



**Universidad Internacional de La Rioja**

Máster en Educación para profesorado

Trabajo Fin de Máster

**Introducción de una metodología basada en la utilización de agrupamientos flexibles multiniveles para la resolución de problemas matemáticos en 3<sup>o</sup> y 4<sup>o</sup> de la ESO**

**Presentado por:** Aintzane Revilla Manrique

**Tipo de proyecto:** Propuesta de intervención de programa educativo

**Directora:** María del Carmen Romero García

**Ciudad:** Bilbao

**Fecha:** 04/03/2016

## **Resumen**

Mediante esta investigación, se ha diseñado una propuesta basada en agrupamientos flexibles multiniveles como medida de atención a la diversidad en el ámbito de las matemáticas, más concretamente para la resolución de problemas. El estudio se ha basado en los cursos de 3º y 4º de la ESO por ser los últimos pertenecientes a la educación obligatoria y por ello, una etapa clave para la elección de los estudios superiores.

Como base del trabajo, se presenta un marco teórico que engloba cuestiones como la atención a la diversidad, la didáctica de las matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria y las dificultades de la asignatura y los diferentes tipos de agrupamientos flexibles. Asimismo, se citan dos ejemplos que recogen los resultados prácticos de la aplicación de esta metodología en la asignatura de matemáticas.

Con todo ello, se presenta una propuesta en la que se crearán agrupaciones flexibles basadas en las capacidades o nivel de los alumnos en matemáticas para trabajar la resolución de problemas.

Los agrupamientos flexibles multiniveles para resolución de problemas de matemáticas en la ESO, resuelve de una manera eficaz el tratamiento a la diversidad de los alumnos en cuanto a las dificultades que suponen los ejercicios de resolución de problemas, ofreciendo una metodología personalizada y adaptada a las capacidades de los estudiantes.

**Palabras clave:** agrupamientos flexibles multiniveles, matemáticas, resolución de problemas, atención a la diversidad, ESO.

## **Abstract**

Through this research, a proposal of flexible multilevel grouping as a measure of attention to diversity in the field of mathematics has been designed, specifically for problem solving. The study is based on courses 3 and 4 of the ESO for being the last levels of compulsory education and therefore a key step for choosing higher education.

As a basis for the work, a theoretical framework that encompasses issues such as attention to diversity, the teaching of mathematics in Secondary Education as well as the difficulties of the subject and the different types of flexible groupings is presented. Also, two examples that reflect the practical results of the application of this methodology in the mathematics are cited.

With all this, a proposal of flexible grouping to work with problem-solving based on students' ability or level in mathematics is presented.

Flexible multilevel grouping for math-problem solving, gives an effective answer to the treat of diversity of students in terms of difficulties posed by the exercises of problem solving. Moreover, it offers a personalized approach tailored to the capabilities of the students in this subject.

**Key words:** flexible multilevel grouping, mathematics, problem resolution, attention to diversity,

## Índice de contenidos

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	1
1.2 OBJETIVOS .....	3
1.2.1 <i>Objetivo principal</i> .....	3
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	3
1.3 DESCRIPCIÓN DE LOS APARTADOS .....	4
<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>5</b>
2.1 JUSTIFICACIÓN BIBLIOGRÁFICA .....	5
2.2 MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA .....	7
2.2.1 <i>Matemáticas en 3º y 4º de la ESO</i> .....	7
2.2.2 <i>Dificultades de aprendizaje en matemáticas</i> .....	10
2.2.3 <i>Dificultades relacionadas con la resolución de problemas</i> .....	11
2.2.4 <i>Estrategias de aprendizaje para matemáticas</i> .....	13
2.3 AGRUPAMIENTOS FLEXIBLES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS .....	16
2.3.1 <i>Agrupamientos flexibles homogéneos</i> .....	17
2.3.2 <i>Análisis de investigación de propuestas reales</i> .....	19
2.4 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD SEGÚN LA NORMATIVA VIGENTE .....	22
2.4.1 <i>Medidas de atención a la diversidad</i> .....	22
<b>3. PROPUESTA.....</b>	<b>27</b>
3.1 ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN EDUCATIVA Y PROPUESTA DE MEJORA.....	28
3.2 OBJETIVOS .....	32
3.2.1 <i>Objetivo principal</i> .....	32
3.2.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	32
3.3 CONTENIDOS .....	33
3.4 METODOLOGÍA .....	34
3.4.1 <i>Destinatarios</i> .....	36
3.4.2 <i>Criterios de agrupación</i> .....	36
3.4.3 <i>Actividades</i> .....	37
3.4.4 <i>Cronograma actividades</i> .....	45
3.4.5 <i>Evaluación</i> .....	47
3.4.6 <i>Evaluación de la propuesta</i> .....	49
3.5 RESULTADOS PREVISTOS Y ANÁLISIS .....	51
<b>4. CONCLUSIONES .....</b>	<b>53</b>
<b>5. LIMITACIONES Y PROSPECTIVA .....</b>	<b>55</b>
<b>6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>57</b>

## Índice de tablas y gráficas

FIGURA 1. ESQUEMA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIAS BÁSICAS EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA... 2	2
FIGURA 2. CLASIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS EN LA ESO..... 8	8
FIGURA 3. CONSTRUCCIÓN DEL APRENDIZAJE. .... 13	13
FIGURA 4. GRÁFICA DE RESULTADOS DE MATEMÁTICAS DE 1º ESO. .... 20	20
FIGURA 5. REPARTO DE ALUMNOS DE 1º BACHILLERATO POR NIVELES. .... 21	21
FIGURA 6. MOVIMIENTOS DE ALUMNOS DE 1º DE BACHILLERATO DURANTE EL CURSO 2013/14. .... 21	21
FIGURA 7. ESQUEMA DE ALUMNADO CON NECESIDAD ESPECÍFICA DE APOYO EDUCATIVO..... 24	24
FIGURA 8. TABLA ESTRATEGIAS DE FLEXIBILIZACIÓN..... 25	25
FIGURA 9. TEMPORALIZACIÓN DE LAS ACCIONES. .... 26	26
FIGURA 10. PIRÁMIDE DE CONTENIDOS..... 34	34
FIGURA 11. MODELO DE PROBLEMA DEL BLOQUE II: NÚMEROS Y ÁLGEBRA..... 39	39
FIGURA 12. MODELO DE PROBLEMA PARA EL BLOQUE III: FUNCIONES. .... 41	41
FIGURA 13. MODELO DE PROBLEMA PARA EL BLOQUE IV: GEOMETRÍA. .... 42	42
FIGURA 14. MODELO DE PROBLEMA PARA EL BLOQUE V: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA. .... 44	44

## 1. Introducción

### 1.1 Justificación y planteamiento del problema

Los agrupamientos flexibles, son considerados hoy en día en el ámbito de la educación como uno de las mejores medidas para ofrecer una mejor atención a la diversidad. Tanto la legislación estatal vigente, como las órdenes autonómicas en materia de educación, señalan los agrupamientos flexibles como modelo metodológico para atender a la diversidad.

Muchos autores de referencia han expresado las ventajas e inconvenientes que suponen los agrupamientos flexibles, señalando los factores más influyentes y estudiando la idoneidad de agrupamientos homogéneos o heterogéneos dependiendo de su aplicación.

Durante el periodo de prácticas en el centro, el Salvador Maristas de Bilbao, se ha conocido la aplicación y funcionamiento de los agrupamientos multiniveles para la asignatura de inglés. Esto, ha supuesto una mayor motivación para investigar sobre la posible aplicación de esta metodología en la asignatura de matemáticas y presentar los resultados mediante el presente Trabajo de Fin de Máster.

Para el desarrollo de esta investigación, se plantean los agrupamientos flexibles multiniveles como vía de atención a la diversidad. Debido al carácter abstracto de la asignatura de matemáticas, y especialmente en las actividades de resolución de problemas, se han percibido dificultades significativas en los alumnos de 3º y 4º de la ESO. Por ello, se presenta esta metodología como alternativa para resolver estas dificultades y conseguir un aprendizaje más significativo.

De acuerdo a los resultados publicados por el último informe PISA, los alumnos de nuestro país, muestran claras deficiencias en la asignatura de matemáticas. Fernández Bravo (2015), en una entrevista del periódico El Confidencial, señala cómo en nuestro país los niños aprenden de memoria las tablas de multiplicar, pero no saben multiplicar. Es decir, la mayoría de los niños no saben que están haciendo realmente, porque memorizan, no piensan. Y así, dice Fernández Bravo, no se aprenden matemáticas.

Con la última reforma educativa estatal y la introducción de la LOMCE (2012), se han intentado señalar la importancia de enseñar matemáticas e base a la resolución de

problemas. Esto queda patente en la fusión de la competencia matemática con las competencias básicas en ciencia y tecnología.

Se puede apreciar la importancia de interrelacionar los conceptos y operaciones matemáticas, con situaciones reales y transformarlos en saberes útiles para la vida cotidiana, en la figura 1.



LOMCE

Figura 1. Esquema competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

Fuente: LOMCE

Concretamente, en el ANEXO I, *Descripción de las competencias clave del Sistema Educativo Español* de la Orden ECD/65/2015 del 21 de enero, se señala la importancia de la resolución de problemas del siguiente modo:

[...] reconocer el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo y utilizar los conceptos, procedimientos y herramientas para aplicarlos en la resolución de los problemas que puedan surgir en una situación determinada a lo largo de la vida. (pag. 6993)

Por último, este Trabajo Fin de Máster, pretende recoger las ventajas e inconvenientes de los agrupamientos flexibles como métodos de atención a la diversidad, ya que uno de sus principales objetivos es que todos los alumnos alcancen los contenidos mínimos y las competencias básicas, independientemente de los estilos cognitivos de cada alumno, su grado de motivación, ritmo de aprendizaje, intereses, etc. (Ramos y Martínez, 2010).

Con el objetivo de analizar la potencialidad de las agrupaciones flexibles multiniveles en el área de matemáticas, se estudian en el presente trabajo las leyes educativas tanto a nivel autonómico como estatal correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo principal

El principal objetivo de este Trabajo Fin de Máster, es plantear una propuesta de enseñanza basada en los agrupamientos flexibles para los bloques de resolución de problemas de la asignatura de matemáticas de 3º y 4º curso de la ESO.

Para la consecución de este objetivo, se han planteado otros objetivos específicos que sirven como guía para el desarrollo de esta investigación.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Estudiar los diferentes tipos de agrupamientos flexibles basados en las diferentes capacidades de los alumnos para las matemáticas.
- Plantear una propuesta para la enseñanza de resolución de problemas mediante agrupamientos flexibles
- Estudiar los resultados de los agrupamientos flexibles multiniveles para la asignatura de matemáticas.

- Determinar ventajas e inconvenientes de la propuesta de enseñanza planteada.

### **1.3 Descripción de los apartados**

El presente Trabajo Fin de Máster se descompone en dos partes. Por un lado, se ha comenzado realizando un estudio bibliográfico que ha servido de base para presentar un marco teórico sobre los agrupamientos flexibles. Mediante esta investigación se han tratado de lograr ejemplos teóricos y prácticos sobre el tema para ir obteniendo datos con el fin de conformar una opinión crítica y posteriormente realizar la propuesta que es objeto de este trabajo.

Para esta recopilación bibliográfica, se ha centrado la atención en los agrupamientos flexibles homogéneos y de tipo multiniveles. Todo ello para la asignatura de matemáticas.

En una segunda parte del trabajo, se ha realizado una propuesta trasladando esta metodología al bloque de resolución de problemas de la asignatura de matemáticas de 3º y 4º curso de la ESO.

## 2. Marco teórico

### 2.1 Justificación bibliográfica

Para la búsqueda bibliográfica se han definido tres líneas de investigación de acorde a la propuesta de trabajo señalada.

- Agrupamientos flexibles: Metodología multiniveles

En esta línea de investigación, se pretende realizar una búsqueda del uso de los agrupamientos flexibles, así como de los resultados de su empleo.

Se ha tomado como referencia para esta línea de investigación, el trabajo realizado por Montero, C., Ames, P., Cabrera, Z., Chirinos, A., Fernández Dávila M., León, E., (2002) *Propuesta metodológica para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje en el aula multigrado*. Este extenso trabajo muestra cómo organizar un centro que presenta una situación límite, donde los alumnos ni siquiera comparten el mismo nivel de dominio del idioma en el que imparten las asignaturas.

Para complementar la documentación teórica sobre el tema, se ha analizado también un programa de agrupamientos flexibles multiniveles para la asignatura de inglés, llevado a cabo en el centro El Salvador Maristas Bilbao. Para ello, el centro ha proporcionado tablas que muestran los resultados recogidos los últimos años, así como detalles del programa relativos a la formación de grupos, pruebas, etc.

- Atención a la diversidad

El principal objetivo que se persigue mediante esta vía de investigación, es conocer y analizar las diferentes mediadas de atención a la diversidad en el aula que se están empleando actualmente. La investigación se ha centrado principalmente en aquellas medidas que proporcionan una respuesta a atender esas diferencias en la rama de las matemáticas.

Para el análisis de este apartado se ha escogido el texto del doctor en pedagogía Pujolás, P., (2002), *Enseñar juntos a alumnos diferentes. La atención a la diversidad y la calidad en educación*. En este documento, Pujolás muestra de un modo muy personal, gráfico y representativo, diferentes situaciones a las que se enfrenta la educación en su etapa secundaria.

