaciones aritméticas

Actividad 1. ¡Buenos días!

Contenido:

- Construcción de la noción de cantidad e inicio de su representación.

Objetivos:

- Desarrollar la noción de cantidad a través del conteo.
- Iniciar la representación del número a través de la recta numérica.
- Relacionar el número con la grafía con la ayuda del panel numérico.

Temporalización: Esta actividad se realizará cada día a primera hora de la mañana a lo largo del curso.

Desarrollo: Cada semana un alumno distinto será el encargado de pasar la lista e ir saludando a sus compañeros para comprobar si han venido o no a la escuela. Se irán clasificando en paneles distintos según la asistencia, lo que permitirá un posterior trabajo. Una vez finalizada esta rutina iremos combinando variaciones de la actividad a lo largo de la semana.

- Variación 1: El alumno responsable del “buenos días” contará cuántos niños no han venido a la escuela y que están en el panel que simboliza la escuela. Después, lo

representará en la recta numérica: contará el número de bolas y pondrá una pinza en el número correspondiente. A continuación, buscará el número en el panel numérico, lo escribirá en la pizarra y cogerá la regleta que simboliza el número.

- Variación 2: El alumno contará cuántos alumnos han venido a la escuela, y realizará el mismo procedimiento de la variación 1: lo pondrá con la recta numérica, buscará el número en el panel numérico y lo escribirá en la pizarra.
- Variación 3: La maestra planteará al alumno un problema: Si en la clase somos 25 alumnos y hoy faltan 3 ¿cuántos niños hay en clase hoy? El alumno probará de resolverlo con la ayuda de la recta numérica, si no es capaz o quiere comprobar la respuesta podrá contar con la ayuda de sus compañeros.

Actividad 2. Necesitamos literas.

Contenidos:

- Reconocimiento y uso del lenguaje matemático con números, símbolos y códigos que pueden ser leídos por los demás y que tienen significados compartidos por la sociedad en contextos reales y situaciones más complejas.

Objetivos:

- Representar números con regletas.
- Resolver un problema contextualizado con la ayuda de las regletas.
- Utilizar distintas estrategias para resolver un problema.
- Representar gráficamente la solución del problema.
- Usar el lenguaje matemático para explicar la solución del problema.

Temporalización: La actividad se realizará en el tercer trimestre, ya que los niños tendrán un dominio mayor de las regletas. La sesión se realizará en gran grupo y después se hará un trabajo individual en el rincón de matemáticas.

Desarrollo: La maestra llega a clase con una carta, les comenta a los niños que va dirigida a ellos y hace un pequeño ejercicio de adivinación, creando hipótesis sobre quien la puede haber enviado. Una vez resuelto, lee el contenido de la carta (Anexo II) y plantea el problema: vamos a ir de colonias y los encargados de la casa donde dormiremos quieren saber cuántas literas necesitaremos para que podamos dormir todos los alumnos y profesores de P5A. Primero, los niños contarán cuántos seremos en total, 25 alumnos y 4 maestras (29) y compondremos el número con las regletas de cuisenaire. Podemos utilizar distintas maneras de componerlo, según el niño tenga adquirido. Por ejemplo: 2 regletas de 20 y una de 9, 5 regletas de 5 y una de 4, 29 regletas de 1, etc.

Luego plantearemos cuantos niños caben en 1 litera, cuando todos tengan claro que serán 2, dejaremos que piensen como nos podemos repartir 29 personas en las literas. Cuando surja la idea de repartir de dos en dos, dejaremos que vayan repartiendo sus regletas de dos en dos. Esperaremos a que se den cuenta que una persona quedará sin pareja, podemos aprovechar para comentar que esta persona podrá escoger si duerme arriba o abajo.

Después de resolver el problema entre todos, cada niño realizará una ficha en el trabajo por rincones dónde representará gráficamente la resolución del problema: dibujando el número total representado con las regletas y a continuación el número agrupado de dos en dos, haciendo hincapié en que uno quedará solo. Representando, de esta manera el trabajo manipulativo previo realizado con las regletas.

Finalmente, nos quedará contestar la carta y lo haremos con lenguaje simbólico (Anexo II).

5.5.2. Geometría

Actividad 3. Jugamos con los bloques lógicos.

Contenidos:

- Identificación de figuras planas: triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo.

Objetivos:

- Identificar las figuras planas, triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo.
- Clasificar las figuras según sus atributos comunes (color, forma, grosor y tamaño).
- Trabajar de manera autónoma siguiendo las instrucciones de la actividad.

Temporalización: Durante el rincón de matemáticas, en grupos reducidos de 4 o 5 niños, en sesiones de 1h.

Desarrollo: Los alumnos pondrán encima de la mesa las piezas y dentro de una caja estarán las tiras con indicaciones. Uno de los niños se encargará de coger una tira y “leer” las indicaciones. El resto de niños deberán buscar la pieza correspondiente a los atributos que se nombren, de manera que el que la encuentre se quedará con la tira. Una vez completada una ronda el niño que tenga más tiras será el encargado de sacarlas de nuevo. Podemos ver ejemplos de tiras con distintos atributos (Anexo III). Esta actividad se puede desarrollar con múltiples variables (bingo de formas, sigue las instrucciones contrarias, adivina que forma he escogido, etc.) y fomenta la autonomía del aprendizaje ya que permite la autocorrección.

Actividad 4. Figuras tridimensionales.

Contenidos:

- Identificación de figuras tridimensionales, esfera, cilindro y prisma rectangular.

Objetivos:

- Identificar las figuras tridimensionales, esfera, cilindro y prisma.
- Reconocer las características de cada figura identificada.

Temporalización: Se realizarán 2 sesiones en gran grupo, 1 sesión en el rincón de experimentación y 1 última sesión en el rincón de plástica para realizar el trabajo individual.

Desarrollo: Se pedirá la colaboración de las familias para traer objetos con forma de esfera, cilindro y prisma rectangular; como pelotas, envases, tetrabriks, tubos de cartón, etc. Cuando tengamos los materiales, con todo el grupo de alumnos, plantearemos como podemos clasificarlos, de manera que salgan diferentes propuestas: por forma, color, tipo de material... La maestra irá conduciendo la actividad para que vayan surgiendo el máximo de formas posibles hasta llegar al objetivo de la clasificación por formas. Después presentaremos las figuras geométricas y deduciremos si los materiales recolectados son prismas, cilindros o esferas.

