



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Trabajo fin de máster

Máster universitario en formación del profesorado en educación secundaria

Utilización del programa *Cabri 3D* como herramienta didáctica para la enseñanza de Geometría en 2º de ESO

Presentado por: Noelia Martín García

Línea de investigación: Métodos Pedagógicos (Matemáticas)

Recursos Educativos (TIC)

Director/a: Pedro Aurelio Viñuela Villa

Especialidad: Matemáticas

Ciudad: Madrid

Fecha: 25 de Octubre de 2013

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS	4
ÍNDICE DE FIGURAS	4
ÍNDICE DE GRÁFICAS	5
RESUMEN	6
ABSTRACT	6
1. INTRODUCCION	7
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	9
2.1. OBJETIVOS	10
2.1.1. Objetivo general.....	10
2.1.2. Objetivos específicos	10
2.2. METODOLOGÍA.....	11
2.2.1. Investigación bibliográfica y estudio de campo.	11
2.2.2. Fases de elaboración del trabajo	11
3. JUSTIFICACIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA	13
4. MARCO TEÓRICO	15
4.1. Las Matemáticas en la Legislación	15
4.1.1. Real Decreto 1631/2006, el Decreto 23/2007 y la LOE.....	15
4.1.2. Proyecto de Ley LOMCE.....	18
4.1.3. Contenidos del Bloque de Geometría en 2º de la ESO.....	19
4.2. La enseñanza de Matemáticas	20
4.2.1. Informe PISA.....	20
4.2.2. Informe TIMSS.....	21
4.2.3. Informe <i>Education at a Glance</i>	22
4.3. Problemas en la enseñanza de Geometría	24
4.4. Las TIC en la educación	26
4.4.1. Ventajas del uso de las TIC.....	26
4.4.2. Dificultades en el uso de las TIC.....	28
4.4.3. Uso de las TIC en geometría.....	30
4.5. Utilización de <i>Cabri</i> para la enseñanza de geometría	32
4.5.1. CABRI II PLUS 1.4. y la enseñanza de geometría plana.	35
4.5.2. CABRI 3D para la enseñanza de geometría tridimensional.....	38
5. ESTUDIO DE CAMPO.....	41
5.1. Introducción	41

5.2.	Justificación	41
5.3.	Metodología	41
5.4.	Análisis de los resultados obtenidos.....	46
5.4.1.	Análisis de las dificultades que presentan los alumnos frente a la asignatura de Matemáticas	46
5.4.2.	Análisis de las dificultades conocidas por los docentes que tienen los alumnos frente al bloque de geometría.....	47
5.4.3.	La necesidad de cambio en la metodología empleada en la enseñanza de geometría y la idoneidad del uso de las TIC.....	48
5.4.4.	Empleo de las TIC en el aula para la enseñanza.....	50
5.4.5.	Grado de conocimientos del profesorado con respecto las TIC, en particular sobre el programa <i>Cabri</i>	51
5.5.	Conclusiones del Estudio de Campo.....	53
6.	PROPUESTA PRACTICA: EMPLEO DEL SOFTWARE CABRI 3D	56
6.1.	Introducción	56
6.2.	Destinatarios.....	56
6.3.	Propuesta didáctica.....	56
6.4.	Metodología	57
6.4.1.	Recursos	57
6.4.2.	Objetivos.....	57
6.4.3.	Actividades	57
6.5.	Desarrollo de la propuesta.....	58
6.5.1.	Competencias básicas.....	58
6.5.2.	Desarrollo de actividades	59
7.	APORTACIONES	67
8.	DISCUSION.....	68
9.	CONCLUSIONES	69
10.	LIMITACIONES DEL TRABAJO	72
11.	LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS.....	73
12.	BIBLIOGRAFIA	74
12.1.	Referencias bibliografías	74
12.2.	Bibliografía complementaria	78
13.	ANEXO 1: CUESTIONARIO	80

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla N° 1. Comparación de los contenidos en el bloque de geometría.	19
Tabla N° 2. Ventajas en el uso de las TIC.....	27
Tabla N° 3. Ventajas en el uso de las TIC frente a la metodología tradicional	27
Tabla N° 4. Características de los programas de geometría dinámica	32
Tabla N° 5. Precios de Licencia de <i>Cabri II Plus</i> y <i>Cabri 3D</i>	33
Tabla N° 6. Características principales del software <i>Cabri</i>	34
Tabla N° 7. Despliegue de la barra de herramientas del programa <i>Cabri 3D</i>	39
Tabla N° 8. Justificación de la estructura y preguntas del cuestionario	43
Tabla N° 9. Competencias básicas desarrolladas en la propuesta didáctica	58
Tabla N° 10. Sesión N°1 de la propuesta didáctica empleando <i>Cabri3D</i>	59
Tabla N° 11. Sesión N°2 de la propuesta didáctica empleando <i>Cabri3D</i>	62

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura N° 1. Comparación de resultados españoles con promedio OCDE	21
Figura N° 2. Porcentajes de alumnos por niveles TIMSS-matemáticas, ordenados por nivel muy bajo	22
Figura N° 3. Porcentaje de horas de clase por asignatura sobre el total del currículum, edad 12-14 años.....	23
Figura N° 4. Ratio alumnos/profesor en Educación Secundaria en instituciones públicas	23
Figura N° 5. Rendimiento del alumnado en Competencia Matemática	24
Figura N° 6. Comparación entre los diferentes programas de geometría dinámica	31
Figura N° 7. Ventana principal de la aplicación de <i>Cabri II Plus 1.4</i>	35
Figura N° 8. Barra de Herramientas de <i>Cabri II Plus 1.4</i>	35
Figura N° 9. Herramientas de construcción en <i>Cabri II Plus 1.4</i>	36
Figura N° 10 . Tabla de atributos de <i>Cabri</i>	37
Figura N° 11. Ejemplo de Construcción realizada con <i>Cabri II Plus</i>	37
Figura N° 12. Ejemplo de construcción con <i>Cabri 3D</i>	39
Figura N° 13. Barra de Herramientas <i>Cabri 3D</i>	39
Figura N° 14. Sesión N°1 Paso N°1 de la actividad de la propuesta didáctica.....	59
Figura N° 15. Sesión N°1 Paso N°2 de la actividad de la propuesta didáctica.	60
Figura N° 16. Sesión N°1 Paso N°2 de la actividad de la propuesta didáctica.	60
Figura N° 17. Sesión N°1 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica.....	61