Si entendemos que una educación de calidad es aquella que se ajusta a las necesidades de aquellos a quienes se educa (Pujolás, 2002), es labor de los docentes elaborar una programación que asegure que esas necesidades educativas que pueden ser tan diferentes, queden atendidas.

En este apartado, se hace referencia a la importancia que concede la normativa vigente que regula la Educación Secundaria Obligatoria a la atención a la diversidad. Para ello, son objeto de análisis la Ley Orgánica 8/2013, para la mejora de la calidad educativa, y la anterior Ley Orgánica de Educación, 2/2006.

- **Matemáticas: Dificultades para la resolución de problemas**

Este trabajo tiene como objeto realizar una propuesta basada en la metodología multiniveles para la asignatura de matemáticas de los cursos 3º y 4º de la ESO. Por ello, es necesario realizar un previo análisis de las dificultades que se dan en esta asignatura, más concretamente en el bloque de resolución de problemas.

Para esta línea de investigación, se ha tomado como referencia el libro escrito por Dña. Inés María Gómez Chacón, doctora en Educación Matemática y especializada en la didáctica matemática y publicado por el Ministerio de Educación, prestando especial atención al apartado de competencias matemáticas y resolución de problemas.

Tras completar de definir y delimitar estas líneas de investigación, se analizarán mediante este Trabajo Fin de Máster, los efectos tanto positivos como negativos que puede suponer la aplicación de agrupamientos flexibles para la resolución de problemas de matemáticas en 3º y 4º cursos de la ESO. Se analizarán estos efectos sobre todo en lo que atención a la diversidad y personalización de la enseñanza respecta, ya que, con esta medida, se pretende poner solución a las dificultades existentes en este bloque de las matemáticas.

## 2.2 Matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria

La Ley Orgánica 8/2013, para la Mejora de la Calidad Educativa señala, que la asignatura de Matemáticas “es una de las asignaturas troncales, en la que se busca garantizar los conocimientos y competencias que permitan al alumnado adquirir una formación sólida, así como continuar en aquellas asignaturas que han de ser comunes a todos los estudiantes”.

Como indica Toledo (2015), las matemáticas permiten conocer y estructurar la realidad, además de analizarla y obtener información para valorarla para después poder tomar decisiones.

La importancia de esta asignatura, obligatoria durante toda la etapa secundaria, crea la necesidad de analizar las dificultades más comunes que surgen para el aprendizaje de esta asignatura para así, poder plantear estrategias que ayuden a reducir estas dificultades.

Por último, es importante señalar, que la legislación vigente, otorga dentro de la asignatura de matemáticas, cada vez más importancia a la aplicación práctica de las mismas, y no sólo a la resolución de operaciones o identificación de figuras geométricas. De este modo, se pretende lograr que los alumnos relacionen las matemáticas con actividades de su vida diaria, así como ayudarles a buscar la relación entre lo aprendido y lo vivido.

### 2.2.1 Matemáticas en 3º y 4º de la ESO

La LOMCE ha supuesto una nueva configuración del currículo de ESO, clasificando las asignaturas en tres bloques:

- Asignaturas troncales
- Asignaturas específicas
- Asignaturas de libre configuración autonómica.

Matemáticas es una de las asignaturas troncales, y a partir de 3º de la ESO se organiza en dos opciones:

- Opción de enseñanzas académicas para la iniciación al Bachillerato
- Opción de enseñanzas aplicadas para la iniciación a la Formación Profesional

A continuación, en la figura 2, se muestra un esquema que permite visualizar esta clasificación en Matemáticas a partir de 3º de ESO. Durante los dos primeros cursos de la ESO, las matemáticas son comunes para todos los alumnos. A partir del último curso del primer ciclo, sin embargo, la asignatura de Matemáticas se divide en “Matemáticas Académicas” y “Matemáticas Aplicadas”. Esta división se mantiene en el segundo ciclo de la ESO, orientando la asignatura a las modalidades que se ofrecen en bachillerato y estudios de formación profesional.



Figura 2. Clasificación de Matemáticas en la ESO.  
Fuente: [slideplayer.es/slide/8263604/](https://slideplayer.es/slide/8263604/)

Esta diferenciación de modalidades en la asignatura de matemáticas, es una de los cambios ocasionados por la entrada en vigor de la LOMCE. Sin embargo, no ha sido el único. A continuación, se enumeran algunos de los cambios más relevantes que han afectado a la asignatura de matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria:

- *Aumento de las horas destinadas a las asignaturas troncales y, en consecuencia, a Matemáticas, puesto que se establece que dichas materias deben representar como mínimo el 50% del horario lectivo.*
- *Matemáticas es una materia troncal, única y común, en 1º y 2º de ESO (primer ciclo), y se llama justamente Matemáticas, mientras que en 3º de ESO se puede escoger entre Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas (Bachillerato) y Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Aplicadas (Formación Profesional). Esta elección o desdoblamiento, en todo caso, no es vinculante con respecto a la elección que debe hacerse después en 4º de ESO. Por tanto, en 3º de ESO, Matemáticas es una materia troncal de opción (art. 24.3).*
- *Conforme a la organización de 4º de ESO en la opción de enseñanzas académicas y en la de enseñanzas aplicadas, en este curso las materias troncales se desdoblán en materias generales (comunes a las dos opciones) y materias de opción. Dependiendo de cuál sea la opción elegida, los alumnos deberán cursar la materia troncal general Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Bachillerato) o bien Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas (Formación Profesional).*
- *Los contenidos de Matemáticas para todos los cursos de ESO se estructuran en cinco bloques:*
  - *Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*

Este primer bloque, es un bloque transversal que se trabaja a través de todos los temas de la asignatura. Mediante este bloque, se pretende enfatizar la importancia de trabajar la resolución de problemas, así como los proyectos de investigación, y metodologías que permiten a los alumnos relacionar los nuevos conceptos aprendidos en el aula con situaciones de la vida cotidiana.
  - *Bloque 2: Números y álgebra*
  - *Bloque 3: Geometría*

- *Bloque 4: Funciones*
- *Bloque 5: Estadística y probabilidad*

Por último, cabe destacar que siguiendo el enfoque competencial iniciado por la LOE, la LOMCE ha introducido cambios reduciendo el número de competencias a 7 al fusionar la competencia matemática con la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico. De este modo, se subraya que las matemáticas juegan un papel fundamental en el uso de lenguaje científico, así como en la comunicación y formalización de los conocimientos, hallazgos y procesos de la ciencia. Esto podría justificar, en cierta medida, que ahora se hable de “competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología”, en lugar de concebir y describir ambas competencias por separado, como se hacía en la LOE.

### *2.2.2 Dificultades de aprendizaje en matemáticas*

Son muchos los autores que han definido el desarrollo de las características propias de la asignatura de matemáticas en los últimos años.

Para Álvarez, Fidalgo, Lafuente y Rego (2009), se pueden destacar cinco características de esta asignatura:

- *Alto grado de abstracción.*
- *Complejidad de los conceptos.* Los conceptos matemáticos destacan por su carácter complejo. Esta dificultad, debe ser tenida en cuenta por el profesor a la hora de introducir nuevos conceptos, para facilitar la comprensión de los mismos a los alumnos.
- *Jerarquía.* La complejidad creciente de los conceptos matemáticos, tiene como consecuencia una acumulación de contenidos aprendidos que precisan de una buena base que permita continuar con dicha cadena.
- *Lógica.* Las matemáticas tienen en su mayoría un carácter deductivo en lugar de inductivo.
- *Lenguaje matemático.* Es un lenguaje preciso que puede ser fuente de conflictos si no se posee una sólida base del mismo.

Tras conocer las principales características de las matemáticas, Álvarez et al. (2009), señalan cuales son los factores más frecuentes ligados a estas características que dificultan el aprendizaje de las matemáticas.

- *Factores contextuales.* Ligados a la organización del aula, estrategias de aprendizaje, metodología o recursos disponibles.
- *Factores socioculturales.* Las diferencias del nivel económico o cultural entre los alumnos de una misma aula, influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura.
- *Factores cognitivos.* La capacidad de atención, memoria, estrategias de aprendizaje de cada alumno, etc. influyen en el aprendizaje de las matemáticas.
- *Factores afectivos.* La motivación, actitud e interés hacia la asignatura, son una característica muy influyente.
- *Factores asociados a las D.A.M. (Dificultades de Aprendizaje de Matemáticas).* Los referidos a los trastornos ligados a la habilidad matemática como son la discalculia o la acalculia entre otros.

### 2.2.3 *Dificultades relacionadas con la resolución de problemas*

Para la resolución de problemas en matemáticas, se precisan habilidades para la simbolización, representación, aplicación de reglas generales, traducción de unos lenguajes a otros (natural  $\rightarrow$  matemático), etc. (Carrillo, 2009).

Uno de los principales problemas para actividades de resolución de problemas en matemáticas, reside en la sustitución de procedimientos intuitivos propios del lenguaje natural, por procedimientos formales y deductivos ligados al lenguaje matemático. Estas dificultades de traducción, se dan también a la hora de interpretar el lenguaje natural y traducirlo a expresiones matemáticas, ya que no se trata de un proceso directo y es preciso analizar el texto, establecer relaciones entre datos, etc. Este proceso, sin duda, sobrepasa la simple comprensión del lenguaje natural.

Según Carrillo (2009), estos son las dificultades más frecuentes que se hayan a la hora de realizar actividades de resolución de problemas:

- *Comprensión global del problema y representación.* El primer obstáculo con el que se encuentran los alumnos suele ser el vocabulario y terminología empleados en los enunciados. Entender estos enunciados, exigen una comprensión lectora. Estos enunciados pueden formularse de forma concreta o abstracta.
- *Análisis del problema.* Aunque en ciertos casos los alumnos no muestren signos de incomprensión de las frases del enunciado, no son capaces de comprender el

sentido global del problema. Esto, les impide realizar una ordenación lógica de las partes del problema para poder plantearlo.

Para poder llevar a cabo un planteamiento correcto de los problemas, es necesario identificar los datos que se reflejan en el enunciado y comprender su utilidad en el problema. Este proceso supone una gran dificultad para muchos alumnos, ya que se enfrentan a los datos sin identificar su sentido en el problema. Definir, lo que se solicita en el problema (¿qué es lo que hay que hallar?), y cuál es la pregunta que hay que contestar, es un paso clave para la resolución de problemas.

- *Razonamiento matemático.* El último paso es escoger las operaciones matemáticas necesarias para resolver el ejercicio. Muchos alumnos se enfrentan a la situación de no saber qué tipo de operación han de realizar para obtener el resultado. Ante esta situación, una de las vías más recurridas es la que Carrillo (2009), denomina como “teoría de la reparación”, que consiste en escoger una operación al azar, sin importar cuál, para dar una respuesta (sin importar el grado de invención).

Un caso bastante frecuente en la resolución de problemas, es que los alumnos, tratan de encontrar una regla general que les sea útil para resolver el mayor número de problemas posible. Es decir, su objetivo para a ser el “cómo resolverlo” y olvidan el principal fundamento que debería ser el “por qué”.

#### 2.2.4 Estrategias de aprendizaje para matemáticas

Para facilitar la comprensión de los nuevos conceptos en la asignatura de matemáticas, muchas de las estrategias propuestas hasta el momento tienen como base la motivación intrínseca de los alumnos (Gómez, 2005).

Gómez (2005), señala que es muy importante que los alumnos vivan experiencias gratificantes, de logro y de éxito durante su aprendizaje. Para ello, propone actividades como la resolución de problemas, que integran la comprensión de los nuevos conocimientos y su relación con situación reales. Para que esta estrategia sea eficaz, es necesario que el profesor sea consciente de las dificultades para el aprendizaje que se han señalado anteriormente, especialmente la dificultad que entraña el lenguaje matemático, mucho más preciso que el natural. Una posibilidad es aplicar estrategias heurísticas de resolución de problemas que ayudan a facilitar la comprensión e interiorización de los nuevos conceptos.

Otra estrategia es aumentar la motivación de los alumnos. Incentivarles para que aprendan a aprender. Es decir, motivarles para construir un nuevo conocimiento, partiendo del conocimiento previo. En la figura 3, se muestra el proceso de construcción de nuevos conocimientos, partiendo de conocimientos previos. Esta figura, dibuja como el proceso de aprendizaje tiene en cierto modo un recorrido cíclico, ya que el aprender nuevos conceptos e interiorizar conocimientos, incrementa la

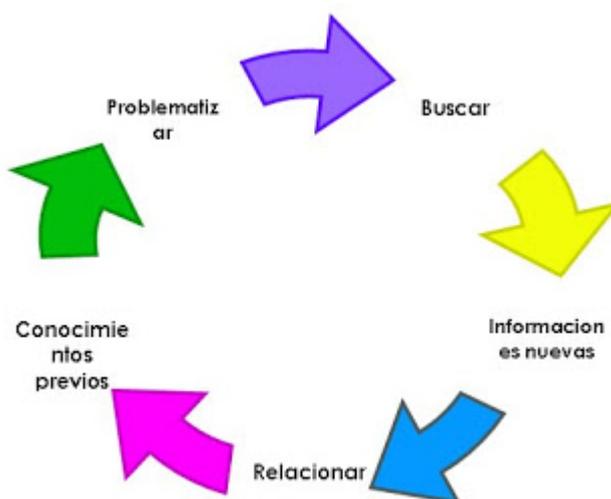


Figura 3. Construcción del aprendizaje.  
Fuente: Blog de Estrategias de Sofía Barrios

motivación y la curiosidad de los alumnos por continuar con el aprendizaje.