En el rincón de experimentación, los niños en grupos reducidos de 3 alumnos podrán experimentar con los materiales, volviéndolos a clasificar y descubriendo características de cada figura, comparándolas y buscando semejanzas y diferencias entre ellas.

Una vez todos los alumnos hayan realizado esta actividad nos reuniremos en gran grupo para poner en común los descubrimientos realizados y las características extraídas durante la misma. La maestra debe tener muy claros los conceptos que deben surgir (número de caras y vértices), en caso que los alumnos no sean capaces de extraerlos, deberá irles planteando dudas o hipótesis.

Luego en el rincón de plástica cada niño y niña estampará en una cartulina las caras de las 3 figuras, esto les servirá para descomponer la figura tridimensional en figuras planas (Por ejemplo, un cilindro está compuesto por un rectángulo y dos círculos). Al lado de cada figura escribirán alguna de las características más importantes de cada figura tridimensional.

5.5.3. Estadística

Actividad 5. El desayuno más famoso.

Contenidos:

- Elaboración e interpretación de representaciones gráficas sencillas sobre datos de la vida cotidiana.

Objetivos:

- Trabajar la estadística a través de la realización de una gráfica de desayunos.
- Elaborar una gráfica de manera conjunta.
- Interpretar datos de una gráfica de elaboración propia.

Temporalización: Dedicaremos 1 sesión para clasificar los tipos de desayuno que queramos analizar. Durante una semana antes de la hora de desayunar se recogerán los datos del día. En la segunda sesión analizaremos los resultados obtenidos y los apuntaremos para trasladarlos al aula. En la tercera sesión se realizará la gráfica correspondiente. Por último dedicaremos una sesión para realizar el trabajo individual.

Desarrollo: El docente y los alumnos queremos saber cuál es el desayuno más famoso de P5 y por eso durante una semana vamos a apuntar cada día que trae cada alumno para desayunar. Previamente, decidiremos como clasificaremos los distintos tipos de desayuno: bollería, galletas, lácticos, fruta, bocadillos y otros. Antes de empezar la recogida de datos, cada alumno planteará su hipótesis sobre qué desayuno será el ganador y la apuntará.

En el pasillo de las clases de P5, haremos un mural donde pondremos una imagen de cada uno de los tipos de desayuno que hemos acordado. Para la recogida de datos, utilizaremos piezas de lego: cada alumno tendrá una pieza cada día e irá a ponerla en el dibujo correspondiente a su desayuno, de manera que al final de la semana tendremos tantas piezas de lego como alumnos han comido un tipo u otro de desayuno.

Para analizar los datos, saldremos al pasillo a comentar los resultados, preguntaremos ¿quién ha ganado?, ¿por qué? y ¿cómo se puede saber sin contarlos? Una vez analizados los resultados nos pondremos a hacer la gráfica componiéndola entre todos. Es muy importante que los niños tengan claro lo que se pretende explicar con la realización de la gráfica, qué elementos deben componerla y cómo debemos organizarla.

Por último, de manera individual cada alumno realizará una ficha donde se muestre la gráfica y se interpretará respondiendo a diversas preguntas sobre la elaboración y los resultados del gráfico. (Anexo IV)

5.5.4. Medida

Actividad 6. Descubrimos el número de nuestros zapatos.

Contenidos:

- Uso de estrategias de medición de longitud, haciendo estimaciones y predicciones utilizando unidades no convencionales.

Objetivos:

- Utilizar estrategias de medición de longitud utilizando unidades no convencionales.
- Realizar predicciones y estimaciones sobre un parámetro de longitud.
- Introducir a través de las regletas el centímetro.

Temporalización: Dedicaremos una sesión para experimentar. En la siguiente sesión mediremos con unidades no convencionales y descubriremos el cm. Dedicaremos una última sesión para plasmar de manera individual el trabajo.

Desarrollo: Durante la clase destinada a trabajar las matemáticas podemos jugar a buscar números a nuestro alrededor, dónde la maestra provocará que los niños encuentren los números que hay en sus zapatos. A partir del descubrimiento del número empezaremos a observar si todos son iguales y a hacer hipótesis sobre que pueden significar esos números. Vamos descubriendo que algunos coinciden y clasificamos los zapatos por número. El de la maestra es el único que es muy distinto, ¡porque es más grande! Una vez nos damos cuenta que tiene que ver con el tamaño del pie, queremos descubrir exactamente a que se refiere, por ello empezaremos a medir los zapatos con distintas unidades no convencionales. Empezaremos con los dedos y manos, para luego utilizar materiales como multilinks, piezas de lego e incluso las regletas. Los niños que utilicen regletas se darán cuenta que es una medida exacta ya que cada regleta mide 1 cm y descubriremos que el número de nuestro zapato es la medida en cm, podemos comprobarlo midiendo nuestro pie con las regletas. Una vez utilizadas estas maneras, también podrán utilizar reglas y cintas métricas, dándose cuenta que el número siempre será el mismo. En una ficha representaremos las unidades de medida que hemos utilizado, pudiendo diferenciar las unidades métricas y las que no lo son.

Actividad 7. Queremos zumo de naranja.

Contenidos:

- Uso de estrategias de medición de capacidad, haciendo estimaciones y predicciones utilizando unidades no convencionales.
- Introducción del concepto doble y mitad.

Objetivos:

- Afianzar las nociones de cantidad (más, menos e igual).
- Trabajar la correlación entre capacidad y cantidad.
- Introducir el concepto de doble y mitad.

Temporalización: La actividad se realizará en una sesión de 1 hora y media con el grupo clase.

Desarrollo: Los resultados de la *Actividad 5. El desayuno más famoso*, fueron muy negativos ya que el desayuno que menos puntuación tenía era la fruta, de manera que para tomar fruta de manera diferente la maestra propone a los alumnos que traigan dos naranjas para hacer zumo para todos.

Cuando tengamos las naranjas, las contaremos e introduciremos el concepto de doble. Después, las partiremos, trabajando el concepto de mitad. La profesora preguntará cuantas mitades tocarán a cada niño, si le damos una naranja, y lo comprobarán. A continuación, repetiremos la experiencia con la otra naranja. Entablaremos una conversación, en la que se irán introduciendo los contenidos a aprender: ¿Cuánto zumo obtendremos con media naranja? ¿Y con dos medias naranjas? ¿Cuántas naranjas necesitaremos para tener el vaso lleno de zumo?