Figura N° 18. Sesión N°1 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica.	62
Figura N° 19. Sesión N°1 Paso N°4 de la actividad de la propuesta didáctica.	63
Figura N° 20. Sesión N°2 Paso N°1 de la actividad de la propuesta didáctica.....	63
Figura N° 21. Sesión N°2 Paso N°2 de la actividad de la propuesta didáctica.....	63
Figura N° 22. Sesión N°2 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica.	64
Figura N° 23. Sesión N°2 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica.	64
Figura N° 24. Sesión N°2 Paso N°5 de la actividad de la propuesta didáctica.....	65
Figura N° 25. Sesión N°2 Paso N°6 de la actividad de la propuesta didáctica.	65
Figura N° 26. Sesión N°2 Paso N°7 de la actividad de la propuesta didáctica.....	66
Figura N° 27. Sesión N°2 Paso N°7 de la actividad de la propuesta didáctica.....	66

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica N° 1. Áreas de mayor dificultad en la asignatura de Matemáticas, según los docentes entrevistados.....	46
Gráfica N° 2. Dificultades observadas a los alumnos frente al aprendizaje de las Matemáticas, según los docentes entrevistados.....	47
Gráfica N° 3. Contenidos de Geometría de 2º ESO con mayor dificultad para los alumnos.....	47
Gráfica N° 4. Principales problemas en el estudio y comprensión de la geometría.	48
Gráfica N° 5. Recursos didácticos más empleados para la enseñanza de geometría....	48
Gráfica N° 6. Necesidad de cambio metodológico en la enseñanza actual de la geometría	49
Gráfica N° 7. Consideraciones sobre la introducción de las TIC como metodología idónea.....	49
Gráfica N° 8. Consideraciones sobre la influencia de las TIC en la mejora de los resultados académicos.....	50
Gráfica N° 9. Consulta sobre el uso de las TIC.....	50
Gráfica N° 10. Recursos TIC empleados	51
Gráfica N° 11. Consulta sobre la periodicidad en el uso de las TIC.....	51
Gráfica N° 12. Consulta sobre las ventajas en el uso de las TIC en geometría.....	51
Gráfica N° 13. Consulta sobre las desventajas en el uso de las TIC en geometría.....	52
Gráfica N° 14. Consulta sobre el conocimiento del software <i>Cabri</i>	52
Gráfica N° 15. Consulta sobre las herramientas digitales que disponen en el aula.	53

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo principal el planteamiento de una propuesta didáctica para la utilización del software *Cabri 3D* como recurso didáctico para la enseñanza de Geometría en la asignatura de Matemáticas, más concretamente en 2º de la ESO, para fomentar el aprendizaje significativo del alumnado. Para ello se ha realizado tanto una investigación bibliográfica como un estudio de campo. Durante la investigación bibliográfica se han consultado diferentes informes, artículos, libros y tesis doctorales relacionados con las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de la geometría en particular. Esta consulta ha motivado la necesidad de un cambio en la metodología tradicional basada en el libro de texto y la pizarra, hacia una metodología que emplee las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) y en particular los programas de software dinámico como apoyo didáctico. Por lo cual se han estudiado las ventajas e inconvenientes del uso de las TIC para solventar la problemática identificada en el estudio. Para el estudio de campo se han realizado unos cuestionarios a varios docentes de Matemáticas de centros de la Comunidad de Madrid, los cuales reflejan una muestra de los conocimientos de los docentes sobre las dificultades de los alumnos frente a las matemáticas y la geometría en particular, así como en el uso de las TIC en la enseñanza de geometría en las aulas. Los resultados han mostrado que los docentes consideran que las nuevas tecnologías son útiles en la enseñanza de la geometría, aunque no son un recurso didáctico empleado mayoritariamente. Por ello, se ha realizado una propuesta didáctica empleando el programa *Cabri 3D*, para la enseñanza de poliedros y prismas en un aula de 2º de ESO, con el propósito de conseguir que el aprendizaje sea significativo para el alumno.

Palabras clave: Matemáticas, Geometría, TIC, software de geometría dinámica, *Cabri*.

ABSTRACT

The main purpose of this document is to present a methodological approach to use the digital software *Cabri* as a teaching resource for teaching Geometry in the second year of Compulsory Secondary Education. This has been done by a bibliographic research and a practical study. For the bibliographic research were consulted various reports, articles, books and dissertations related to the difficulties in teaching and learning mathematics and geometry in particular, which have motivated the need for a change in the methodology used. Also studied the advantages and disadvantages of the use of Information Technology and Communication to solve the problem identified in the research. For the practical study has been made questionnaires to several teachers of Mathematics in Secondary Institutes in Madrid, which reflect a representative sample of the knowledge of teachers on ICT which is used teaching geometry in the classroom. The results showed that teachers believe that new technologies are useful in the teaching of geometry, however they aren't used the most. Therefore, there has been done a didactic proposal using the program *Cabri 3D*, for teaching polyhedron and prisms in a classroom of Compulsory Secondary Education, with the aim of improving the teaching-learning process by making the geometry more visual for student.