Para lograr esta meta, es interesante realizar actividades mediante el trabajo colaborativo. En estas actividades, los alumnos trabajan por grupos creados por el profesor. Para la formación de estos grupos, el docente ha de tener en cuenta ciertos aspectos como son, el número de alumnos, la organización y distribución de los espacios, las tareas a realizar, o los objetivos a alcanzar (Fernández, 2009). Más allá de esto último, Fernández (2009) señala que fomentar el trabajo grupal y combinarlo con actividades individuales, aumenta la motivación de los alumnos por el trabajo que están realizando.

Respecto a la importancia de relacionar los conceptos matemáticos con situaciones de la vida diaria, Gómez (2005), indica que es fundamental dotar de sentido a los contenidos matemático que se están estudiando.

Hay que enseñarles a los alumnos la importancia que tienen las matemáticas en el día a día, así como interrelacionar los contenidos matemáticos aprendidos en otras áreas de estudio como pueden ser las ciencias naturales o las ciencias sociales (Gómez, 2005).

Para ello, Gómez (2005), apuesta por una metodología participativa en la que el alumno se convierte en protagonista y responsable de su propio aprendizaje. Para llevar a la práctica este tipo de metodología operativa participativa, un ejemplo sería que el profesor realice una serie de preguntas a los alumnos que les hagan reflexionar sobre el tema tratado. Esta reflexión implica un tipo de aprendizaje que motiva más a los alumnos, sintiéndose realizados por la tarea.

Atendiendo a los aspectos tratados en este punto, cabe concluir, que la metodología empleada es fundamental para que la tarea de enseñanza-aprendizaje resulte exitosa (Carrillo, 2009).

Los conocimientos previos, son los cimientos sobre los que han de construirse los nuevos conocimientos, y para ello, es sumamente importante, que esa base, sea sólida, y que los conocimientos previos estén bien interiorizados, para que después, paso a paso, cuidando el ritmo y velocidad de aprendizaje y mediante una programación flexible, la experiencia de enseñanza – aprendizaje, sea fructífera.

#### 2.2.4.1 Estrategias resolución de problemas

Para la resolución de problemas matemáticos, son numerosas las teorías que avalan la eficacia y utilidad de disponer de diversas estrategias heurísticas que ayuden a superar los obstáculos y dificultades que entranan este tipo de ejercicios.

Molero y Salvador (2010), definen diferentes estrategias heurísticas como alternativa para afrontar ejercicios de resolución de problemas. Estas estrategias heurísticas, son técnicas o reglas muy generales que permiten a los alumnos avanzar en el proceso de resolución de problemas.

A continuación, se citan las estrategias heurísticas que destacan Molero y Salvador (2010):

- Usar una buena notación, clara y concisa que permita a los alumnos dar un paso decisivo hacia la solución evitando ambigüedades.
- Organizar la información mediante figuras, dibujos o tablas que permitan plantear el problema de una manera esquemática.
- El ensayo y error, aunque se trate a priori de un método lento y reiterativo, puede resultar muy eficaz.
- La analogía es una estrategia especialmente útil cuando se posee cierto bagaje en la resolución de problemas.
- Buscar simetrías y explorar con el fin de simplificar el problema, así como analizar los casos límite, ayuda a los alumnos a predecir o refutar hipótesis.
- Los elementos auxiliares trazan lazos lógicos entre diferentes partes del problema, que ayudan a poner los datos en relación.
- Dividir el problema en partes, es una estrategia eficaz para algunos alumnos.
- Buscar regularidades y encontrar leyes generales que estructuren el problema, es un paso hacia la solución.
- En ocasiones, trabajar marcha atrás (si podemos predecir el resultado), puede resultar muy útil. Si se conoce el valor de la incógnita, pero no el proceso que obtiene dicha solución, el revertir el modo de plantear los problemas puede ser una alternativa.

### **2.3 Agrupamientos flexibles para el aprendizaje de las matemáticas**

Los agrupamientos flexibles tratan sin duda de buscar una vía para mejorar el rendimiento de los alumnos, personalizar la enseñanza y enriquecer las habilidades sociales del aula. Portillo (2011) señala que los agrupamientos flexibles persiguen los siguientes objetivos:

- Lograr una mayor personalización de la enseñanza
- Favorecer ambientes para reducir los problemas de disciplina en el aula
- Buscar alternativas para favorecer la consecución de Objetivos Generales previstos para la etapa
- Favorecer y fomentar en el profesorado mecanismos de atención a la diversidad y personalización de la enseñanza

Sin embargo, para aumentar la efectividad de esta medida, es necesario conocer las características del alumnado sobre el cual se pretende aplicar. Para esto, una herramienta eficaz, pueden ser las valoraciones iniciales. Estas evaluaciones, acompañadas de una revisión de los expedientes académicos previos de los alumnos y las impresiones de los profesores sobre los cursos anteriores, ayudarán a favorecer el éxito de la medida (Alcázar y López, 2010).

Portillo (2011), señala como estas agrupaciones pueden hacerse en base a diferentes cuestiones donde, entre los más habituales encontramos, el nivel de conocimientos previo, los intereses de los alumnos, el nivel del alumno (en este caso el nivel de razonamiento lógico-matemático), y los problemas de conducta o problemas sociales que pueda demostrar el alumno.

Como parte de este trabajo de investigación, se ha analizado un ejemplo práctico de agrupamientos flexibles en el Instituto de Educación Secundaria de Hoces del Duratón (2010) de Segovia.

Los alumnos se agrupan atendiendo a criterios objetivos:

- Según los informes de los colegios (en el caso de 1º de ESO)
- Según los resultados académicos y los informes correspondientes de los que disponemos en el centro (en el caso del resto de cursos de la ESO)
- A los alumnos de 1º de ESO se les hace una prueba inicial los primeros días del curso, con el fin de obtener más información académica de estos estudiantes. Esto nos permite ajustar en lo posible los distintos agrupamientos. (pag. 14)

La elección de uno u otro de los criterios señalados para la división de grupos, se basará en las experiencias recogidas en años anteriores.

Partiendo de estos criterios, se puede optar por formar agrupaciones de alumnos con características similares, es decir, agrupaciones homogéneas, o escoger una forma de agrupamiento heterogénea en la que los grupos sean variables.

### 2.3.1 *Agrupamientos flexibles homogéneos*

Los agrupamientos flexibles homogéneos, son una estrategia de agrupación, en la que los alumnos se integran en un nivel u otro según sus capacidades, ritmos de aprendizaje, intereses, motivaciones, temática, etc. Es decir, los alumnos se agruparán en diferentes niveles según las diferentes condicionantes. Estos grupos tienen como principal objetivo atender de un modo más eficaz a la diversidad del alumnado, ya que al crear grupos más homogéneos, las actividades, metodologías, etc. se adaptan mejor a las necesidades de los alumnos pudiendo ofrecer una educación más personalizada.

Los agrupamientos flexibles se realizarán principalmente atendiendo a dos criterios:

- Características de los alumnos
- Formas de agrupamientos existentes

Centrando la atención en las agrupaciones homogéneas, éstas permiten adaptar la respuesta educativa a unos ritmos o niveles con alumnos de similares características. Según Tinajas (2008), “la formación de grupos homogéneos es la medida organizativa en la que más confianza han depositado los centros de Secundaria públicos a la hora de enfrentarse a la enorme variabilidad del alumnado que genera la escolarización obligatoria” (pag.22).

#### 2.3.1.1 Ventajas y desventajas de Agrupamientos flexibles homogéneos

Algunas de las ventajas más destacadas por diversos autores de los agrupamientos homogéneos en la educación son las siguientes:

- *Se facilita la labor de enseñanza de los profesores al no tener que dirigirse a un grupo tan variado, posibilitando el diseño de actividades y materiales el uso de una metodología más adecuada al nivel de aprendizaje (Tinajas,2008).*
- *Favorecen la individualización de la enseñanza lo que suele provocar un mayor rendimiento en los alumnos (Tinajas ,2008).*

Sin embargo, también han sido bastantes los autores que han señalado los inconvenientes de este tipo de agrupaciones. González (2002), alega que esta separación de alumnos por niveles y capacidades, crea una tendencia que incrementa la distancia respecto a la capacidad entre grupos.

Por su parte, Saiz (2009) señala como en este tipo de agrupamientos, los alumnos protestan por la “etiquetación”, produciéndose conflictos entre alumnos de distintos grupos.

Otra de las desventajas de los agrupamientos flexibles homogéneos, lo señala Feito (2004), cuando indica que una de las mayores fuentes de disrupción en el aula se debe a que en los grupos de menor nivel, los alumnos presentan más signos de desmotivación y menor grado de autoconfianza al sentirse excluidos del resto de grupos generando conductas disruptivas.

### 2.3.1.2 Agrupamientos flexibles multiniveles

En este apartado, se presenta el tema central que ha servido de guía para el presente trabajo: los agrupamientos flexibles multiniveles.

Los agrupamientos multiniveles son un tipo de agrupamiento flexible homogéneo, y consisten en agrupar los alumnos pertenecientes a un mismo nivel, de acuerdo únicamente a las capacidades que demuestren los alumnos en cada asignatura en concreto. A diferencia de los agrupamientos flexibles homogéneos en general, los agrupamientos multiniveles, se basan solamente en las capacidades que muestran los alumnos para la asignatura, es decir, en su nivel. Para ello, se modifica el grupo ordinario, realizando agrupamientos en función de las características y necesidades individuales de cada alumno, y pudiendo ofrecer de este modo una educación más personalizada (Portillo, 2011).

Hoy por hoy, los centros, según señala la legislación vigente, deben atender a la diversidad de sus alumnos, dando respuesta a alumnos de altas capacidades, alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo y alumnos de incorporación tardía en el sistema educativo entre otros. Los agrupamientos flexibles, son una medida no significativa para atender a esta diversidad. Esta medida correspondiente al ámbito organizativo y metodológico, no suponen como tal, una modificación significativa de los objetivos, competencias o contenidos.

En el presente documento, se prevé plantear una propuesta basada en agrupamientos flexibles intranivel, que son aquellos que se elaboran realizando subgrupos de alumnos de un mismo curso. En este tipo de agrupaciones intranivel, (normalmente recurridas en asignaturas como lengua, inglés o matemáticas), la flexibilidad es uno de sus fundamentos. Esta flexibilidad permite que los alumnos puedan ser trasladados de un nivel a otro a lo largo del año escolar, dependiendo de sus avances o dificultades de aprendizaje de la materia.

### 2.3.2 *Análisis de investigación de propuestas reales*

#### 2.3.2.1 Implantación de agrupamientos flexibles multiniveles en la ESO

El I.E.S. Hoces del Duratón, situado en la provincia de Segovia, es un centro educativo que ofrece diferentes líneas educativas. Se imparten estudios de Educación Secundaria, Bachillerato, PCPI y Ciclos Formativos.

Ante la frustración del profesorado frente a los resultados y las dificultades que mostraban muchos de los alumnos para seguir el ritmo del aula, el centro realizó diferentes propuestas de mejora:

- Grupos de nivel
- Refuerzos
- Agrupamientos flexibles

Finalmente, se optó por la propuesta de agrupamientos flexibles, que da respuesta a la diversidad, busca soluciones a los bajos rendimientos, evita el abandono escolar en la ESO y fomenta el esfuerzo en todos los alumnos.

Durante el curso escolar 2007/08 se hicieron agrupamientos flexibles en 1º de ESO. En este curso, había 4 grupos: 1º A, B, C y D. Para realizar los agrupamientos multiniveles, se unió por un lado los alumnos de 1ºA, y 1ºB y se formaron 3 grupos flexibles. Por otro lado, se juntaron los alumnos de 1º C y 1ºD con y estos alumnos se formaron otros 3 grupos flexibles. Así, se obtuvieron 6 grupos de 1º de la eso para el departamento de matemáticas.

La distribución de los alumnos se realizó en 3 niveles:

- *GRUPO 1*: alumnos con menos dificultades de aprendizaje.
- *GRUPO 2*: alumnos con un nivel medio de dificultad.
- *GRUPO 3*: alumnos con grandes dificultades.

En la siguiente figura (figura 4), se muestran los resultados recogidos al finalizar el curso, para el curso de 1º de la ESO.