A continuación, serán los alumnos de uno en uno los que expriman las naranjas con el exprimidor y comprobaremos las hipótesis. De manera que, primero llenaremos el vaso con el zumo de media naranja, con el de dos mitades y llenaremos el vaso con 4 mitades. Cuando lo hayamos realizado, insistiremos en ¿Cuánto son 4 mitades? comprobaremos que son 2 naranjas, por tanto, a cada niño le tocarán 2 naranjas. Una vez exprimidas todas las naranjas, pondremos el zumo en distintos recipientes jugando al juego de adivinar en que recipiente hay más zumo y en cuál hay menos.

Representaremos gráficamente nuestros descubrimientos en forma de equivalencias: una naranja entera = una naranja partida por la mitad, un vaso medio lleno = una naranja entera = una naranja partida por la mitad, un vaso lleno = dos naranjas = cuatro mitades (Anexo V). A los alumnos más aventajados, se les puede pedir el número de naranjas necesarias para él y su compañero, para los miembros de su familia, etc.

5.6. Recursos

Personales: El agente implicado en la realización de la Unidad Didáctica será el profesor tutor que se encargará de llevarlo a cabo en el aula.

Materiales: A continuación mostraremos un listado de los materiales utilizados, distinguiendo entre los generales y los concretos para cada actividad.

Materiales generales: Hojas de papel, papel de embalar, pizarra, tizas, pintura, lápices, goma, lápices de colores, pegamento.

Materiales concretos para las actividades (Anexo VI):

- Recta numérica
- Panel numérico
- Bloques lógicos
- Regletas de cuisenaire
- Policubos (Multilink)
- Materiales reciclables
- Reglas
- Cintas métricas
- Piezas de lego
- Exprimidor
- Naranjas

5.7. Cronograma

A continuación se muestra una tabla con la distribución de las actividades a lo largo del curso.

Tabla 1: Cronograma de las actividades.

Mes	Set.	Oct.	Nov.	Dic.	Enero	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Actividad 1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Actividad 2									X	
Actividad 3		X								
Actividad 4			X							
Actividad 5							X			
Actividad 6						X				
Actividad 7								X		

Fuente: Elaboración propia.

Actividad 1. La actividad 1 es de corta duración, pero tiene continuidad a lo largo de todo el curso y se irá adaptando a medida que vaya avanzando el curso.

Actividad 2. Esta actividad está vinculada a la actividad complementaria de las colonias escolares, por lo que se realizará coincidiendo con ella. Se iniciará con una sesión con todo el grupo y se continuará en los rincones del mes de mayo.

Actividad 3. La primera actividad de geometría se llevará a cabo durante el mes de octubre y formará parte de las actividades planificadas en el rincón de matemáticas de ese mes.

Actividad 4. Esta actividad se realizará como continuidad de la anterior, se iniciará con dos sesiones con todo el grupo, para concluirse en los rincones matemáticos del mes de noviembre. En este periodo se realizará una semana de geometría en todos los niveles del centro.

Actividad 5. Esta actividad también la haremos coincidir con la semana de la estadística que se celebra durante el mes de marzo en la escuela y empezaremos con una presentación de la actividad en gran grupo, una semana para la recogida de los datos, dos sesiones de gran grupo para el análisis de los resultados y la preparación de la gráfica, para finalizar con la actividad individual que se realizará en una sesión de medio grupo.

Actividad 6. La primera actividad de medida se iniciará con una sesión de experimentación en el aula de psicomotricidad, seguida de otra de gran grupo para finalizar con la actividad individual que se llevará a cabo en una sesión de medio grupo.

Actividad 7. Esta actividad se debe realizar en una sola sesión de dos horas seguidas por la tipología de la misma. Y es importante realizarla después de la *Actividad 5*, por lo que se desarrollará a principios del mes de abril.

5.8. Diseño de la evaluación

La evaluación en esta UD está contemplada desde la perspectiva constructivista por ello es vista como un componente más del proceso de aprendizaje, no un instrumento de aprobación o sanción. La evaluación debe servir para la mejora de los alumnos y para que el maestro sepa en qué punto están sus alumnos, que han aprendido y que falta acabar de adquirir. De la misma manera puede servir al maestro como autoevaluación del diseño de la Unidad ya que se puede dar el caso que la actividad programada no haya servido para alcanzar los objetivos propuestos y se tenga que modificar para ello.

La evaluación será global y continua, de manera que la observación será la principal herramienta de evaluación, ya que es en las mismas situaciones didácticas, en los debates o en el desarrollo de las actividades donde el niño se desenvolverá con naturalidad. Igual que los errores la evaluación es un elemento fundamental para el aprendizaje, sin embargo, debe cambiarse el pensamiento negativo hacia la misma, que sirva para mejorar y no pretenda simplemente calificar a los alumnos de bueno o malo.

Criterios de evaluación de cada actividad:

Tabla 2. Evaluación actividad 1.

Actividad 1. ¡Buenos días!			
Criterios de evaluación	Sabe expresar la noción de cantidad del número	Sabe representar números con la recta numérica	Relaciona el número con la grafía
Alumno 1			
Alumno 2			
Alumno 3			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3. Evaluación actividad 2.

Actividad 2. Necesitamos literas.				
Criterios de evaluación	Es capaz de resolver un problema con las regletas de cuisenaire	Sabe representar el número con las regletas	Muestra interés por utilizar distintas estrategias para resolver un problema	Es capaz de representar gráficamente el problema trabajado
Alumno 1				
Alumno 2				
Alumno 3				

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4. Evaluación actividad 3.

Actividad 3. Jugamos con los bloques lógicos.				
Criterios de evaluación	Distingue las figuras planas (cuadrado, triángulo, rectángulo y círculo)	Identifica los atributos de los bloques lógicos (tamaño, forma, color y grosor)	Sabe trabajar de manera autónoma siguiendo las instrucciones de la actividad	Sabe pedir ayuda si la necesita.
Alumno 1				
Alumno 2				
Alumno 3				

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5. Evaluación actividad 4.