Key Words: Mathematics, Geometry, ITC, dynamic geometry software, *Cabri*.

1. INTRODUCCION

El presente trabajo de investigación surge debido a la situación actual de la enseñanza de geometría en educación secundaria en nuestro país. Diversos informes publicados, como el PISA o el TIMSS evidencian que la enseñanza de matemáticas en España ha tenido un marcado retroceso con respecto a años anteriores y se sitúa por debajo de la media de los países de la OCDE, siendo los bloques de álgebra y geometría los que más dificultades presentan al alumnado.

La geometría se trata de una materia esencial en la educación de los jóvenes, puesto que se encuentra presente en todos los ámbitos de la realidad (objetos cotidianos, arquitectura, arte, naturaleza, etc.). La geometría ayuda al ser humano a entender la realidad en la que vive. Como indican Alsina, Fortuny y Pérez (1997) nos ayuda a “razonar correctamente (deductivamente e inductivamente), representar, abstraer, relacionar, clasificar y resolver” (p.29).

Como podemos leer en Alsina, Fortuny y Pérez (1997) en la escuela tradicional la geometría “quedó relegada a los aspectos métricos (cálculo de áreas y volúmenes de figuras planas o espaciales), una introducción a la trigonometría y una fuerte tendencia a la resolución automática de los problemas” (p.19). En la segunda mitad del siglo XX la matemática moderna nació de los matemáticos puros, no dejando lugar alguno a la geometría en el currículo, siendo sustituida por conceptos algebraicos. Las consecuencias de este enfoque todavía se perciben en las aulas, puesto que muchos docentes fueron formados con este enfoque de “desconocimiento geométrico”. Posteriormente, durante muchos años, el docente ha descuidado el valor de las figuras, dibujos y esquemas para ayudar al alumno en la comprensión de ciertos conceptos matemáticos. Esta tendencia ha ido cambiando con el paso de los años, observándose incluso en los libros de texto, los cuales actualmente incluyen numerosas figuras y esquemas que ayudan al alumno a su comprensión. Como apunta Gutiérrez (1998) los resultados de las últimas investigaciones demuestran que el aprendizaje y enseñanza de esta materia resulta más fácil cuando se apoyan en representaciones o modelizaciones que los alumnos puedan manipular y observar, aunque la utilización de las figuras bidimensionales de los libros de texto puede confundir al alumno y generar una dificultad añadida a la materia. Como indican Castillo y Ramírez (2012), esto se observa cuando los alumnos quieren representar objetos tridimensionales mediante figuras planas.

Al respecto Castillo y Ramírez (2012) señalan:

La enseñanza geométrica espacial en las escuelas se está basando en la construcción de conceptos geométricos, a partir de la interpretación de una figura plana para convertirla en un objeto tridimensional y llegar así a una representación mental; este proceso presenta una falencia, puesto que, estas representaciones pueden ser comprendidas únicamente por quien las elaboró “solo están en su mente”, al ser observadas por una persona externa no se alcanza a interpretar. Esto indica que los estudiantes presentan carencia con la capacidad de visión espacial y cuentan con poca habilidad para representaciones planas de objetos tridimensionales y para la interpretación de manera correcta de las representaciones hechas por otras personas. (Castillo y Ramírez, 2012, p.13).

Es evidente que, con el paso del tiempo, las metodologías utilizadas para la enseñanza de matemáticas han ido evolucionando y cambiando, puesto que los docentes cada vez disponen de más recursos para emplear en el aula. Aun así, los profesores siguen empleando en su mayoría la metodología tradicional. Al respecto Peña (2010) indica que los docentes:

- Se limitan a presentar dibujos de los cuerpos geométricos a los alumnos en el plano, sin dar la opción al alumnado de poder manipular los mismos de una forma dinámica.
 - Demuestran poco manejo de las teorías de aprendizaje y de las representaciones planas y espaciales.
- Apenas usan la herramienta multimedia para la visualización, razonamiento y deducción del alumno.
- Carecen del manejo de herramientas y juegos como tangram, poliedros, rompecabezas, etc., lo que ayudaría al alumno a visualizar y analizar las figuras y poliedros.
- Tienen dificultades para plantear situaciones y actividades que vinculen conceptos geométricos con otras áreas de conocimiento (arte, historia, etc.).

La visión espacial es la clave para que los alumnos puedan comprender el paso del plano al espacio. Por lo cual el profesorado tiene que trabajar el pensamiento y razonamiento espacial a través de herramientas manipulativas y dinámicas. Estas herramientas pudieran ser maquetas de figuras y poliedros o software digital que permita visualizar los cuerpos en tres dimensiones.

La enseñanza de Geometría en España está siendo evaluada en la última década por diversos autores, puesto que está surgiendo un cambio a partir de la introducción en el aula de las nuevas tecnologías. “Los medios audiovisuales de comunicación están provocando en los alumnos, y en la sociedad en general, grandes cambios en sus formas de percibir y en sus procesos mentales debido al paso de una cultura escrita a una cultura audiovisual” (Ballebo y Barrantes, 2012, p.14). La calidad de la educación de la