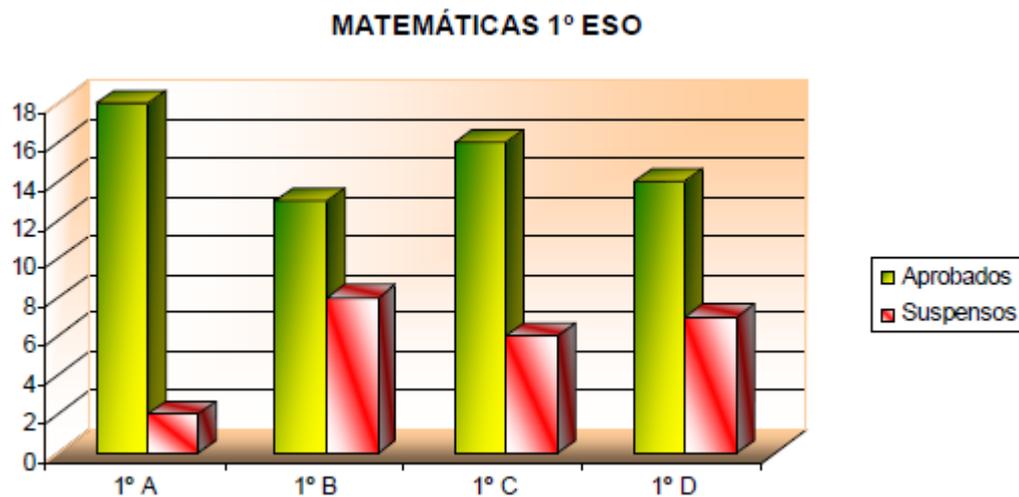


Figura 4. Gráfica de resultados de matemáticas de 1º ESO.  
Fuente: Elaboración propia. Información extraída de *Agrupamientos flexibles en la ESO IES Hoces de Duratón* (2009)

### 2.3.2.2 Implantación de agrupamientos flexibles multiniveles en Bachillerato

La propuesta, desarrollada en un centro concertado de la Comunidad Valenciana durante el curso 2013/14, muestra los resultados de 80 alumnos que cursaron durante el año escolar 2013/14. En la figura 5, se presentan la división por niveles de los alumnos de 1º de Bachillerato en la modalidad de Ciencias:

	Número de alumnos
NIVEL A – Alto	30
NIVEL B – Medio	40
NIVEL C - Bajo	10
<b>TOTAL</b>	<b>80</b>

*Figura 5. Reparto de alumnos de 1º Bachillerato por niveles.  
Fuente: Elaboración propia. (Información extraída de <http://elche.salesianos.edu/es/recursos>)*

En la siguiente tabla, (figura 6), se muestran los cambios de alumnos entre niveles que sucedieron durante el curso:

	Número de alumnos
SUBE NIVEL C - NIVEL B	5
SUBE NIVEL B - NIVEL A	9
BAJA NIVEL A – NIVEL B	5
BAJA NIVEL B – NIVEL C	0
<b>TOTAL</b>	<b>19</b>

*Figura 6. Movimientos de alumnos de 1º de Bachillerato durante el curso 2013/14.  
Fuente: Elaboración propia. (Información extraída de <http://elche.salesianos.edu/es/recursos>)*

Estos datos indican que sólo el 23,75% de los alumnos cambian de grupo, por lo que el 76,25% de los alumnos, permanece en el mismo grupo.

Otra de las conclusiones que podemos extraer de los datos mostrados en la figura 8, es que es mayor la tendencia de los alumnos que suben de nivel que los que descienden de nivel (17,50% suben de nivel, frente a 6,25% que bajan de nivel).

## 2.4 Atención a la diversidad según la normativa vigente

En lo que respecta a la vigente legislación en el marco educativo, tanto a nivel estatal como autonómico, encontramos diferentes documentos de referencia, que respaldan los agrupamientos flexibles como medida de atención a la diversidad:

- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado (10 de diciembre de 2013), núm. 10295, pp. 97858-97921.
- Decreto 236/2015, de 22 de diciembre, por el que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco (BOPV, 15-01-2016)
- Plan Estratégico de Atención a la Diversidad en el Marco de una Escuela Inclusiva (2012-2016)

Según dicta la LOMCE (2012), es necesario atender la diversidad en todos los niveles educativos. La Ley Orgánica 8/2013, establece el derecho de todos los alumnos a ser atendidos según sus capacidades, competencias y necesidades. De este modo, el alumnado con necesidades especiales, o aquellos alumnos con altas capacidades intelectuales, deben obtener una respuesta educativa que se adapte a sus necesidades concretas.

Atender a la diversidad es dar una respuesta educativa adaptada a las necesidades y características propias de los alumnos, que por diferentes razones (físicas, psíquicas o sociales), pueden hacer que no sean capaces de adaptarse al ritmo el resto del aula (Silva, 2007).

Para atender a la diversidad, por tanto, es necesaria una cuidada planificación de la organización del aula y del centro, que se adapte en cada caso a las necesidades que puedan mostrar sus alumnos. A continuación, se estudiarán las medidas que, “están orientadas a responder a las necesidades concretas del alumnado y a la consecución de los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria” (Ley Orgánica 8/2013).

### 2.4.1 Medidas de atención a la diversidad

La LOMCE no modifica ciertos aspectos señalados en la anterior ley de educación estatal. Por ello, para especificar las características de los alumnos que necesitan una atención individualizada para poder alcanzar los objetivos mínimos definidos para la

etapa, nos vamos a referir a la LOE (2006), la cual en su artículo número 71, especifica que estos alumnos se agrupan según las necesidades en:

- Alumnado con necesidades educativas especiales
- Alumnado con altas capacidades intelectuales
- Alumnado que se incorpora de manera tardía al sistema educativo

Es la misma Ley Orgánica 8/2013, la que traza unas directrices para diseñar las medidas para atender a esa diversidad que se ve concretada por la normativa autonómica de cada comunidad. En el País Vasco, los planes de atención a la diversidad vienen regulados por el Plan Estratégico de Atención a la Diversidad en el marco de una Escuela Inclusiva 2012-2016.

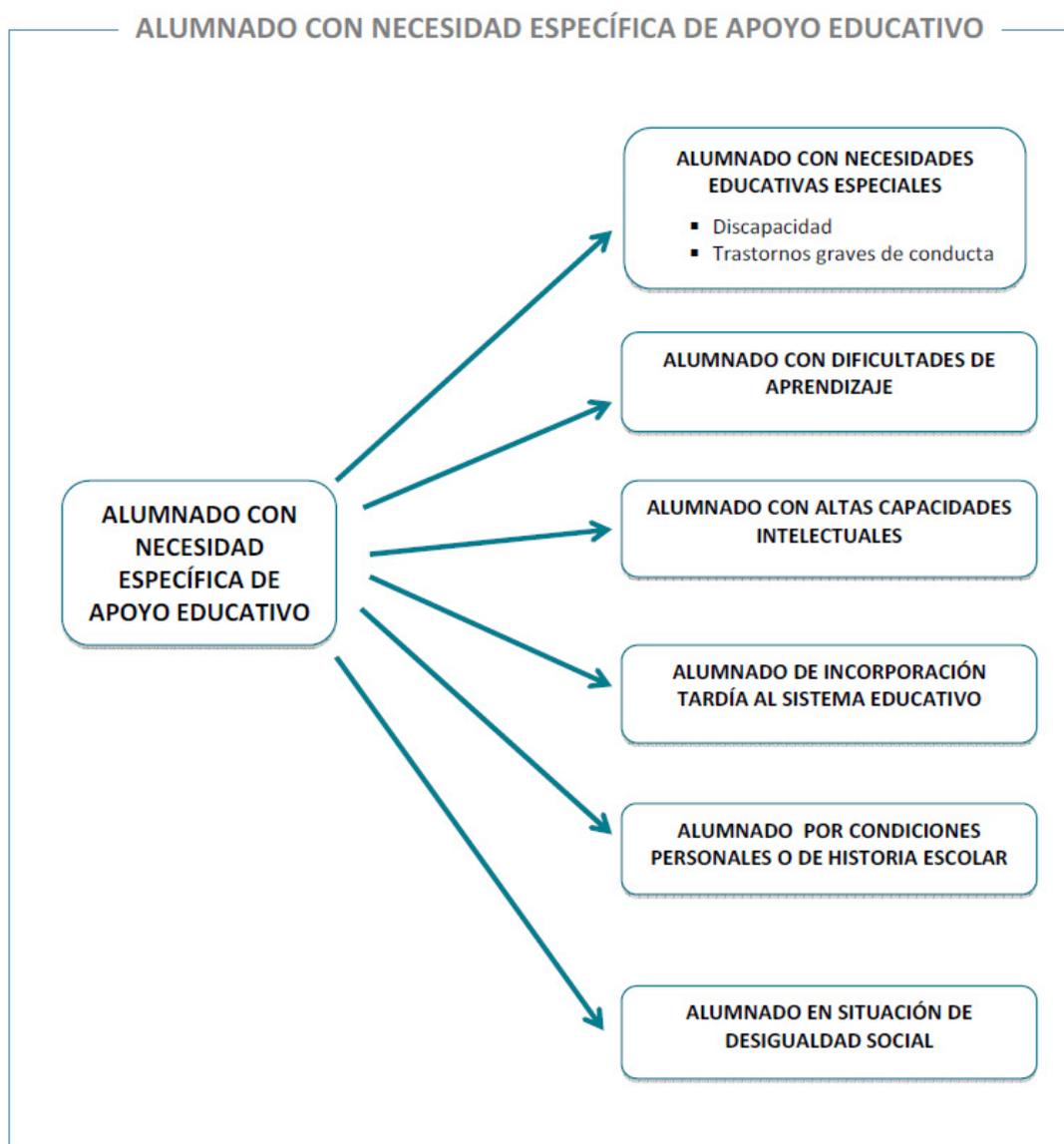
En la figura 4 se muestra un esquema donde se desglosan las diferentes clases de alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo que define el Plan Estratégico de Atención a la Diversidad del País Vasco (2013).

Para la redacción del presente Plan Estratégico autonómico, se tomó como referencia el artículo 73 de la Ley Orgánica de Educación específica que:

Se entiende por alumnado que presenta necesidades educativas especiales, aquel que requiera, por un periodo de su escolarización o a lo largo de toda ella, determinados apoyos y atenciones educativas específicas derivadas de discapacidad o trastornos graves de conducta (art.73).

Como consecuencia, el Plan Estratégico de Atención a la Diversidad en el marco de una Escuela Inclusiva señala que “el alumnado con necesidades educativas especiales es aquel que necesita una propuesta educativa diferente a la ordinaria” (2012). En la figura 7, se muestra la clasificación de alumnado con necesidades educativas especiales realizando una división según las características de las dificultades. Esta clasificación tiene como resultado 6 tipos de alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo:

- Alumnos con necesidades educativas especiales
- Alumnos con dificultades de aprendizaje
- Alumnos con altas capacidades intelectuales
- Alumnos de incorporación tardía al sistema educativo
- Alumnos con dificultades por condiciones personales o historia escolar
- Alumnos en situación de desigualdad social



*Figura 7. Esquema de alumnado con necesidad específica de apoyo educativo. Extraída del Plan Estratégico de Atención a la Diversidad en el marco de una Escuela Inclusiva, Gobierno Vasco (2012).*

El Gobierno Vasco, en el año 2012, redactó este plan para la atención a la diversidad con el fin de “ofrecer a todos los niños, niñas y jóvenes una educación de calidad.” (Celaá, 2012).

Este mismo Plan, define unas metas concretas y especifica cómo y cuándo van a ser puestas en marcha.

Cabe destacar la meta 2.3. que señala las posibles estrategias de atención a la diversidad empleando técnicas de organización flexible del aula. Estas estrategias vienen definidas en el Plan Estratégico de Atención a la diversidad mediante una tabla reflejada en la figura 8.

<b>Meta 2.3.</b> Aplicar estrategias de flexibilización en el aula que afecten al desarrollo del currículo, a la adquisición de las competencias básicas y a la evaluación de los aprendizajes, para avanzar hacia la consecución de niveles de excelencia	
<b>Acciones:</b>	<b>Indicadores:</b>
Impulsar la revisión de las programaciones y prácticas del aula desde un enfoque inclusivo	Catálogo de las prácticas detectadas referidas a las metodologías, organizaciones flexibles del aula y evaluaciones accesibles.  Incorporación y posterior valoración de las estrategias de flexibilización en los documentos ordinarios del centro (programaciones, Plan Anual, Plan de mejora y Memoria).
Fomentar la flexibilización de las metodologías y organización del aula para favorecer la autonomía, el trabajo colaborativo y la creatividad	
Promover la adecuación de formas y prácticas evaluadoras a las características del alumnado	

*Figura 8. Tabla estrategias de flexibilización.  
Fuente: Elaboración propia. Información extraída del Plan Estratégico de Atención a la Diversidad en el marco de una Escuela Inclusiva*

Las medidas determinadas por el Plan Estratégico de Atención a la Diversidad en el marco de una Escuela Inclusiva para alcanzar la meta 2.3. aparecen recogidas en la figura 9. Se puede constatar la línea de tiempo que indica la puesta en marcha de estas medidas, que lejos de tratarse de unas acciones puntuales, se extienden en el tiempo, entrando en vigor en el curso escolar de 2012/13, y finalizando con la extinción del plan en el curso 2015/16.