Actividad 4. Figuras tridimensionales		
Criterios de evaluación	Identifica las figuras tridimensionales (cilindro, esfera y prisma)	Reconoce las características de cada figura (nº de caras, vértices y forma plana)
Alumno 1		
Alumno 2		
Alumno 3		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6. Evaluación actividad 5

Actividad 5. El desayuno más famoso		
Criterios de evaluación	Muestra interés por la realización de	Es capaz de interpretar la gráfica elaborada.
Alumno 1		
Alumno 2		
Alumno 3		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7. Evaluación actividad 6.

Actividad 6. Descubrimos el número en nuestros zapatos.			
Criterios de evaluación	Usa estrategias de medición con unidades no convencionales	Realiza predicciones y estimaciones sobre un parámetro de longitud	Muestra interés por el concepto de centímetro
Alumno 1			
Alumno 2			
Alumno 3			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8. Evaluación actividad 7.

Actividad 7. Queremos zumo de naranja.			
Criterios de evaluación	Sabe expresar la noción de cantidad (más, menos, igual)	Comprende la correlación entre capacidad y cantidad	Entiende el concepto de doble y mitad
Alumno 1			
Alumno 2			
Alumno 3			

Fuente: Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES

En el siguiente apartado analizaremos si se han obtenido los resultados esperados en la realización del Trabajo Fin de Grado.

Para empezar, analizaremos si se han cumplido los objetivos propuestos del trabajo.

El objetivo general era diseñar una propuesta de intervención didáctica válida e innovadora para trabajar las matemáticas en el último curso del segundo ciclo de Educación Infantil a partir de la manipulación y el aprendizaje constructivista. El diseño de la misma se ha realizado con éxito gracias al trabajo de investigación sobre el enfoque constructivista de distintos autores. Los referentes bibliográficos han aportado objetividad a la propuesta y enriquecido el diseño de la Unidad Didáctica, a la vez que seguridad de la efectividad de la metodología.

En cuanto a los objetivos específicos se han podido cumplir de la siguiente manera:

Se han adquirido fuentes constatadas para comprender la importancia de las matemáticas en Educación Infantil, de la misma manera se han revisado las diferentes teorías de la enseñanza, centrándonos en concreto, en el constructivismo. Se han analizado los resultados de algunas pruebas de evaluación en competencia matemática justificando la necesidad de llevar a cabo un cambio en el modelo de enseñanza aprendizaje para la mejora de los resultados académicos en matemáticas. Por último, para la realización de las actividades se han utilizado los contenidos del currículo de Educación Infantil en Cataluña.

Para evaluar las conclusiones del TFG, se ha querido mostrar un caso real, el de la Escola Mogent que trabaja las matemáticas a través de una metodología constructivista: partiendo de la contextualización y de la relación de los contenidos, haciendo al alumno protagonista de su propio aprendizaje, fomentando la creatividad para buscar estrategias y resolver problemas, potenciando la autonomía y el trabajo cooperativo, y dándole importancia a la experimentación y manipulación de materiales.

A continuación, analizaremos los resultados académicos de la Escola Mogent, referente muy importante para el Trabajo Fin de Grado expuesto. En la Introducción del trabajo, hemos analizado los resultados de las pruebas de competencias básicas en Cataluña en el curso 15/16, obteniendo los siguientes resultados: un 14,5% de los alumnos con nivel bajo, un 20,6% con nivel medio-bajo, un 34,30% con nivel medio-alto y un 30,6% con nivel alto.

Los resultados de la Escola Mogent de las pruebas de competencias básicas durante el mismo año han sido los siguientes: un 0% de alumnos con un nivel bajo, un 20,9% con nivel medio-bajo, un 46,5% con nivel medio-alto y un 32,6% con nivel alto. Como podemos ver los resultados que ha obtenido esta escuela en comparación con la media catalana son muy superiores, destacando que no hay ningún alumno con un nivel bajo en competencia matemática. (Figura 6)

Por eso, la Escola Mogent es la prueba de la necesidad del cambio hacia una enseñanza de las matemáticas manipulativas, ya que siguiendo esta línea ha ido mejorando sus resultados año tras año, hasta conseguir ser la escuela que ha obtenido mejores resultados de su zona educativa en el curso 2015/2016.