geometría puede mejorarse empleando programas de geometría didáctica como recurso en el aula. Indudablemente los jóvenes están rodeados de tecnología y la emplean a diario para comunicarse con sus amigos, para jugar o para hacer los deberes y trabajos. El uso de las TIC en el aula aporta numerosas ventajas frente a la metodología tradicional. Bien es cierto que también existen algunos inconvenientes en su implantación y uso, como el no disponer de recursos en el centro o la necesidad de una formación continua por parte del profesorado. Es por ello que hay que conocer tanto las ventajas como los inconvenientes que supone su uso, para emplearlo de forma constructiva y ayudar a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en las aulas.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Consultando el Real Decreto 1631/2006, según el cual se establecen las enseñanzas mínimas de Educación Secundaria Obligatoria, observamos que los alumnos de 2º de ESO deberían tener ciertos conocimientos previos en lo que a geometría plana se refiere. En el primer curso de secundaria se supone que han adquirido conocimientos básicos para la descripción de figuras geométricas en el plano, que emplean terminología geométrica para describir situaciones, formas, propiedades, etc., es decir, que deberían haber adquirido los conocimientos básicos sobre los que cimentar los conceptos de geometría espacial. Es en el curso de 2º de ESO cuando adquieren por primera vez conocimientos sobre poliedros y figuras de revolución, volúmenes, así como las relaciones de semejanza, proporcionalidad y escalas. Como hemos indicado anteriormente, los resultados de geometría de los alumnos españoles es inferior a la media de los países de la OCDE lo que sugiere que tal vez la metodología empleada hasta el momento no pueda estar siendo la más efectiva. Por otro lado, desde distintos organismos oficiales se potencia el uso de TIC como la metodología idónea. Pero ¿es cierto que el uso de las TIC es útil para la enseñanza de geometría?, ¿en qué puede beneficiar su uso frente a las dificultades que tiene el alumnado sobre los contenidos de 2º de ESO de geometría? y ¿qué TIC puede ser la idónea para el uso en geometría? Por otro lado, ¿cuáles son las dificultades del alumnado en el aprendizaje de los contenidos geométricos?, ¿el docente es consciente de ellos?, ¿considera necesario un cambio de la metodología empleada hasta el momento empleando el uso de TIC? El presente trabajo pretende dar respuesta a todas las preguntas planteadas.

2.1. OBJETIVOS

2.1.1. Objetivo general

El presente trabajo de investigación, tiene como objetivo principal:

Presentar una metodología de enseñanza de geometría en 2º de la ESO mediante el software Cabri 3D para mejorar el aprendizaje y rendimiento del alumnado.

2.1.2. Objetivos específicos

- ✓ Conocer los resultados obtenidos por los alumnos españoles en la asignatura de Matemáticas en diferentes informes publicados y la necesidad de un cambio en la enseñanza de la asignatura empleando las TIC.
- ✓ Conocer las dificultades generadas a los alumnos en la enseñanza de geometría con las metodologías tradicionales.
- ✓ Analizar las ventajas e inconvenientes de la utilización de TIC en geometría y el empleo de software de geométrica dinámica.
- ✓ Conocer las principales características del software Cabri (*Cabri II Plus y Cabri 3D*).
- ✓ Identificar los conocimientos que tienen los docentes sobre las dificultades de los alumnos en el aprendizaje de geometría y el uso de TIC en el aula a través de un estudio de campo en dos centros educativos de la Comunidad de Madrid.

2.2. METODOLOGÍA

2.2.1. Investigación bibliográfica y estudio de campo.

La metodología empleada para desarrollar el presente trabajo se basa fundamentalmente en la combinación de una investigación bibliográfica y un estudio de campo.

Para la revisión bibliográfica se han consultado bibliotecas públicas y universitarias, se han realizado búsquedas a través de Dialnet, la biblioteca de la UNIR, Google Académico y Universia, seleccionando aquellos libros, tesis doctorales, artículos y revistas de prestigio y reconocimiento que aportan información relevante sobre la temática estudiada.

En cuanto al estudio de campo, se han realizado cuestionarios a docentes de dos centros de la Comunidad de Madrid, analizando a través de los profesores de matemáticas de estos centros los conocimientos que tienen sobre las dificultades de los alumnos frente a las matemáticas y geometría y el uso que hacen de las TIC en el aula. Los cuestionarios fueron enviados vía correo electrónico a los centros, informando a los docentes del motivo del cuestionario, dando estos su permiso para emplearlo en el estudio de campo realizado.

El cuerpo del estudio consta de tres capítulos: Marco teórico, estudio de campo y propuesta didáctica.

2.2.2. Fases de elaboración del trabajo

La elaboración del trabajo ha pasado por las siguientes fases:

1) *Primera fase: Estudio inicial del marco teórico: Marco legal e informes internacionales.* En esta fase se ha realizado una profundización sobre la realidad de los conocimientos y dificultades de los alumnos españoles frente al currículum de matemáticas y de geometría en 2º de ESO. Para ello se han consultado diferentes informes oficiales, la LOE, el Real Decreto 1631/2006, el Decreto 23/2007 de la Comunidad de Madrid y la LOMCE.

2) *Segunda fase: Finalización del marco teórico, estudio de las dificultades en el aprendizaje de geometría y el uso de las TIC.* Para esta fase se han consultado diferentes artículos y tesis doctorales referentes a las dificultades que presentan los

alumnos en el aprendizaje de la asignatura, así como las que presentan los docentes al enseñar la misma. También se han consultado artículos sobre el empleo de las TIC en el aula para la enseñanza de geometría, valorando las ventajas y desventajas o dificultades en su utilización, considerando la idoneidad para ser una metodología a emplear en el aula.

3) *Tercera fase: Estudio sobre los usos del software de geometría dinámica, en particular del programa Cabri II Plus y Cabri 3D.* Dentro de las TIC que se pueden emplear en el aula se ha elegido un software de geometría dinámica (*Cabri*) entre las diferentes opciones que se hallan en el mercado. Se ha profundizado en dos versiones que existen actualmente en el mercado: *Cabri II Plus* y *Cabri 3D*, familiarizándose con su uso y características, a través de la pagina web oficial (www.cabri.com). Se ha considerado que se trata de un recurso idóneo para ayudar a los alumnos en las dificultades que presentan en el bloque de contenidos de geometría.