OBJETIVO 2	2011/12		2012/13			2013/14			2014/15			2015/16		
	2ºt	3ºt	1ºt	2ºt	3ºt	1ºt	2ºt	3ºt	1ºt	2ºt	3ºt	1ºt	2ºt	3ºt
<b>Meta 2.3.</b> Aplicar estrategias de flexibilización en el aula que afecten al desarrollo del currículo, a la adquisición de las competencias básicas y a la evaluación de los aprendizajes, para avanzar hacia la consecución de niveles de excelencia														
Impulsar la revisión de las programaciones y prácticas del aula desde un enfoque inclusivo			■			■			■			■		
Fomentar la flexibilización de las metodologías y organización del aula para favorecer la autonomía, el trabajo colaborativo y la creatividad			■			■			■			■		
Promover la adecuación de formas y prácticas evaluadoras a las características del alumnado			■			■			■			■		

Figura 9. Temporalización de las acciones.  
 Fuente: Elaboración propia. Información extraída del Plan Estratégico de Atención a la Diversidad en el marco de una Escuela Inclusiva

### 3. Propuesta

Las matemáticas son una asignatura que genera bastantes problemas en el alumnado. Estos problemas, se ven acrecentados en la medida en la que avanzan los cursos, haciéndose más que evidentes en la etapa secundaria. Estos problemas, sin embargo, vienen causados en la gran mayoría de los casos, por lagunas y vacíos cognitivos surgidos en etapas previas.

Por lo general, se puede decir que son muchos los alumnos en la etapa secundaria que no se sienten motivados por la asignatura de matemáticas. Una de las preguntas más extendidas en las sesiones es aquella de “¿Y esto, para qué me va a servir?”. Con esto, comprendemos, que los alumnos no son capaces de asociar aplicaciones de las matemáticas en la cotidianidad.

Los profesores, en su labor como docentes y responsables de una parte de la tarea compartida de enseñanza - aprendizaje, han de tratar de prevenir estas dificultades, falta de interés y motivación, adaptándose a la diversidad del aula. Además, han de tratar de transmitir el carácter práctico de las matemáticas, haciendo conscientes a los alumnos de su utilidad para la vida, su valía para resolver ciertas circunstancias y su importancia en el desarrollo del intelecto. Es en esta utilidad práctica de las matemáticas, dónde la resolución de problemas cobra especial importancia.

Sin ir más lejos, la resolución de problemas matemáticos es considerada la parte más importante de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los alumnos, experimentan la utilidad de las Matemáticas en su vida diaria.

Como menciona Heber (2004), la importancia de la actividad de resolución de problemas es evidente, ya que, todo el progreso científico y tecnológico, el bienestar y hasta la supervivencia de la especie humana dependen de esta habilidad.

Sin embargo, la forma en la que se afrontan este tipo de ejercicios en el sistema educativo actual, no es el más apropiado para fomentar el desarrollo el pensamiento lógico – matemático. Todavía es muy común que en las aulas se expongan ante los estudiantes los enunciados acompañados de los resultados de los problemas, dejando a un lado el proceso mismo. Esto lleva a los alumnos a hacerse una idea errónea de lo que suponen esta clase de actividades, ya que entienden que resolver problemas es simplemente hallar el resultado.

### 3.1 Análisis de la situación educativa y propuesta de mejora

Los cursos de tercero y cuarto de la etapa secundaria, corresponden a los últimos años de la educación obligatoria, y esto suponen que es la última etapa antes de que los alumnos se enfrenten en definitiva a la vida real, bien por su inserción en el mundo laboral o por la ampliación de sus estudios en una etapa no obligatoria.

Según dicta la vigente legislación en materia de educación, uno de los objetivos de la educación de la etapa secundaria, es que los alumnos aprendan a contextualizar los conceptos aprendidos y ponerlos en relación con situaciones reales a través de la resolución de problemas.

Se ha aprovechado el periodo de prácticas para analizar la situación educativa actual en el ámbito de resolución de problemas. Durante este tiempo en el que se experimentado desde dentro del aula, la realidad en las asignaturas de matemáticas y física y química de 4º de la ESO y 1º de Bachillerato, son muchos los problemas que se han percibido en relación con la resolución de problemas. La falta de motivación, incomprensión de las estrategias empleadas y disminución de su autoconfianza a medida que se complicaban los problemas, era más que evidente en ambas asignaturas.

A continuación, se presentan las dificultades detectadas en los alumnos a la hora de resolver problemas en la asignatura de matemáticas ilustrando cada dificultad con un problema a modo de ejemplo.

- *Dificultades viso-espaciales.* Estos problemas se observan en problemas con enunciados de carácter semi-abstracto, donde es necesario realizar diferentes operaciones para llegar al resultado.

Ejemplo: En un examen de matemáticas de 3º de la ESO, se proponía el siguiente problema:

*Un tenista posee un recipiente de forma cilíndrica que utiliza para recoger las pelotas de tenis. El diámetro de la base del recipiente es igual al diámetro de las pelotas y hay espacio, para 4 pelotas exactamente.*

- *Dibuja el esquema del recipiente y las pelotas y razona el dibujo.*
- *Calcula razonadamente el volumen vacío del recipiente cuando hay 4 pelotas dentro.*

*Datos: El diámetro de cada pelota es de 8cm.*

Al recibir este problema en el examen, la mayoría de los alumnos no fue capaz de plantear el problema correctamente, ya que, a diferencia de la mayoría de problemas del tema de geometría, este problema no venía acompañado de ninguna ilustración. Este ejercicio de abstracción, supuso una dificultad insalvable para 17 de 22 alumnos.

- *Problemas con el lenguaje matemático.* La incomprensión del vocabulario empleado en los enunciados de los problemas, o la falta de habilidad para traducir el lenguaje natural a lenguaje matemático, es uno de los problemas más extendidos.

Ejemplo: Al tratar el bloque de números de 3º de la ESO en el que se estudian los porcentajes, al realizar las prácticas, se ha podido comprobar que un gran número de alumnos era capaz de resolver una operación de porcentajes sin problemas, pero que, a la hora de emplear esa operación para la resolución de problemas, el número de alumnos capaz de resolver el ejercicio descendía notablemente.

a) *Calcula el 80% de 60.*

b) *Si un pantalón que costaba 60€, tiene un 20% de rebaja, ¿cuánto pagaré por él?*

- *Dificultades cognitivas.* La capacidad de cada alumno para escoger las estrategias más adecuadas para resolver cada problema, influye notablemente en la habilidad para este tipo de ejercicios.

Ejemplo: En la asignatura de química de 4º de la ESO, el profesor explicaba el grado de pureza de los materiales empleando una tabla que rellenaba al comienzo de cada ejercicio.

Muchos alumnos, desconocían el porqué de dicha tabla y se limitaban a hacerla, por seguir el método que el profesor seguía en la pizarra.

Durante el periodo de prácticas, en la fase de intervención me dispuse a corregir un ejercicio en el encerado, y para ello, haciendo uso de la lógica, planteé el problema empleando reglas de tres (que es en lo que realmente se basaba la tabla). Algunos de los alumnos, comprendieron en ese momento el porqué del proceso de resolución.

Si en una piedra de 84 gr encontramos 3,56 gr de pirita pura,  
 ¿cuál es el coeficiente de pureza de la muestra?

TABLA

	PIEDRA	MINERAL
PESO	84	3,56
COEFICIENTE	1	

REGLA DE TRES

Si la piedra fuese entre de pirita (84gr), sería 100% pura ( $\frac{100}{100} = 1$ )

Pero como en vez de 84gr, hay 3,56gr ...

$$\begin{array}{l}
 84,0 \text{ gr} \rightarrow 1 \\
 3,56 \text{ gr} \rightarrow x
 \end{array}
 \longrightarrow
 x = \frac{3,56 \cdot 1}{84} = 0,042$$

- *Falta de motivación.* En relación con este apartado, se ha comprobado que la elección de las actividades es fundamental para potenciar la motivación de los alumnos. A la hora de escoger las actividades se ha observado como aquellas que permiten a los alumnos obtener logros, ofrecen una amplia variedad de estrategias para su resolución, impulsan la reflexión y aquellos problemas que fomentan la curiosidad y suponen un desafío para los alumnos, tienen mejor acogida. Un problema que presenta curiosidad es aquel que presenta un desafío y no puede resolverse directamente con una cuenta.

Ejemplo: El primer día de clase 27 alumnos de 3º de la ESO se saludan dándose la mano todos con todos. Calcula cuantos apretones de manos se dieron en total.

Para resolver este problema, los alumnos deberán recurrir a distintas estrategias, gráficos, tablas de doble entrada, diagramas que simbolicen a los que se dan la mano, etc.

Tras analizar estas actividades, se observa como existe una notable diferencia entre las capacidades de los alumnos en una misma aula. Estos problemas, son mucho más significativos a la hora de realizar ejercicios de resolución de problemas.

Es por este motivo, que esta clase de ejercicios, quedan relegados a los últimos días de cada unidad didáctica, para evitar desequilibrios.

Sin embargo, la importancia que han de tener las actividades de resolución de problemas no concuerda con esta práctica. De acuerdo a lo expuesto en el apartado 2.2.1. del presente documento, *“las matemáticas juegan un papel fundamental en el uso de lenguaje científico, así como en la comunicación y formalización de los conocimientos, hallazgos y procesos de la ciencia”*.

La competencia matemática, se basa en la capacidad para utilizar los números, realizar operaciones básicas y emplear el razonamiento matemático para producir e interpretar información. Cada vez se le otorga más importancia a la relación de esta competencia con la resolución de problemas relacionados con otros ámbitos del conocimiento o la vida diaria.

Al plantear actividades de resolución de problemas a alumnos de la ESO, se ha observado cómo en general, aun sabiendo realizar operaciones, muchos alumnos no son capaces de ver la aplicación real de estos ejercicios. Es en parte por este motivo que, en la LOMCE, se han fusionado la competencia matemática y la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico. Un alumno demostrará competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, en el momento en que sea capaz de identificar en la vida cotidiana, situaciones o problemas con contenido matemático, y además disponga de los conocimientos necesarios para tomar decisiones, responder y afrontar dichas situaciones.

Con el fin de lograr una educación personalizada, y se propone una metodología de agrupamientos flexibles multinivel para adaptar a las capacidades de los alumnos la asignatura de matemáticas, más concretamente la resolución de problemas matemáticos por la dificultad que esta clase de ejercicios supone.

Para ofrecer una adecuada respuesta a este desequilibrio entre las capacidades de los alumnos de 3º y 4º curso de la ESO para enfrentarse a actividades de resolución de problemas en Matemáticas, se propone programar una sesión semanal para la

resolución de problemas de cada bloque de contenidos, en la que las agrupaciones de alumnos estén formadas de acuerdo a las capacidades y características de cada uno.

De este modo, las dificultades relacionadas con la falta de motivación, incomprensión o problemas con el ritmo de aprendizaje, se verían reducidas al poder adaptar los ejercicios programados a las características de cada uno de los grupos.

Asimismo, al tratarse de agrupaciones de alumnos más homogéneas, la atención sería más personalizada, pudiendo adaptar las metodologías a las dificultades de cada grupo.

## **3.2 Objetivos**

### *3.2.1 Objetivo principal*

El objetivo principal de la presente propuesta, es lograr una enseñanza basada en los agrupamientos flexibles para los bloques de resolución de problemas de la asignatura de matemáticas de 3º y 4º curso de la ESO, que se adapten a las capacidades, ritmos de aprendizaje y características de los alumnos, que permita atender a la diversidad de un modo más eficaz y mejore los resultados y motivación de los alumnos en la asignatura de matemáticas.

### *3.2.2 Objetivos específicos*

Para diseñar esta propuesta, se han perseguido diferentes objetivos concretos. A continuación, se enumeran los 3 objetivos que se pretenden alcanzar empleando la propuesta de agrupamientos flexibles multinivel diseñada:

1. Atender a la diversidad teniendo en cuenta las dificultades que muestran los alumnos en la asignatura de matemáticas.
2. Solucionar el bajo rendimiento de los alumnos de 3º y 4º de la ESO en resolución de problemas de matemáticas.
3. Fomentar el esfuerzo y motivación de los alumnos.
4. Alcanzar los contenidos mínimos y competencias básicas que dicta la legislación estatal en materia educativa.

### 3.3 Contenidos

Los contenidos a estudiar durante los cursos de 3<sup>o</sup> y 4<sup>o</sup> de la ESO en la asignatura de matemáticas, según lo establecido por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, son los siguientes:

- Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas  
(Bloque transversal: Se trabaja a lo largo de todo el curso escolar).
- Bloque 2. Números
  - Números enteros
  - Números racionales
  - Potencias y radicales
  - Progresiones
  - Polinomios
  - Ecuaciones de primer y segundo grado
  - Sistemas de ecuaciones
- Bloque 3. Medida
  - Funciones y rectas
- Bloque 4. Geometría
  - Cálculo de áreas y volúmenes de geometrías planas
  - Cálculo de áreas y volúmenes de geometrías en 3D
- Bloque 5. Estadística y probabilidad
  - Estadística
  - Probabilidad

Un hecho globalmente aceptado es que todos los estudiantes son capaces de aprender. Sin embargo, no todos tienen las mismas capacidades, por lo que no aprenderán lo mismo, ni de la misma manera.

Schumm (1994), desarrolló el modelo de la Pirámide (figura 10), para facilitar la selección y secuenciación de contenidos en aulas donde la enseñanza multinivel está implantada.