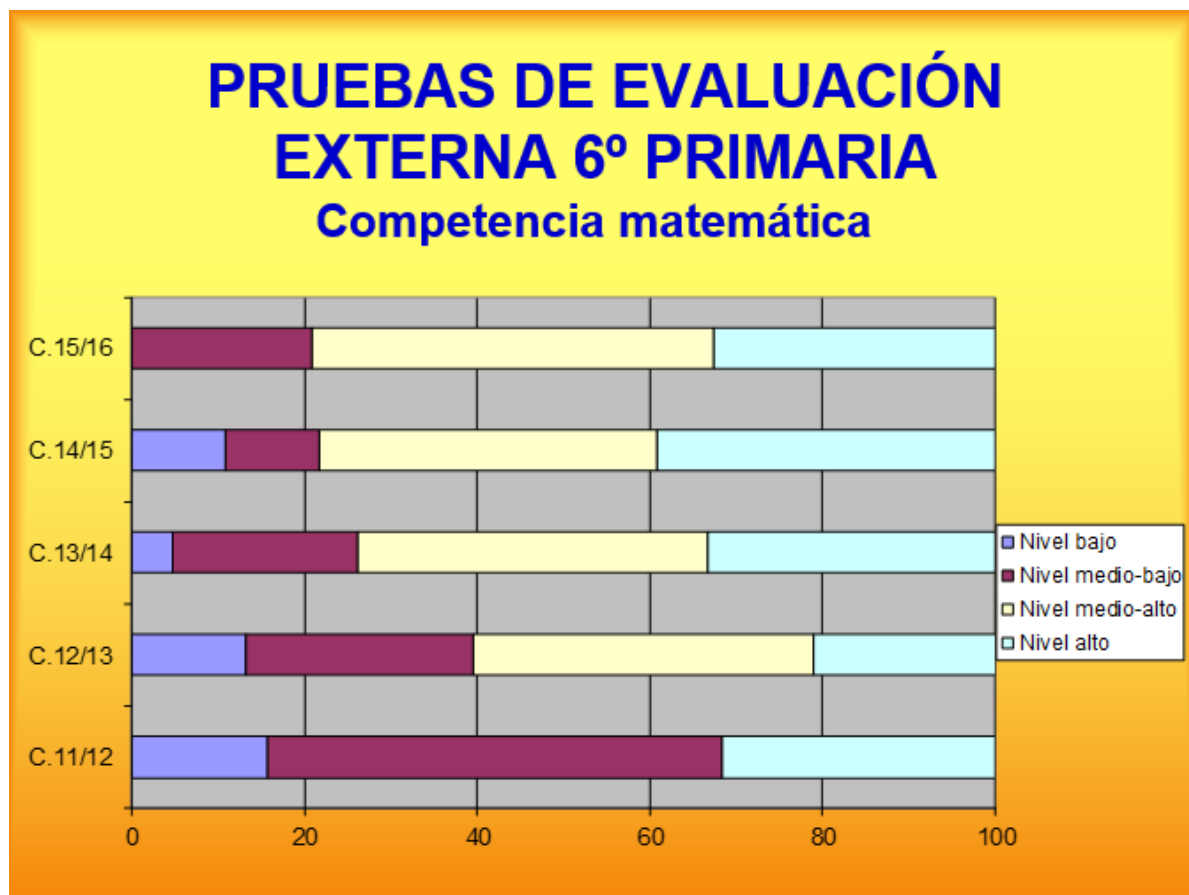


Figura 5. Resultados pruebas en competencia matemática de la Escola Mogent
Fuente: Escola Mogent (2016). Material no publicado.

Dicha escuela se está convirtiendo en un referente de innovación en la zona escolar a la cual pertenece; ofreciendo conferencias, visitas pedagógicas y cursos para maestros, así como talleres para padres. Y lo más importante, cuenta con el reconocimiento de la Inspección Educativa y de los *Serveis Territorials Maresme-Vallès Oriental del Departament d'Educació*.

No solo los resultados avalan el cambio metodológico, sino que otra variable a tener en cuenta es el grado de satisfacción de toda la Comunidad Educativa respecto a esta metodología de trabajo. Por una parte, el Claustro de profesores está ilusionado con un proyecto común y satisfechos de poder compartirlo con el resto de centros próximos. Por otra parte, nos encontramos delante de unos niños y niñas que, lejos de tener fobia a las matemáticas, les encanta investigar, experimentar y comprobar diferentes hipótesis que les van surgiendo en su vida cotidiana. Y, por último, unas familias que confían plenamente en esta metodología innovadora ya que sus hijos están realizando grandes avances y están muy motivados por el aprendizaje.

Por consiguiente, el presente TFG quiere remarcar la importancia y la necesidad de apostar por una educación transversal coherente y coordinada entre los diferentes niveles y etapas educativas. El trabajo de las matemáticas de forma manipulativa y con diversidad de materiales no debe quedar relegado a la etapa de Educación Infantil, sino que debe formar parte de toda la escolaridad. El hecho que los alumnos se hagan mayores no debe ir asociado con la idea de que no necesitan manipular; al contrario, deben conservarse las tres fases del proceso de enseñanza aprendizaje de la competencia matemática. De la misma manera que adquieren el concepto de descomposición del número o de la suma con el uso de regletas, podrán adquirir el concepto de fracción o de porcentaje; o bien, tal y como han adquirido el concepto de decena usando el panel numérico, podrán descubrir los números primos. Así que, la complejidad de los conceptos no es excusa para no seguir con esta metodología.

7. CONSIDERACIONES FINALES

Concluyendo el trabajo y el Grado en Educación Infantil, quiero agradecer a todos los profesores que han contribuido a mi formación y me han aportado los conocimientos y la seguridad para llegar a ser una buena profesional. En especial, quería agradecer a la que ha sido mi tutora durante 3 años, Rebeca Martínez, por su preocupación y su ayuda. También a mi tutora actual, Marianela Pérez, y a Marta Curto, mi tutora del TFG, por su paciencia, sus aportaciones al trabajo y por la confianza que ha puesto en mí. Los profesores y los autores referentes del TFG me han aportado tanto a nivel personal como a nivel profesional una madurez para diseñar con perspectiva una Unidad Didáctica que espero poder poner en práctica como maestra.

Durante la realización del TFG me he encontrado con algunas dificultades.

Para empezar, me costó mucho enfocar mi propuesta y por consiguiente, empecé a trabajar en ella un poco tarde. Marta me ayudó a clarificar mis ideas y a centrar el trabajo en una UD para trabajar las matemáticas manipulativas.

Ha sido un trabajo muy laborioso, sintetizar y priorizar toda la información que he ido consultando, ya que es un tema muy extenso y quería explicarlo todo, sin embargo, tuve que ir centrándome en cosas más concretas.

Por último, las citas bibliográficas en el texto me han supuesto mucho esfuerzo, ya que no ha sido fácil encontrar las referencias correctas y citarlas debidamente según la normativa APA.

Por lo demás, el presente TFG me ha supuesto un reto personal y ha sido una experiencia muy enriquecedora para mí, ya que me ha hecho reafirmar lo que quiero conseguir como docente: provocar que los niños piensen, tengan curiosidad, sean creativos y disfruten siendo protagonistas de su propio aprendizaje, de la misma manera que yo disfrutaré como maestra.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves, L. (1983) *Compendio de didáctica general*. Buenos Aires: Editorial Kapelusa.
- Alsina, A., Aymerich, C., Barba, C. (2008). *Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en educación infantil*. Recuperado de <http://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/10637/UnaVisionActualizada.pdf?sequence=1>
- Alsina, A. (2004) *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos, para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Editorial Narcea.
- Ausbel, D. Novak, Hanesian, (1983) *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas.
- Biniés, P. (2008) *Conversaciones matemáticas con Maria Antonia Canals: o cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante*. Barcelona: Graó
- Blaye, A. (1994) *Interactions sociales et constructions cognitives* en Bernanz, N y Garnier, C. *Construction des savoirs* (pp. 183-195). Quebec: Cirade.
- Brousseau, G. (1998) *La formación del espíritu científico*. Buenos Aires: S.XXI.
- Brousseau, G. (1994) *Los diferentes roles del maestro* en Parra, C y Saiz, L. *Didáctica de las matemáticas* (pp. 65-95) Paidós. Buenos Aires.
- Chamorro, C. (2005) *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. Madrid. Pearson Educación.
- Einstein, A. "creativity is contagious, pass it on".
- Fernandez Bravo, J. A. (1989) *Los números en color de G. Cuisenaire*. Madrid: H. seco olea ediciones.
- Fernández Bravo, J.A. (2007) *Aprender matemáticas. Metodología y modelos europeos*. Madrid: Secretaria general técnica. Ministerio de Educación y Ciencia
- Fernández Bravo, J.A. (2012). *Desarrollo del pensamiento lógico y matemático*. Madrid: Grupo Mayéutica Educación.
- Garvey, C. (1985) *El juego Infantil*. Madrid: Ediciones Morata.
- Generalitat de Catalunya. Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu. (2016) *Evaluación de las competencias básicas (6º primaria)*. Recuperado el 01/12/2016 de http://csda.gencat.cat/web/.content/home/consell_superior_d_avalua/pdf_i_altres/s_tatic_file/ESO-2016/roda-de-premsa-juny-2016-6e.pdf