4) *Cuarta Fase: Estudio de campo.* Esta fase se ha realizado para complementar el marco teórico con información obtenida en centros de la Comunidad de Madrid. Para ello se han realizado cuestionarios enviados vía e-mail a los docentes de matemáticas de dos centros distintos. Se han consultado los conocimientos que posee el profesorado respecto a las dificultades de los alumnos frente a la asignatura de matemáticas y en particular en el bloque de contenidos de geometría, así como la utilización de las TIC en el aula.

5) *Quinta fase: Propuesta didáctica.* En la última fase del trabajo, se ha realizado una propuesta didáctica partiendo del currículo de 2º de ESO, en la que se elaboran actividades utilizando el software de geometría dinámica *Cabri 3D*. De esta forma los docentes disponen de un recurso didáctico para emplear en el aula que favorece la comprensión de los conceptos gracias a la mejora visual de las figuras, así como aumenta el rendimiento del tiempo empleado en el aula, puesto que facilita la construcción de figuras, por lo que el alumno puede dedicar más tiempo al estudio de las propiedades y el docente a la enseñanza de las mismas.

3. JUSTIFICACIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

La bibliografía utilizada ha sido seleccionada para cumplir con cada uno de los objetivos propuestos en el trabajo. Se ha utilizado bibliografía de calidad contrastada, como informes internacionales y libros de editoriales relacionadas con la enseñanza y educación, obtenidos de la biblioteca de la Universidad Rey Juan Carlos y la Biblioteca pública Francisco de Ayala. Posteriormente se han completado con tesis e informes realizados por doctores de diversas universidades, así como con artículos de numerosas revistas de prestigio en el ámbito académico y de la enseñanza.

Para situarnos en el marco legal las principales referencias han sido la LOE, el Real Decreto 1631/2006, y el Decreto 23/2007 y la LOMCE, tanto para la educación de matemáticas como para el uso de las TIC. Para enmarcar la situación actual de la educación se han consultado informes oficiales recientes, realizados por diferentes organismos nacionales e internacionales, como pueden ser el informe PISA 2009 el informe TIMSS y el informe *Education at a Glance*.

Para el estudio de las dificultades encontradas en la enseñanza de las matemáticas y de la geometría en particular se han tomado como referencia los informes oficiales del Ministerio de Educación y Ciencia mencionados antes; la Tesis Doctoral realizada por Adoración Peña Mecina (2010) *Enseñanza de la geometría con TIC en Educación Secundaria Obligatoria*, en la cual además se realiza un examen exhaustivo de las metodologías empleadas en la enseñanza de geometría y de la utilización de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje; el libro de C. Alsina, J. Fortuny y R. Pérez (1997) *¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para la ESO*, en el cual se hace un recorrido histórico por la enseñanza de la geometría proponiendo diferentes metodologías didácticas; y el trabajo de M. Barrantes-López y M. Zapata (2008) *Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas* en el cual se reflexiona sobre las dificultades que presentan los alumnos al desarrollar los esquemas conceptuales sobre figuras geométricas, tanto planas como tridimensionales.

Para estudiar las ventajas e inconvenientes presentes en la utilización de TIC en el aula así como los programas de geometría dinámica, se ha consultado la tesis doctoral de Sordo (2005) en la cual se realiza un estudio del empleo de las TIC en la enseñanza de geometría, y se elabora una estrategia didáctica empleando un software de geometría dinámica (Sketchpad); el trabajo de Arias, Maza y Sáenz (2005), en el cual se exploran las posibilidades didácticas de los recursos informáticos en el aula mediante un proyecto práctico que emplea varios programas de software dinámico e

internet; y el trabajo de García (2011) el cual analiza los programas de geometría dinámica y la integración de las nuevas tecnologías como herramienta didáctica, centrándose en el contexto de dibujo.

Finalmente, para el estudio del programa *Cabri* como herramienta para la enseñanza de geometría se ha empleado la obra de R. Torres (2009) *Aplicación de la metodología interactiva del dibujo técnico en la enseñanza secundaria con el programa Cabri 2D-3D*, en la cual se intenta proponer una metodología que mejore la calidad de la enseñanza del dibujo técnico, empleando *Cabri* para desarrollar las capacidades espaciales, ayudar a los alumnos con dificultades, aumentar el interés de los alumnos por el dibujo, estimular la iniciativa y el esfuerzo; el libro de J. Murillo (2000) *Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-Actividades* en el cual se diseña e implementa un sistema interactivo y colaborativo para la enseñanza de geometría en ESO, empleando las TIC particularmente Internet, tablero electrónico, correo electrónico y el software *Cabri*; y finalmente el artículo de N. López (2006) *El empleo del software Cabri-Geométre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Autónoma de Guerrero, México* en el cual se estudia el empleo de las TIC en la geometría pero en particular analiza el software *Cabri* para realizar una propuesta metodológica con estudiantes.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Las Matemáticas en la Legislación

Para entender las necesidades que existen en la enseñanza en Educación Secundaria Obligatoria en primer lugar es necesario consultar la legislación vigente, para así situar la acción docente en el marco establecido por la ley.

Debido a que en este trabajo se centra la asignatura de matemáticas en la ESO empleando el uso de las TIC, analizaremos la LOE, el Real Decreto 1631/2006 y el Decreto 27/2007 de la Comunidad de Madrid. También analizaremos el proyecto de Ley LOMCE como el futuro de la educación en nuestro país.