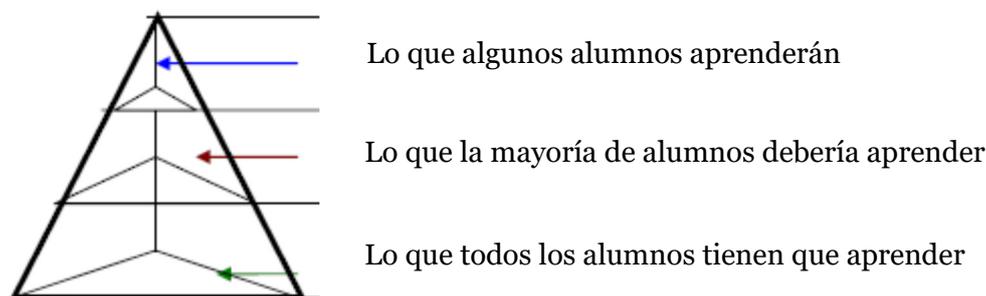


Figura 10. Pirámide de contenidos.

Fuente: Elaboración propia. Información extraída de Schumm, J.S., Vaughn, S, y Leavell, A.G. (1994) "PlanningPyramid"

El primer nivel, consiste en la información esencial del contenido que se espera que aprendan todos los estudiantes. La parte intermedia engloba la información que le sigue en importancia, que corresponde a la que deben lograr la mayoría de los estudiantes, pero probablemente, no todos lo logren. En la parte superior, se halla la información de ampliación, que completa los conceptos básicos y contenidos mínimos y que es más compleja, detallada y extensa y que, por consiguiente, es posible que sólo puedan alcanzar este nivel, un número reducido de estudiantes.

### 3.4 Metodología

Suponiendo que se trata de un centro en el que existen tres grupos por curso, se toma una sesión semanal de la asignatura de matemáticas. Esta sesión debe coincidir en tiempo en todos los grupos de un mismo curso, ya que el agrupamiento durante esta sesión se realizará según lo determinado anteriormente (capacidad y competencia matemática). 3 profesores, se encargarán de impartir clase, uno por nivel.

Por último, al finalizar cada evaluación trimestral, se analizarán los progresos, dificultades y resultados de los alumnos, pudiendo en estos momentos cambiar a los alumnos de grupo teniendo en cuenta sus progresos académicos, su ritmo de trabajo, interés y comportamiento.

Para dotar a la propuesta de la flexibilidad necesaria y poder llevar a cabo cambios de grupos o nivel atendiendo a los avances o dificultades que muestren los alumnos, se considerarán diferentes aspectos:

- Trabajo en el aula
- Comportamiento en el aula
- Rendimiento
- Calificación de las pruebas
- Resultados de actividades y deberes realizados en las sesiones de resolución de problemas

En el apartado 3.5.5.2. Cambios de grupo, se detallan todos los requisitos, condicionantes y características que influirán en los cambios de grupo.

Los ejercicios de problemas, estarán graduados en dificultad según el nivel del grupo al que van dirigidos. Para permitir el intercambio de grupos a lo largo del curso, la graduación de la dificultad se realizará del siguiente modo:

- Grupo A: Comenzarán con ejercicios de una dificultad media, que se irán especializando y aumentará su grado de abstracción a medida que avanza el curso.
- Grupo B: Comenzarán con ejercicios de dificultad media baja, y según avanza el curso, la dificultad de los problemas se asemejará a los planteados en un comienzo en el grupo A.
- Grupo C: Comenzarán con ejercicios de dificultad baja, con enunciados explícitos que poco a poco irán adquiriendo el nivel de los ejercicios con dificultad media del grupo B.

Las sesiones comenzarán con un problema que se resolverá de forma grupal, junto con el profesor. Este ejercicio servirá de muestra para los siguientes que se hayan de realizar. A partir de este primer ejercicio, en todos los niveles, la resolución de los ejercicios combinará el trabajo individual con el trabajo grupal.

Esta combinación de trabajo individual y grupal variará en función de las necesidades de los alumnos. Se prevé un mayor número de ejercicios individuales en el grupo A, donde los alumnos podrán desarrollar la capacidad de autoaprendizaje y, poner en marcha estrategias propias de resolución de problemas. En los grupos B y C, aunque se realizarán con frecuencia ejercicios individuales, serán más los ejercicios

grupales que se realicen. De este modo se pretende lograr una colaboración entre todos los alumnos para que puedan compartir estrategias y cooperar en la resolución de problemas.

Aproximadamente el reparto de trabajo individual y en grupo se realizará siguiendo la siguiente tabla:

Nivel	Ejercicios individuales	Ejercicios grupales
Grupo A	80	20
Grupo B	60	40
Grupo C	50	50

#### 3.4.1 Destinatarios

La propuesta va dirigida a alumnos pertenecientes a los cursos de 3º y 4º de la Educación Secundaria Obligatoria.

#### 3.4.2 Criterios de agrupación

Para formar los grupos de nivel, se plantea realizar una prueba de inicial, que, junto con los resultados de cada alumno en la asignatura de Matemáticas en el curso anterior y los criterios señalados más adelante en este mismo apartado, servirán para establecer los nuevos grupos.

Se plantea establecer la presente estrategia de agrupamientos flexibles multinivel, en una sesión por semana. De este modo, en la programación de todas las aulas de un mismo curso debería coincidir una sesión de matemáticas, para poder reagrupar a los alumnos del mismo curso en función de sus capacidades para las matemáticas.

Se formarán 2, 3 o 4 grupos, dependiendo del número de alumnos en el centro (se plantean unos 20 alumnos por grupo). Tomando como referencia un modelo en el que se formasen 3 grupos, la clasificación sería la siguiente:

- A: Alumnos sin dificultades de aprendizaje en matemáticas que demuestran interés por la asignatura y su expediente recoge buenos resultados de cursos previos. Estos alumnos no demuestran dificultades de aprendizaje.
- B: Alumnos sin necesidades educativas pero que muestran alguna dificultad en la asignatura de matemáticas. Son alumnos con un nivel medio de dificultad.

- C: Alumnos con grandes dificultades en la asignatura de matemáticas o alumnos con necesidades educativas especiales.

El grupo A, será por consecuente el más numeroso, teniendo el grupo B un menor número de alumnos y el C, el más reducido. De este modo, se logrará un mayor rendimiento y avance de los alumnos, ya que se podrá ofrecer una atención más individualizada.

Para formar los grupos se tendrán en consideración los siguientes datos:

- 3º de la ESO:
  - o Calificación en Matemáticas en 2º de la ESO
  - o Resultado de la prueba de nivel
- 4º de la ESO:
  - o Nivel cursado en 3º de la ESO
  - o Calificación obtenida en 3º de la ESO
  - o Resultado de la prueba de nivel

Este modo de clasificación, permite tener como resultado grupos con cierta homogeneidad. Esto favorece la motivación de los alumnos, ya que se pueden adaptar los contenidos en función a la capacidad de aprendizaje, ya que se crean grupos de alumnos con características similares, pudiendo de este modo lograr un aprendizaje significativo con mayor sencillez.

### 3.4.3 Actividades

Para esta propuesta educativa orientada a potenciar las capacidades de cada alumno en el área de las matemáticas, más concretamente en la resolución de problemas, se han diseñado una serie de actividades como ejemplo de cada bloque.

Los profesores y miembros el departamento de matemáticas, planificarán semanalmente los contenidos a trabajar durante las sesiones semanales. En estas reuniones se acordará la temporalización de los contenidos, para así, de este modo, en la sesión destinada a la resolución de problemas, se puedan trabajar y plantear problemas en relación con los nuevos contenidos estudiados.

La diferencia entre los niveles propuestos reside en el planteamiento de problemas. Es decir, aunque todos los problemas estén planteados para trabajar el área o bloque de la asignatura que se está estudiando, el grado de abstracción del planteamiento del

problema, la redacción del enunciado, y los datos de partida, variarán dependiendo de las capacidades y características de los alumnos del grupo.

#### 3.4.3.1 Ejemplos de actividades

Para facilitar la comprensión de la propuesta que se plantea, a continuación, se muestran ejemplos de actividades que tienen como objeto trabajar cada uno de los bloques que conforman la asignatura.

A continuación, se presenta un ejemplo relativo a cada bloque de la asignatura (figuras 11-14). Cada ejercicio cuenta con tres propuestas del mismo problema, con una graduación en la dificultad que depende del nivel del grupo al cual se destina.

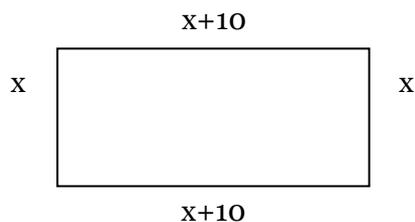
*Ejemplo 1. BLOQUE II: Números y álgebra***GRUPO A**

*En un jardín rectangular, su perímetro es de 68 metros. Si el lado mayor mide 10 metros más que el lado menor. ¿Cuánto miden los lados del jardín?*

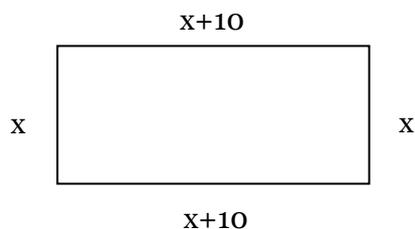
*Dibuja el esquema y justifica la respuesta a la pregunta.*

**GRUPO B**

*En un jardín rectangular, la suma de todos sus lados da 68 metros. Si el lado mayor mide 10 metros más que el lado menor. ¿Cuánto miden los lados del jardín? Justifica la respuesta a la pregunta.*

**GRUPO C**

*En un jardín rectangular, la suma de todos sus lados da 68 metros. El lado mayor mide  $(x+10)$  metros y el lado menor mide  $x$  metros. ¿Cuánto miden los lados del jardín si sabemos que el perímetro es la suma de todos los lados? Justifica la respuesta a la pregunta.*



*Figura 11. Modelo de problema del Bloque II: Números y álgebra.  
Fuente: Elaboración propia.*

*Ejemplo 2. BLOQUE III: Funciones*

**GRUPO A**

*Pedro ha comprado un coche y ha pagado por él, 19.500 €. El coche se deprecia un 20% cada año. Al cabo de un tiempo decide venderlo y le dan 5200 €.*

*¿Cuántos años han pasado? Dibuja la gráfica y halla la respuesta a la pregunta.*

**GRUPO B**

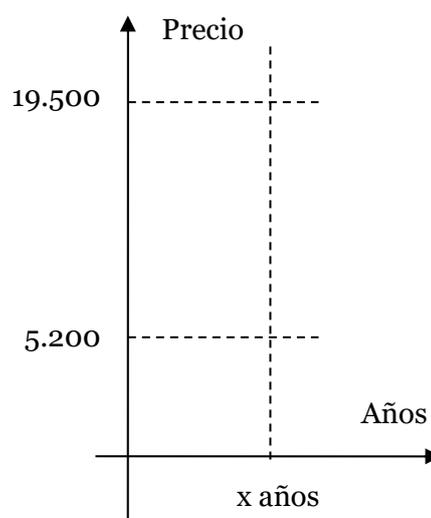
*Pedro ha comprado un coche y ha pagado por él, 19.500 €. El coche se deprecia un 20% cada año. Al cabo de un tiempo decide venderlo y le dan 5200 €. ¿Cuántos años han pasado?*

*Completa la tabla y haz la gráfica que refleje los puntos de la tabla. Después, encuentra el punto de la gráfica cuya ordenada valga 5200.*

AÑOS	1 año	2 años	3 años	4 años	5 años	6 años	7 años	8 años
DEVALUACIÓN								
PRECIO	- €							

**GRUPO C**

*Pedro ha comprado un coche y ha pagado por él, 19.500 €. El coche se deprecia un 20% cada año. Al cabo de un tiempo decide venderlo y le dan 5200 €. ¿Cuántos años han pasado?*



Completa la tabla y haz la gráfica que refleje los puntos de la tabla. Después, encuentra el punto de la gráfica cuya ordenada valga 5200.

AÑOS	1 año	2 años	3 años	4 años	5 años	6 años	7 años	8 años
DEVALUACIÓN	$19.500 \times 0,8$	$19.500 \times 0,8 \times 0,8$						
PRECIO	15.600€	- €	- €	- €	- €	- €	- €	- €

Figura 12. Modelo de problema para el Bloque III: Funciones. Fuente: Elaboración propia.

Ejemplo 3. BLOQUE VI: Geometría

GRUPO A

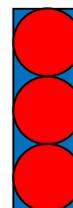
Marta tiene un bote cilíndrico donde recoge sus pelotas de tenis. Este cilindro, con una altura de 27cm, es lo suficientemente alto como para acoger 3 pelotas y su anchura se corresponde al diámetro de una pelota (entran 3 pelotas justas).

¿Cuál es el volumen del bote? ¿Cuánto espacio ocupan las pelotas? ¿Cuánto espacio queda libre?

Dibuja el esquema y halla y justifica las respuestas a las preguntas.

GRUPO B

Marta tiene un bote cilíndrico donde recoge sus pelotas de tenis. Este cilindro, con una altura de 27cm, es lo suficientemente alto como para acoger 3 pelotas y su anchura se corresponde al diámetro de una pelota (entran 3 pelotas justas).

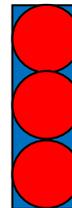


¿Cuál es el volumen del bote? ¿Cuánto espacio ocupan las pelotas?

Halla y justifica las respuestas a las preguntas.