- Generalitat de Catalunya. Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu. (2016) *Evaluación de las competencias básicas (4ºESO)*. Recuperado el 01/12/2016 de http://csda.gencat.cat/web/.content/home/consell_superior_d_avalua/pdf_i_altres/s_tatic_file/ESO-2016/roda-de-premsa-juny-2016-4t.pdf
- Gonzalez Marí, J. L. (2010) *Recursos, materiales didácticos y juegos y pasatiempos para matemáticas en Infantil, Primaria y ESO*.
- Kamii, C. (1994). *Reinventando la aritmética*. Madrid: Antonio Machado.
- Margolines, C. (1993) *De l'importance du vrai et de faux dans la classe de mathématiques*. La pensée Sauvage. Grenoble.
- Neisser, U. (1979) *Psicología cognoscitiva*. México: Editorial Trillas.
- OCDE (2013) *Informe PISA 2012. Informe español*. Boletín de Educación, 21, de diciembre, 2013.
- Piaget, J. (1978) *Introducción a la epistemología genética 1: El pensamiento matemático*. Buenos Aires: Paidós.
- Piaget, J. (1995) *La construcción de lo real en el niño*. México: Editorial Grijalbo.
- Polya, G. (1965) *Como plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas
- Pozo, J.I. (2006) *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Ediciones Morata.
- Puig, P. (1956) *Didáctica. Matemática. Heurística*. Madrid: Institución de Enseñanza Laboral.
- Russell, B. (1985) *Introducción a la filosofía matemática*. Madrid: Paidós.
- Stewart, I. (2004) *De aquí al infinito. Las matemáticas hoy*. Barcelona: Crítica.
- Vial, F. (1951) *La doctrina educativa de J.J. Rousseau*. México: Editora Nacional.
- Villa, B. Cardo, C. (2007) *Material sensorial (0-3 años). Manipulación y experimentación*. Barcelona: Editorial Graó.
- Wittgenstein, L. (1987) *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, À. (2006): *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona. Octaedro/Eumo.
- Baroody, A. J. (1994). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid. Antonio Machado.
- Boule, F. (1995) *Manipular, organizar, representar: iniciación a las matemáticas*. Madrid. Editorial Narcea
- Canals, M. A. (2009) *Lógica a todas las edades*. Barcelona. Editorial Associació de Mestres Rosa Sensat.
- Castro Hernández, C. (2012). *Revista Edma 0-6: Educación matemática en la infancia*. Volumen 1. núm. 1. Recuperado el 12 de noviembre de 2016 de <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/9/14>
- Didáctica de las matemáticas. *Reflexiones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para mejorar la educación matemática*. Martin, T. (Director). (2014). [<https://www.youtube.com/watch?v=KoLLb-gjuCY>] YouTube.
- Kami, C. (1986) *El niño reinventa la aritmética I*. Madrid. Editorial Visor libros.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, de 4 de mayo de 2006.
- Montessori, M. (2004). *El método de la metodología científica*. Madrid. Biblioteca Nueva.
- Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia. (2015). 17 JAEM Cartagena. Recuperado el 21 de noviembre de 2016 de <http://17jaem.semrm.com/index.php>
- Universidad Internacional de la Rioja. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*. Material no publicado.

ANEXOS

ANEXO I

Conferencia de Tony Martin en vídeo de YouTube, *Reflexiones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para mejorar la educación matemática*:

<https://www.youtube.com/watch?v=KoLLb-gjuCY>

ANEXO II

Carta 1:

Hola niños y niñas de P5A,

Como ya se aproxima la fecha en que vendréis a “Can Montcau” a disfrutar de las colonias, os enviamos esta carta porque necesitamos saber las literas que vais a utilizar en vuestra estancia.

La casa es muy grande y tiene unas habitaciones enormes, así que estaréis repartidos en dos habitaciones: los de P5A en la habitación de los pollitos y los de P5B en la de los conejitos. ¿Cuántas literas vais a necesitar? No os olvidéis que vuestros profesores dormirán en esta misma habitación.

Esperamos recibir vuestra respuesta y mientras tanto lo estamos preparando todo para que paséis unos fantásticos días. ¡Os esperamos!

Los monitores de Can Montcau.

Carta 2:

Estimados monitores de “Can Montcau”,

Hemos estado muy contentos de recibir vuestra carta y esperamos con alegría que llegue el día de las colonias.

Cuando leímos el problema que nos planteasteis, empezamos a pensar mucho como resolverlo y... lo hemos conseguido.

Vendremos 25 niños y niñas, 3 profesoras y 1 monitor, en total seremos 29 personas. Como sabemos que pueden dormir dos personas en cada litera, nos hemos repartido de dos en dos. Pero tenemos un problema y es que una persona estará sola; hemos decidido que será Roberto, el monitor porque quiere dormir arriba. Así que, si hacemos grupos de dos necesitamos 14 literas más la de Roberto. Conclusión, tenéis que prepararnos 15 literas en la habitación de los pollitos.

Estamos ansiosos por venir. Os mandamos muchos saludos. ¡Hasta pronto!

Niños y niñas de P5A.