4.1.1. Real Decreto 1631/2006, el Decreto 23/2007 y la LOE

En este apartado se analizan los contenidos del Real Decreto 1631/2006 y el Decreto 23/2007 referentes a la propuesta curricular de Matemáticas en Enseñanza Secundaria Obligatoria, la competencia matemática y la competencia digital, y lo referente al bloque de geometría. También se indica lo señalado en la LOE sobre las TIC.

El currículo en Educación Secundaria Obligatoria es el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada etapa y asignatura. Tanto en el Real Decreto 1631/2006 como en el Decreto 23/2007, los contenidos a impartir se clasifican, dentro de cada curso escolar, en seis bloques:

- Contenidos comunes
- Números
- Álgebra
- Geometría
- Funciones y gráficas
- Estadística y probabilidad

Como hemos indicado, dentro del currículo se incluyen las competencias básicas, siendo una de ellas la Competencia Matemática. En el Real Decreto 1631/2006 se define de la siguiente forma:

Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. (BOE, núm. 5, pp. 686-687).

La competencia digital en el Real Decreto 1631/2006 queda claramente definida de la siguiente forma:

La competencia digital comporta hacer uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles para resolver problemas reales de modo eficiente. Al mismo tiempo, posibilita evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones tecnológicas a medida que van apareciendo, en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos. (BOE, núm. 5, p. 688).

En el Decreto 23/2007 se indica lo siguiente sobre las competencias básicas, no introduciendo cambio alguno con respecto al Real Decreto 1631/2006.

En el marco de las competencias clave para el aprendizaje permanente definidas por la Unión Europea, las competencias básicas, como elementos integrantes del currículo son las fijadas en el Anexo I del Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre. En las distintas materias de la etapa se prestará una atención especial al desarrollo de dichas competencias que los alumnos deberán haber adquirido al finalizar la enseñanza básica. (B.O.C.M. núm. 126, p.49).

En la LOE, lo referente a las TIC se encuentra entre los objetivos, según lo señalado en los siguientes puntos:

- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia. (BOE, núm. 106, p. 17169).

Con respecto al bloque de Geometría, en el cual se centra el presente trabajo, en el Real Decreto 1631/2006 y en el Decreto 23/2007 podemos encontrar que “la geometría, además de definiciones y fórmulas para el cálculo de superficies y volúmenes es, sobre todo, describir y analizar propiedades y relaciones, y clasificar y razonar sobre formas y estructuras geométricas.” (BOE, núm. 5, p.751 y B.O.C.M. núm. 126, p.117). Además, se indica también que el aprendizaje de geometría tiene que basarse en construir, dibujar, modelizar, medir o clasificar según determinados criterios, y su estudio ofrece oportunidades para establecer relaciones con otros ámbitos como la naturaleza y el arte.

Uno de los objetivos generales de etapa de Matemáticas del mismo Real Decreto dice: “Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje” (p.752).

Con respecto a la utilización de los programas de geometría dinámica en las aulas, en la enseñanza de Geometría, en el Real Decreto 1631/2006 se realiza la siguiente observación:

La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la interacción con un objeto físico. Especial interés presentan los programas de geometría dinámica al permitir a los estudiantes interactuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas. (BOE, núm. 5, p. 751).

En el Decreto 23/2007, se encuentra un párrafo muy similar al anterior, con algunas diferencias:

La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la observación de objetos físicos. Especial interés presentan los programas de geometría dinámica, ya que permiten a los estudiantes actuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas. (B.O.C.M, núm. 126, p. 117).

Se observa que las diferencias en este párrafo entre ambos documentos, reside en que en el Real Decreto 1631/2006 se hace referencia a la interacción con los objetos físicos y la interactuación con las figuras en los programas de geometría dinámica mientras que en el Decreto 23/2007 se indica la observación de los objetos físicos y actuación con las figuras en los programas de geometría dinámica.

Entendemos por recursos manipulativos aquellas herramientas empleadas por el docente, tangibles o no, que posibilitan la interacción entre el alumno y los contenidos matemáticos que se pretenden enseñar, provocando situaciones que permiten la comprensión. Pueden tratarse de juegos materiales o recursos informáticos. Por tanto, el párrafo del Real Decreto 1631/2006 se aproxima más a la realidad de los recursos manipulativos al señalar tanto la interacción con los objetos físicos como la interactuación con los programas de geometría dinámica.

Como podemos observar, en el Real Decreto 1631/2006 y el Decreto 23/2007, los programas de geometría dinámica se incluyen como una metodología a emplear para la

enseñanza de las matemáticas, y en particular de la geometría, para así conseguir un aprendizaje significativo del alumno.

4.1.2. Proyecto de Ley LOMCE

El Consejo de Ministros aprobó el pasado 17 de Mayo la remisión a las Cortes Generales del Proyecto de Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE). Este proyecto de ley marca unos objetivos generales, entre los cuales se incluye disminuir las tasas de abandono educativo temprano y fracaso escolar, así como incorporar y potenciar las Tecnologías de la Información y la Comunicación. También se hace un análisis de los resultados de los últimos informes mostrando los resultados de la educación en España y la necesidad de implantar una reforma para que cada alumno obtenga su pleno desarrollo personal y profesional y converger hacia los objetivos europeos en educación de la Estrategia Europa 2020.

En este proyecto de ley se resalta como un cambio que debe darse en el sistema educativo el siguiente:

Necesitamos propiciar las condiciones que permitan el oportuno cambio metodológico, de forma que el alumno sea un elemento activo en el proceso de aprendizaje. Los alumnos actuales han cambiado radicalmente en relación con los de hace una generación. La globalización y el impacto de las nuevas tecnologías hacen que sea distinta su manera de aprender, de comunicarse, de concentrar su atención o de abordar una tarea. (LOMCE, 2013, p. 4).