## BRUPO C

Marta tiene un bote cilíndrico donde recoge sus pelotas de tenis. Este cilindro, con una altura de 27cm, es lo suficientemente alto como para acoger 3 pelotas y su anchura se corresponde al diámetro de una pelota (entran 3 pelotas justas).



¿Cuál es el volumen del bote si podemos calcular el volumen de un cilindro multiplicando su altura por el área de su base?

¿Cuánto espacio ocupan las pelotas si son volúmenes

esféricos? (Volumen de la esfera =  $\frac{4\pi R^3}{3}$ )

Halla y justifica las respuestas a las preguntas.

Figura 13. Modelo de problema para el Bloque IV: Geometría.  
 Fuente: Elaboración propia.

## Ejemplo 4. BLOQUE V: Probabilidad y estadística

## GRUPO A

En un colegio hay matriculados 2200 alumnos que se distribuyen por edades en la forma siguiente: 215 de 14 años, 437 de 15, 421 de 16, 396 de 17, 512 de 18, 124 de 19 y 95 de 20.

Haz la tabla de distribución y representa los datos gráficamente en un diagrama de barras. A continuación, encuentra los siguientes valores:

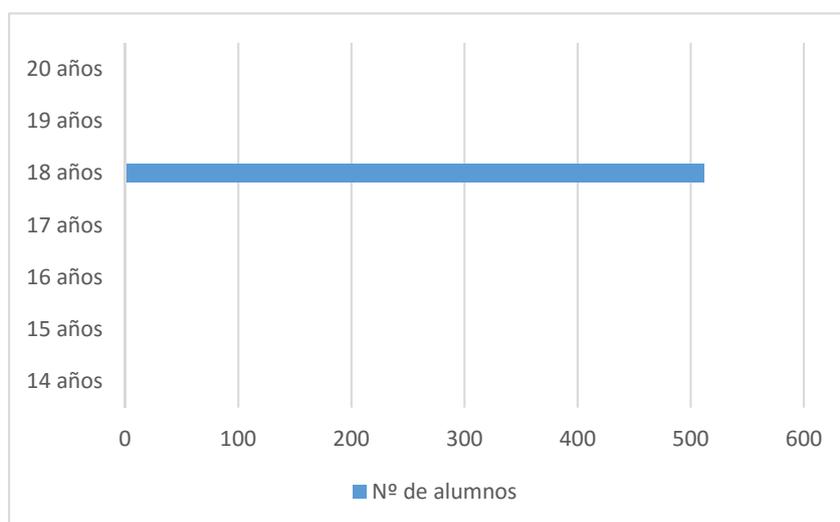
- La media de edad de los alumnos
- La varianza de la variable para los valores descritos en la tabla

## GRUPO B

En un colegio hay matriculados 2200 alumnos que se distribuyen por edades en la forma siguiente:

Edad	14	15	16	17	18	19	20
Nº de Alumnos	215	437	421	396	512	124	95

Representa los datos que faltan gráficamente en un diagrama de barras.

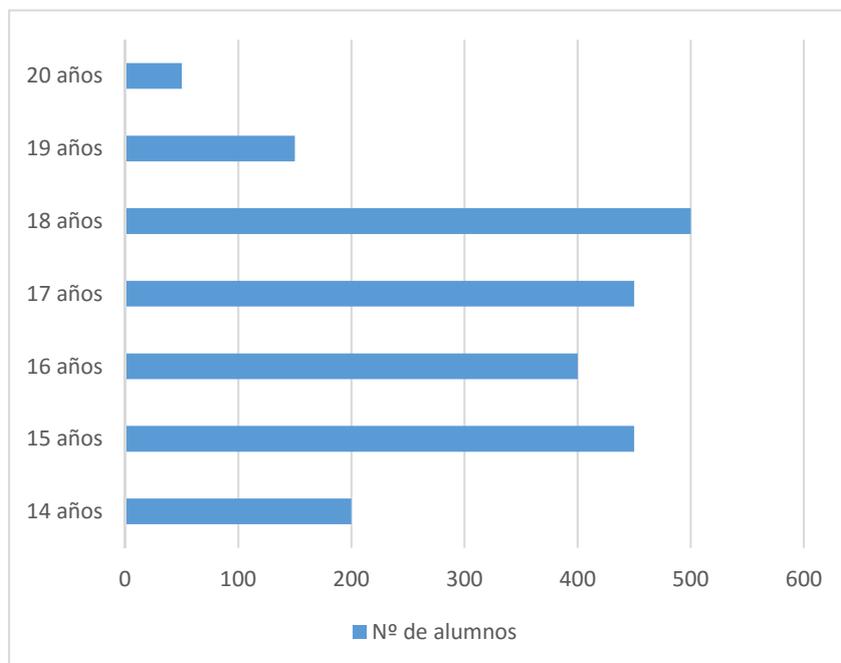


A continuación, encuentra los siguientes valores:

- La media de edad de los alumnos
- La varianza de la variable para los valores descritos en la tabla

**GRUPO C**

*En un colegio los alumnos se distribuyen por edades de la forma siguiente:*



Edad	14	15	16	17	18	19	20
Nº de Alumnos	200			450			50

*Rellena los huecos de la tabla obteniendo los datos del diagrama de barras.*

*¿Cuántos alumnos hay en el centro?*

*¿Cuál es la media de edad de los alumnos matriculados?*

*Figura 14. Modelo de problema para el Bloque V: Probabilidad y estadística. Fuente: Elaboración propia.*

### 3.4.4 Cronograma actividades

Según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, los bloques que se han de trabajar en matemáticas se dividen del siguiente modo:

- Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas  
(Bloque transversal: Se trabaja a lo largo de todo el curso escolar).
- Bloque 2. Números
  - Números enteros
  - Números racionales
  - Potencias y radicales
  - Progresiones
  - Polinomios
  - Ecuaciones de primer y segundo grado
  - Sistemas de ecuaciones
- Bloque 3. Medida
  - Funciones y rectas
- Bloque 4. Geometría
  - Cálculo de áreas y volúmenes de geometrías planas
  - Cálculo de áreas y volúmenes de geometrías en 3D
- Bloque 5. Estadística y probabilidad
  - Estadística
  - Probabilidad

□ Primer trimestre

□ Segundo Trimestre

□ Tercer trimestre

El reparto y temporalización de sesiones destinadas a cada apartado se realizará del siguiente modo:

Según lo estipulado por la legislación vigente, el número aproximado de sesiones de matemáticas para los cursos de 3º y 4º de la ESO es de 152 (el cálculo se ha realizado para un supuesto de la comunidad autónoma del País Vasco en base a los señalado en el estudio comparativo de los calendarios escolares del curso 2014-2015 en las comunidades autónomas realizado por el gabinete técnico de UGT).

Por tanto, teniendo en cuenta que se planifican 4 sesiones semanales de matemáticas, las sesiones destinadas a la resolución de problemas en agrupamientos flexibles multiniveles suman un total de 38.

Las sesiones de resolución de problemas se repartirán del siguiente modo atendiendo a los bloques de contenidos:

1º trimestre

- Bloque 2. Números
  - Números enteros \_\_\_\_\_ 3 sesiones
  - Números racionales \_\_\_\_\_ 3 sesiones
  - Potencias y radicales \_\_\_\_\_ 2 sesiones
  - Progresiones \_\_\_\_\_ 2 sesiones
  - Polinomios \_\_\_\_\_ 3 sesiones

2º trimestre

- Bloque 2. Números
  - Ecuaciones de primer y segundo grado \_\_\_\_\_ 5 sesiones
  - Sistemas de ecuaciones \_\_\_\_\_ 4 sesiones
- Bloque 3. Medida
  - Funciones y rectas \_\_\_\_\_ 4 sesiones

3º trimestre

- Bloque 4. Geometría
  - Cálculo de áreas y volúmenes de geometrías planas \_\_ 3 sesiones
  - Cálculo de áreas y volúmenes de geometrías en 3D \_\_ 3 sesiones
- Bloque 5. Estadística y probabilidad
  - Estadística \_\_\_\_\_ 3 sesiones
  - Probabilidad \_\_\_\_\_ 3 sesiones

TOTAL \_\_\_\_\_ **38 sesiones**

### 3.4.5 Evaluación

Se propone realizar la evaluación de los alumnos de los diferentes niveles, de acuerdo a los mismos criterios de evaluación. Es decir, todos los alumnos, independientemente del nivel al que pertenezcan en los agrupamientos flexibles para la resolución de problemas, realizarían la misma prueba de examen. No se prevé realizar un examen específico para medir la competencia de los alumnos en la resolución de problemas, si no que se entienden estas actividades, como actividades de ampliación o refuerzo y se valora sobre todo su utilidad a la hora de establecer relaciones con la vida cotidiana.

Para evaluar el avance de los alumnos en la resolución de problemas, se recogerán las actividades de resolución de problemas que se realicen durante la sesión semanal. Estos ejercicios, alternarán el trabajo individual con el grupal, con el fin de trabajar el autoaprendizaje y combinarlo también con ejercicios grupales en los que los alumnos podrán cooperar y compartir estrategias.

La calificación global de la asignatura estará compuesta por una nota de evaluación continua que se obtendrá mediante la recogida de datos a lo largo del curso:

- Actitud y participación en el aula \_\_\_\_\_ 10%
- Deberes y actividades \_\_\_\_\_ 20%
- Actividades de resolución de problemas \_\_\_\_\_ 15%
- Examen parcial \_\_\_\_\_ 15%
- Examen final \_\_\_\_\_ 40%

#### 3.4.5.1 Examen

Los exámenes, se realizarán en el aula ordinaria, es decir, no se realizarán pruebas específicas en las agrupaciones flexibles y la sesión destinada a la resolución de problemas.

Los exámenes, tanto las pruebas parciales como las finales, constarán de dos apartados. Un primer apartado (A), valorado en 6 puntos, dónde se podrá obtener una calificación máxima de 5 puntos (hay un punto extra). La segunda parte (B), valorada en 5 puntos, sólo será corregida en el caso de que el alumno haya superado la primera parte. Este apartado del examen constará de una mayor dificultad.

El apartado A, tiene como objetivo evaluar que los alumnos han aprendido los contenidos básicos definidos para cada unidad. La parte B, sin embargo, será a priori más asequible para aquellos alumnos pertenecientes al nivel alto. Esto no significa que los alumnos pertenecientes a los grupos de nivel B o C no sean capaces de realizar los ejercicios propuestos en el segundo apartado del examen.

Con esta tipología de examen, se muestra una medida de atención a la diversidad, que evalúa tanto los contenidos mínimos, como una mayor destreza que puedan mostrar algunos alumnos.

#### 3.4.5.2 Cambios de grupo

Para que esta metodología de agrupamientos flexibles, sea realmente una medida de atención a la diversidad y personalización de la enseñanza, es necesaria dotar a los grupos de cierta flexibilidad. Para esto, se valorarán los siguientes aspectos para estudiar los posibles cambios de grupo:

- Trabajo en el aula
- Comportamiento en el aula
- Rendimiento
- Calificación de las pruebas
- Resultados de actividades y deberes realizados en las sesiones de resolución de problemas

Atendiendo a estos 5 criterios, los cambios de alumnos a niveles superiores o inferiores, se realizarán en los cambios de trimestre. Se prevé, que, en el periodo de transición entre la primera y la segunda evaluación, sucedan el mayor número de cambios.

Estos cambios, se estudiarán individualmente, prestando atención a las características y situación de cada alumno, ya que la alteración de los grupos puede afectar en los resultados de los alumnos. Es decir, en el supuesto de un alumno del grupo “B” (medio), que no muestra dificultades, podría considerarse subirle al grupo A, sin embargo, el cambio de grupo y metodología, podrían ser perjudiciales afectando en sus resultados. Por ello, se podría considerar la opción de mantener al alumno en el mismo nivel durante el curso vigente y dejar constancia de que cara al siguiente curso escolar, ese alumno optaría a promocionar en un nivel superior. De este modo, el



5) ¿Estás satisfecho/a de la formación matemática general recibida hasta este momento? (Valora de 1 a 10 siendo 1 la mínima calificación y 10 el mayor grado de satisfacción)

1      2      3      4      5      6      7      8      9      10

---

6) ¿En qué agrupamiento flexible has estado durante más tiempo? Indica el tiempo.

7) ¿Crees que el grupo en el que se te ha asignado ha sido el más adecuado a tus capacidades? ¿Por qué?

Una vez recogidas las encuestas, se analizarán los resultados, pudiendo lograr estadísticas de la acogida de la propuesta en diferentes grupos.

### 3.5 Resultados previstos y análisis

Con esta propuesta de enseñanza multinivel, se pretende que, mediante tareas graduadas en función de las capacidades de cada estudiante o grupo, el proceso de aprendizaje, se adapte a las aptitudes de los alumnos y de este modo, los mismos alumnos perciban este proceso de enseñanza – aprendizaje, como una tarea más motivadora.

Esta graduación de los niveles de dificultad, permitirá a los alumnos de cada nivel lograr unos objetivos con éxito, estimulando así su curiosidad e interés por la asignatura y la resolución de problemas en concreto, al verse capaces de resolver y superar retos a su alcance.

Con esto, se prevé que los resultados de calificación de la asignatura de Matemáticas, mejoren, aumentando de este modo el porcentaje de aprobados.