ANEXO III

Tiras atributos bloques lógicos:

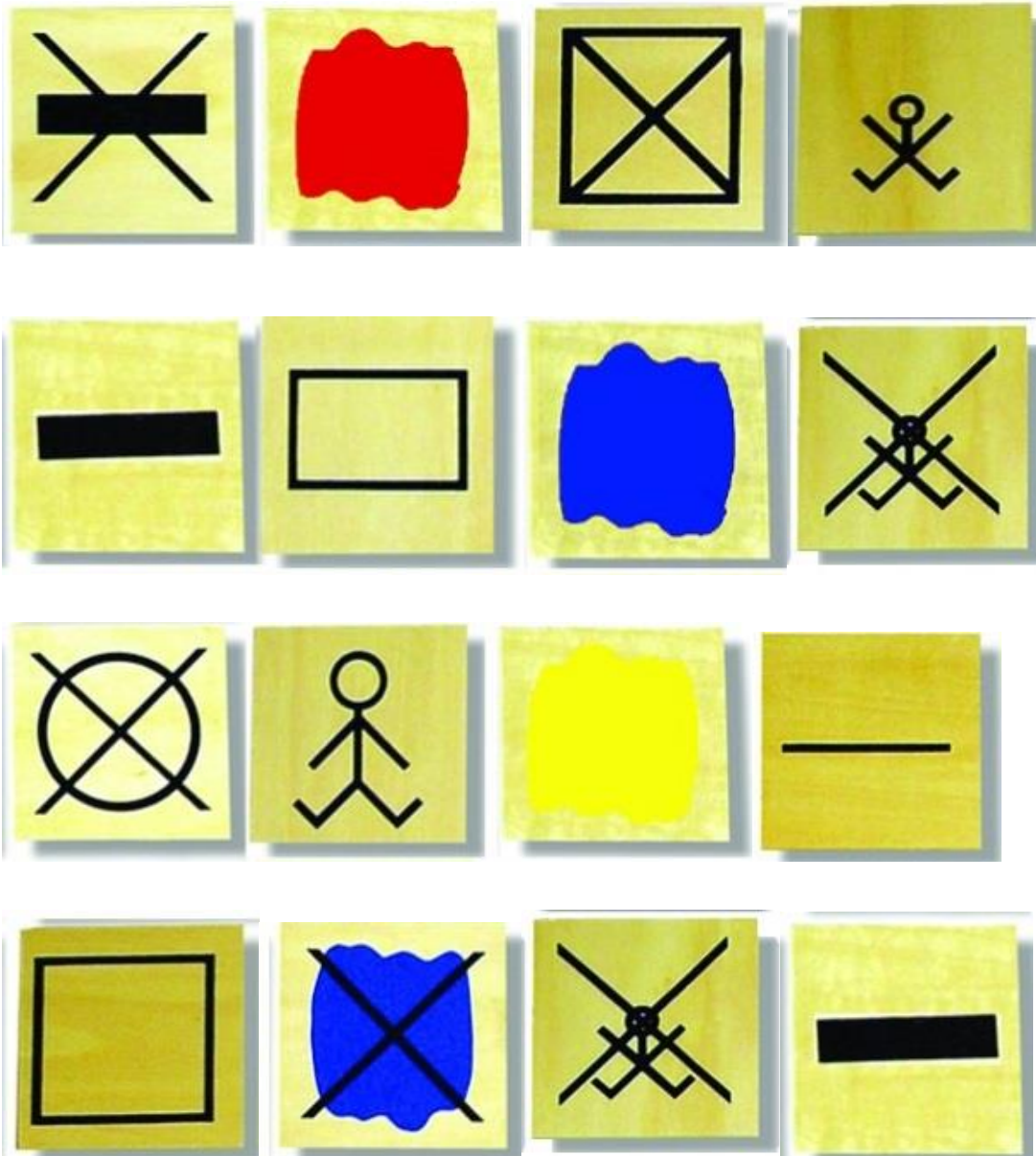
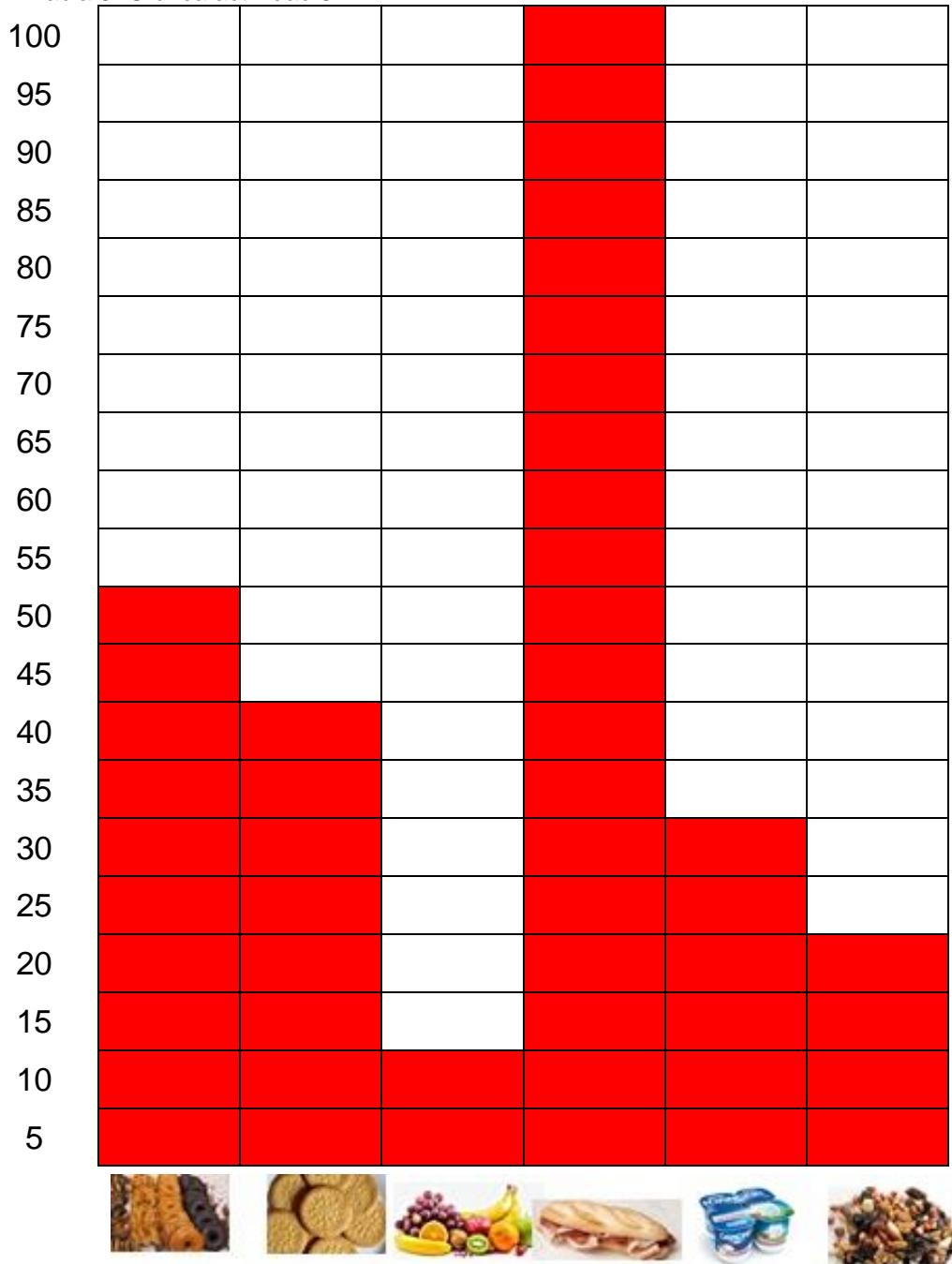