Con respecto a la importancia de las TIC en la educación se señala:

La incorporación generalizada de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) al sistema educativo permitirá personalizar la educación y adaptarla a las necesidades y al ritmo de cada alumno. Por una parte, servirá para el refuerzo y apoyo en los casos de bajo rendimiento y, por otra, permitirá expandir sin limitaciones los conocimientos transmitidos en el aula. Los alumnos con motivación podrán así acceder, de acuerdo con su capacidad, a los recursos educativos que ofrecen ya muchas instituciones a nivel tanto nacional como internacional. Las TIC serán una pieza fundamental para producir el cambio metodológico que lleve a conseguir el objetivo de mejora de la calidad educativa. (LOMCE, 2013, p. 10).

También se hace hincapié en que la utilización de esta metodología se tiene que realizar de un modo responsable y ordenado por parte de los alumnos. Con respecto a las ventajas de las TIC en la enseñanza se indica:

- Las TIC permiten el desarrollo de una enseñanza individualizada (cada estudiante puede avanzar al ritmo más adecuado a sus capacidades e intereses).
- Las TIC disminuyen los costes de apoyos y refuerzos.

- Las TIC sirven como herramienta complementaria a la formación presencial para alumnos y profesores.
- Las TIC permiten el acceso prácticamente ilimitado a recursos educativos globales. (LOMCE, 2012,p.43).

Por tanto, observamos que en el proyecto de Ley LOMCE se sigue contemplando el uso de las nuevas tecnologías en las aulas para mejorar la calidad de la enseñanza del alumno, como uno de los pilares fundamentales para conseguir los objetivos propuestos: disminuir las tasas de abandono educativo temprano y fracaso escolar.

4.1.3. Contenidos del Bloque de Geometría en 2º de la ESO

Como se ha indicado en puntos anteriores, este trabajo se centra en el curso de 2º de ESO, al considerar que se trata de un curso en el cual el alumnado presenta más dificultades en la comprensión de los contenidos tridimensionales. Estas dificultades se deben a que hasta este curso únicamente se habían impartido contenidos de geometría plana.

A continuación se van a analizar los contenidos tanto del Real Decreto 1631/2006 como en el Decreto 23/2007, para así poder asentar las bases sobre las que se realizará la propuesta didáctica. Como se ha observando antes con las competencias básicas, respecto a los contenidos mínimos tampoco existen diferencias importantes.

Para observar las diferencias se realiza el siguiente cuadro comparativo:

Tabla Nº1. Comparación de los contenidos en el bloque de geometría.

Real Decreto 1631/2006	Decreto 23/2007
Figuras con la misma forma y distinto tamaño. La semejanza. Proporcionalidad de segmentos. Identificación de relaciones de semejanza.	Idea de semejanza: figuras semejantes.
Ampliación y reducción de figuras. Obtención, cuando sea posible, del factor de escala utilizado.	Ampliación y reducción de figuras: razón de semejanza y escalas.
Razón entre las superficies de figuras semejantes.	Razón entre las superficies de figuras semejantes.
Utilización de los teoremas de Tales y Pitágoras para obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras.	Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.
Poliedros y cuerpos de revolución. Desarrollos planos y elementos característicos. Clasificación atendiendo a distintos criterios.	Poliedros: elementos y clasificación.
Utilización de propiedades, regularidades y relaciones para resolver problemas del mundo físico.	Utilización de propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros para resolver problemas del mundo físico.
Volúmenes de cuerpos geométricos. Resolución de problemas que impliquen la	Resolución de problemas que impliquen la estimación y el cálculo de longitudes, superficies

estimación y el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes.	y volúmenes.
Utilización de procedimientos tales como la composición, descomposición, intersección, truncamiento, dualidad, movimiento, deformación o desarrollo de poliedros para analizarlos u obtener otros.	Utilización de la composición, descomposición, truncamiento, movimiento, deformación y desarrollo de los poliedros para analizarlos u obtener otros.
	Elementos básicos de la geometría del espacio: puntos, rectas y planos. Incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos.
	La esfera: descripción y propiedades.

Nota: Comparación de los contenidos de geometría de segundo curso de ESO en el RD1631/2006 y Decreto 23/2007. Fuente: Elaboración propia.

Tras esta comparación, comprobamos que los contenidos en ambos documentos son similares, únicamente observando que en el Decreto 23/2007 se indica específicamente como contenido la esfera, y también los contenidos de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos, ampliando así los conocimientos del primer curso, que únicamente contemplaban las rectas.

4.2. La enseñanza de Matemáticas

El presente trabajo trata de presentar la necesidad de un cambio metodológico en la enseñanza de las matemáticas por parte de los docentes. A lo largo de este apartado realizaremos un análisis de la situación de la enseñanza de las matemáticas en la actualidad, estudiando diferentes informes oficiales, como el informe PISA (2009), informe TIMSS (2011), el informe *Educación at a Glance* (2011) y la Evaluación General de Diagnóstico (2010).

4.2.1. Informe PISA

El informe PISA (Program for International Student Assessment) realiza una valoración del rendimiento de los alumnos de 15 años en las competencias clave (Lectora, Matemática y Científica). Analizaremos el informe español, en el cual se reproducen los resultados más destacados del estudio y compara los resultados de España en comparación con los promedios de OCDE.

En el informe realizado en el 2009, se evaluó un total de 61 países, incluyendo 30 de la OCDE. La muestra española de PISA estuvo formada por 910 centros y participaron aproximadamente 26.000 alumnos.