La medida de agrupamientos flexibles multiniveles que se propone, espera lograr un alto porcentaje de satisfacción del alumno. La personalización de la enseñanza, así como el esfuerzo del centro y el equipo docente por favorecer el aprendizaje de los alumnos ofreciendo una atención más individualizada, espera ser valorada muy positivamente por parte de los alumnos.

Se espera una buena acogida de la propuesta de agrupamientos multiniveles por parte de las familias. Las familias verán como el rendimiento de sus hijos en la asignatura de matemáticas, aumenta ya que reciben una educación más personalizada en función de sus capacidades. En el caso de que esta propuesta no tenga buena acogida por algunas familias por la “clasificación” de alumnos que supone. Sin embargo, este tipo de agrupamientos queda justificado por una mejor atención a la diversidad del aula. Además, tanto la programación como los contenidos mínimos y los objetivos a lograr, serán iguales para todos los alumnos, y lo que varía en función del nivel, son las estrategias y los contenidos de ampliación.

El grupo docente, más concretamente los profesores del departamento de matemáticas, deben participar activamente en esta propuesta para asegurar la efectividad de la misma. Esto implica una gran labor de cooperación entre profesores de la asignatura al tener que coordinar semanalmente una sesión conjunta entre todos los cursos de una misma aula.

Sin embargo, son muchas las ventajas que supone esta propuesta ya que se prevé que se dé una mejora notable de los resultados académicos de la asignatura, aumente el interés, la autoconfianza y autoestima de los estudiantes y mejore el clima del aula entre otras ventajas.

## 4. Conclusiones

En base a los objetivos marcados, la presente propuesta de agrupamientos flexibles multiniveles para resolución de problemas de matemáticas en la ESO, resuelve de una manera eficaz el tratamiento a la diversidad de los alumnos en cuanto a las dificultades que suponen los ejercicios de resolución de problemas, ofreciendo una metodología personalizada y adaptada a las capacidades de los estudiantes.

Los agrupamientos flexibles son una metodología realmente eficaz para atender a la diversidad y ofrecer una educación personalizada de acuerdo a las características de los alumnos o el aula. Para que esta metodología sea eficaz, ha de ser previamente programada y planificada y exige un alto nivel de coordinación entre miembros del departamento correspondiente.

Otro de los objetivos buscados mediante esta metodología propuesta, es el de solucionar el bajo rendimiento de los estudiantes de la ESO en la asignatura de matemáticas. Mediante las agrupaciones flexibles, se logra lo que últimamente supone uno de los objetivos más perseguidos por las reformas educativas: enseñar a los alumnos que “aprendan a aprender”. Este objetivo, está muy ligado con uno de los objetivos señalados que es la motivación y grado de interés de los alumnos. Mediante la presente propuesta, se busca que los alumnos vean progresos en su aprendizaje, reforzando de este modo su autoestima y aumentando su motivación para con la asignatura.

Las agrupaciones flexibles multiniveles, como la mayoría de medidas para atender la diversidad, ofrece ventajas e inconvenientes, que han de ser contempladas para que actúen en beneficio del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Una de las claves de esta medida, reside en una detallada planificación previa. Estos agrupamientos multiniveles, se caracterizan por la flexibilidad que ofrecen, y para que esta flexibilidad sea real, hace falta que los grupos creados a comienzo de curso no sean fijos y que exista la posibilidad de que los alumnos suban o bajen de grupo, según unos criterios previamente definidos. Para que estos cambios puedan realizarse con eficacia, debe existir una cuidada programación que establezca los objetivos mínimos, gradúe la dificultad de los problemas en función del nivel del grupo, y enumere los criterios para el cambio de grupo.

Uno de los inconvenientes de esta propuesta a minimizar o evitar, es el carácter clasificatorio de la misma. Para ello, es un requisito fundamental cuidar la terminología y la nomenclatura que se emplea para definir los grupos. Es decir, aunque estos grupos se formen atendiendo a las capacidades de los alumnos, creando los niveles A - alto, B - medio y C - bajo, es importante subrayar tanto a los alumnos como a las familias, otra nomenclatura que evite desprecios y evitar de este modo burdas clasificaciones de “listos” y “tontos”.

Otra de las claves de esta propuesta, es disminuir la ratio de alumnos por aula para las sesiones de resolución de problemas. Debido a la dificultad intrínseca de la asignatura, y más incluso en el caso de actividades de resolución de problemas, es necesaria una atención más individualizada, que se consigue gracias a este tipo de agrupamientos.

Por último, cabe destacar la importancia de considerar las ventajas que suponen los agrupamientos flexibles multinivel para la asignatura de matemáticas debido a las dificultades intrínsecas que conlleva. La posibilidad de proporcionar una enseñanza más personalizada que permita atender a la diversidad del aula y los alumnos y que favorezca el aprendizaje significativo de los alumnos, convierte esta medida, en una opción a considerar para lograr un nuevo y más eficaz modelo de educación.

## 5. Limitaciones y prospectiva

En cuanto a inconvenientes, la principal limitación ha sido en no poder haber puesto en práctica la propuesta diseñada. El margen de tiempo determinado para elaborar el presente trabajo, no ha sido suficiente para poder ensayar y recoger resultados sobre la propuesta.

Otra de las limitaciones con las que ha de enfrentarse esta metodología de agrupamientos flexibles multiniveles, es a la organización de horarios escolares que ésta requiere. Es decir, la coordinación de los horarios, ha de ser cuidadosamente planificada, ya que todas las aulas de un mismo curso han de coincidir en una sesión semanal para poder llevar a cabo esta reagrupación por niveles.

Los agrupamientos flexibles pueden realizarse en función de diferentes criterios. Realizar agrupamientos homogéneos atendiendo a las capacidades, intereses y motivaciones de los alumnos, es sólo una de las posibilidades que ofrece este tipo de medida.

Partiendo de la presente investigación, se propone continuar esta línea de investigación estudiando más casos reales dónde se muestren resultados de la aplicación de esta metodología, para así, de este modo, poder realizar una comparativa más completa. Una cuestión a considerar en este tipo de medidas, es que, aunque los diferentes grupos trabajen con actividades diferentes, los objetivos a lograr y la consecución de unos conocimientos mínimos, ha de quedar garantizada en todo caso.

Otra posibilidad que se plantea a raíz de este trabajo, es la de realizar agrupamientos en función de los intereses de los alumnos. Es decir, los estudiantes se agruparían según sus motivaciones por diferentes temáticas, y los profesores planificarían y supervisarían el trabajo de estos grupos sobre diferentes áreas. Esta medida, si bien implica más trabajo por parte del equipo docente, se lograría un aprendizaje más significativo ya que aumentaría la motivación de los estudiantes.

A continuación, se señalan diferentes líneas futuras de investigación que enriquecerían el estudio de los agrupamientos flexibles:

- Puesta en marcha de la propuesta y recogida y análisis de los resultados obtenidos en el periodo de un curso para posterior comparativa con los resultados obtenidos en cursos anteriores en los que no se empleaba la metodología de agrupamientos flexibles multiniveles.

- Estudiar las adaptaciones curriculares como medida complementaria a los agrupamientos flexibles.
- Realizar una investigación a lo largo del tiempo (al menos 3 cursos escolares), sobre la aplicación de metodologías de agrupamientos flexibles para matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria.

Para el desarrollo del presente trabajo, se han tenido que afrontar diferentes dificultades y limitaciones, como la escasez de ejemplos prácticos similares a la metodología propuesta. Es por ello, que no se ofrecen datos comparativos que reflejen los resultados prácticos de la misma.

La falta de tiempo para estudiar en detalle las dificultades en la asignatura de matemáticas y encontrar el origen de estas dificultades, ha impedido profundizar en esta rama de la investigación, que, sin ninguna duda, hubiese enriquecido sustancialmente el presente trabajo.

## 6. Referencias bibliográficas

- Alsina i Pastells, A. (2008). *Matemática Inclusiva: Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Ayuso, M. (2015), Sistema educativo y ocho ideas para hacerlo mejor. *El Confidencial*. Recuperado en 11 de febrero de 2015. Recuperado de [http://www.elconfidencial.com/alma-corazon-vida/2015-01-08/el-gran-error-que-cometemos-al-ensenar-matematicas-y-8-ideas-para-mejorar-su-aprendizaje\\_599881/](http://www.elconfidencial.com/alma-corazon-vida/2015-01-08/el-gran-error-que-cometemos-al-ensenar-matematicas-y-8-ideas-para-mejorar-su-aprendizaje_599881/)
- Carrillo Siles, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. *Revista Innovación y experiencias educativas*, (16). Recuperado el 17 de febrero de 2016 de: [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_16/BEATRIZ\\_CARILLO\\_2.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARILLO_2.pdf)
- Feito, R. (2003). La enseñanza en grupos homogéneos y heterogéneos. *Sociologia d l'educació: cultura i pràctica escolar: les reformes actuals*, 713-724- Recuperado el 08 de febrero de 2016, en <http://nodo50.org/movicaliedu/feiohomoheterogeneo.htm>
- Gómez Chacón, I. M. (2005). Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas. *Publicado en: Matemáticas: PISA en la práctica. Curso de formación de profesores*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- González, M. T. (2002). Agrupamientos de alumnos e itinerarios escolares: Cuando las apariencias engañan. *Educación*, 29, 167-182. Recuperado el 07 de febrero de 2016, en [www.uab.cat/pub/educar/0211819Xn29p167.pdf](http://www.uab.cat/pub/educar/0211819Xn29p167.pdf)
- Herdero, E. S. (2013). *Formación del profesorado para atención a la diversidad*. Madrid: Ed. Universidad Alcalá de Henares.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín oficial del Estado, 4 de mayo de 2006, n106, 17158 - 17207

- Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (2013). Boletín oficial del Estado núm. 295, de 10 de diciembre de 2013, páginas 97858 a 97921 Recuperada el 1 de febrero de 2016, de:  
<http://www.csif.cat/ensenyament/attachments/article/336/ValoracionCSIFLOMCE18-10-2012.pdf>
- Martín, E (2011). *Orientación Educativa: Atención a la diversidad y educación inclusiva*. Barcelona: Ed. Grao.
- Medina González, R. (2004). *Agrupamientos flexibles. Una perspectiva desde la diversidad*. Junta de Andalucía. Recuperado el 10 de febrero de 2016 desde:  
<http://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/438/00120081000739.pdf?sequence=1>
- Montero, C., Ames, P., Cabrera, Z., Chirinos, A., Fernández Dávila M., León, E., (2002) *Propuesta metodológica para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje en el aula multigrado*. FIMART S.A.C. Ministerio de Educación de Perú, 2002.
- Molero, M. y Salvador, A. (2010). *Resolución de problemas. Estrategias heurísticas*. Universidad de Caminos de Madrid. Madrid, 2010. Recuperado el 1 de marzo de 2016 de  
<http://www2.caminos.upm.es/.../PIE/.../ESTRATEGIAS%20HEURÍSTICAS.pdf>
- Moreno Hidalgo, M. I., (2015). *Educación secundaria obligatoria LOMCE*. Calendario de implantación Cursos primero y tercero. – 2015-2016. Cursos segundo y cuarto. Recuperado el 20 de febrero de 2016 de  
<http://slideplayer.es/slide/8263604/>
- Ortega López, I. (2010). Los agrupamientos flexibles intranivel como medida de atención a la diversidad. *Revista digital para profesionales de la enseñanza 11*. Recuperado el 22 de febrero de 2016 desde:  
<http://www2.fe.ccoo.es/andalucia/docu/p5sd7537.pdf>

- Portillo Suárez, S. (2011). Una medida de atención a la diversidad en los centros educativos: los agrupamientos flexibles. *Revista digital de educación*, 44, 55-61. Recuperado el 11 de febrero de 2016, en [http://www.ecoem.es/administracion/revista/87d\\_mundo-educativo-44.pdf](http://www.ecoem.es/administracion/revista/87d_mundo-educativo-44.pdf)
- Pujolás, P., (2002), *Enseñar juntos a alumnos diferentes. La atención a la diversidad y la calidad en educación*. Universidad de Vic. Zaragoza, 2002.
- Ramos Alcázar, M. y Martínez López, F. J. (2010). El agrupamiento flexible: Un marco organizativo como medio para la atención a la diversidad en la educación secundaria obligatoria. *Espiral, Cuadernos de profesorado*, 3, 65-72. Recuperado el 11 de febrero de 2016, en <http://www.portaleducativo.educantabria.es/binary/5/files602/Recursos/Docs/transicion.pdf>
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado, 5 de enero de 2007, n5, 677 - 773
- Romero, L. R. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado*, 8 (1), 1-10. Recuperado de <http://www.ugr.es/~recfpro/rev81ART2.pdf>
- Schumm, J.S, Schumm, G.E. (1999). *The reading tutor's hadbook: A common sense guide to helping students read and writes*. Minneapolis: Free Spirit Publishing.
- Schumm, J.S., Vaughn, S, y Leavell, A.G. (1994) *Planning Pyramid: A framework for planning for diverse students' needs during content instruction*. *The Reading Teacher*, 47, 608-615.
- Toledo, J. M. El blog de Juan Manuel Toledo. *Matemáticas (LOMCE)*. Recuperado el 16 de febrero de 2016, en <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/jtolsan/primaria/60-de-primaria/matematicas-lomce/>