Figura 6. Imágenes atributos lógicos. Recuperado de <https://www.dolmendis.com/articulo/atributos-bloques-logicos>

ANEXO IV

EL DESAYUNO MÁS FAMOSO

Tabla 9. Gráfica actividad 5.



Fuente: Elaboración propia.

¿CUÁL ES EL DESAYUNO MÁS FAMOSO?

¿CUÁL ES EL DESAYUNO MENOS FAMOSO?

¿HAY MUCHA DIFERENCIA ENTRE LOS NIÑOS QUE HAN TRAÍDO BOLLERÍA Y GALLETAS?

¿HAY MÁS NIÑOS QUE TRAEN LÁCTEOS O FRUTA?

ANEXO V

Ejemplo de la representación gráfica de las equivalencias:

Una naranja entera = dos mitades

Dos naranjas = cuatro mitades

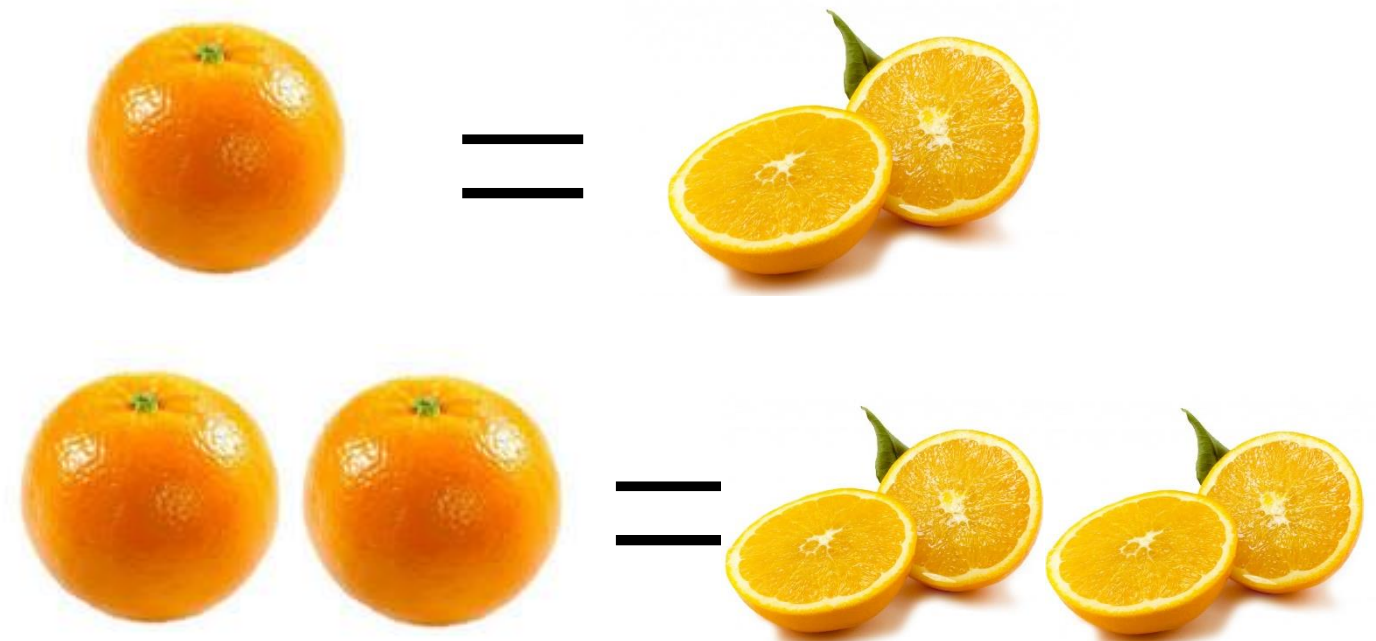


Figura 7. Representación gráfica equivalencias. Fuente: Elaboración propia.

ANEXO VI

Materiales concretos:

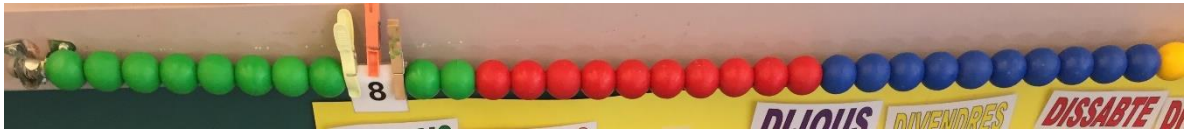


Figura 8. Recta numérica. Fuente: Elaboración propia

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 9. Panel numérico. Recuperado de http://aprendiendomatematicas.com/tienda/learning-resources/158-tabla-del-100.html?search_query=numerico&results=12



Figura 10. Regletas de cuisenaire. Recuperado de http://aprendiendomatematicas.com/tienda/faibo/96-regletas-numericas-cuisenaire.html?search_query=regletas&results=12



Figura 11. Policubos multilink. Recuperado de http://aprendiendomatematicas.com/tienda/varios/107-policubos.html?search_query=regletas&results=12



Figura 12. Bloques lógicos. Recuperado de http://aprendiendomatematicas.com/tienda/faibo/95-bloques-logicos-plastico.html?search_query=bloques+log&results=5