En este informe, los resultados españoles se sitúan en el puesto N° 30 en habilidad lectora, situándose 12 puntos por debajo de la media en países de la OCDE;

en el puesto Nº 31 en Matemáticas, situándose 13 puntos por debajo de la media de los países de la OCDE; y en el puesto Nº33 en competencia científica, situándose 5 puntos por debajo de la media de los países de la OCDE. Estas cifras ponen de manifiesto que los resultados españoles en las tres competencias analizadas se sitúan por debajo de la media de los países que forman la OCDE. Así lo refleja la siguiente tabla, comparando también con los resultados de informes anteriores:

		2000	2003	2006	2009	Diferencia promedio OCDE/España
Lectura	Promedio OCDE	500	494	492	493	
	España	493	481	461	481	10
Matemáticas	Promedio OCDE		500	498	496	
	España		485	480	483	15
Ciencias	Promedio OCDE			500	501	
	España			488	488	12

Figura Nº 1. Comparación de resultados españoles con promedio OCDE. Fuente: PISA (2009, p.154).

4.2.2. Informe TIMSS

El informe TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) evalúa los logros de los alumnos en Matemáticas y Ciencias en 4º Curso de Educación Primaria y 2º curso de Educación Secundaria Obligatoria.

Según los resultados consultados en el Informe español, España ha logrado 482 puntos, por debajo de la media de la OCDE. En el informe se establece un punto de referencia de 500 puntos. Aproximadamente la mitad de los países en TIMSS, en competencia matemática tienen una media superior al punto de referencia. También se establece una relación directamente proporcional entre el desarrollo económico y los países que están situados por encima de dicho punto.

Estos datos sugieren que España, al estar situado por debajo de la mayoría de países de su entorno, debe mejorar la enseñanza de las matemáticas, considerando fundamental que los alumnos tengan una buena formación inicial como base para estudios y aprendizajes futuros.

En este informe también se comparan los resultados según el nivel de los estudiantes (nivel bajo, nivel medio y nivel avanzado). En la comparación realizada en la Figura Nº 2, se observa que el 13% de los estudiantes tienen un nivel muy bajo (por debajo de los 400 puntos), comparándola con la media de la OCDE, siendo su porcentaje del 7%.

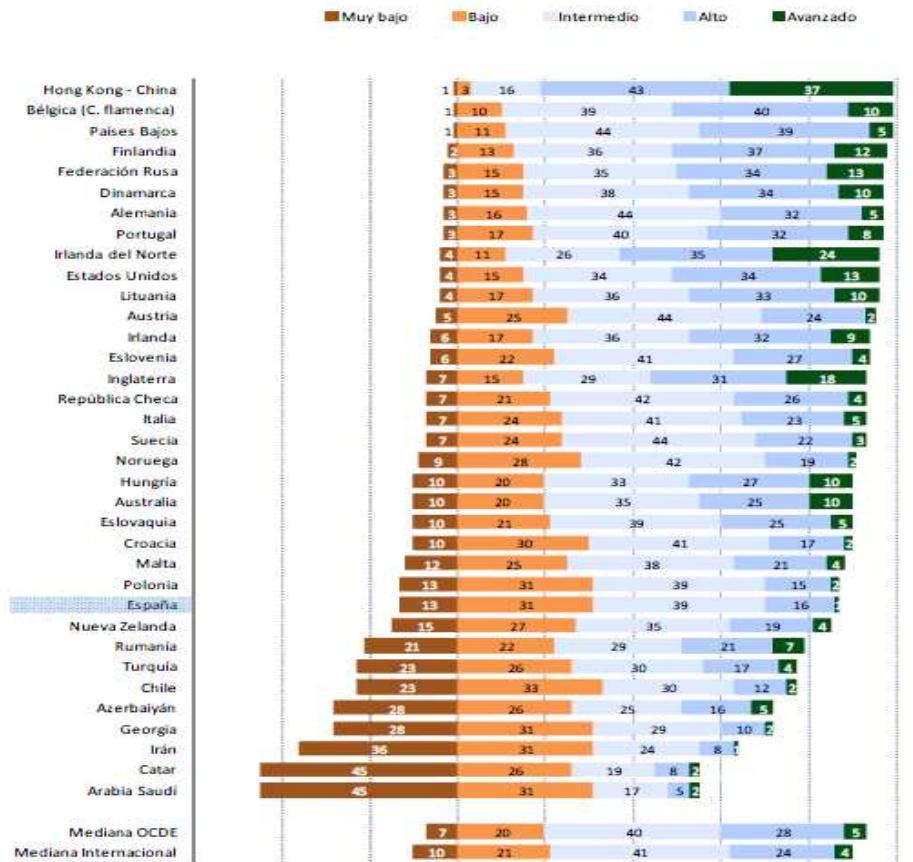


Figura N° 2. Porcentajes de alumnos por niveles TIMSS-matemáticas, ordenados por nivel muy bajo. Fuente: TIMSS (2011, p.59).

Comparando los resultados del informe TIMSS (2011) y PISA (2009) observamos que la distancia con la media de los países de la OCDE sobre alumnos con nivel muy bajo, ha aumentado en los últimos años. Para evitar que esta diferencia continúe aumentando, el sistema educativo español tiene que atender tanto a los alumnos que presentan dificultades a edades tempranas, como a los alumnos que tienen más nivel que el resto, y potenciarlo.

4.2.3. Informe *Education at a Glance*

Este informe se centra en el estudio de la OCDE (2011) y estudia las diferentes variables que encontramos en el panorama actual de educación. Entre las variables que presentan, hay dos datos que resultan de importancia. Uno es el que hace referencia a las horas de clase destinadas a la enseñanza de matemáticas y otro el que hace referencia al ratio de alumnos-profesor (tanto en España, como en el resto de países de la OCDE).

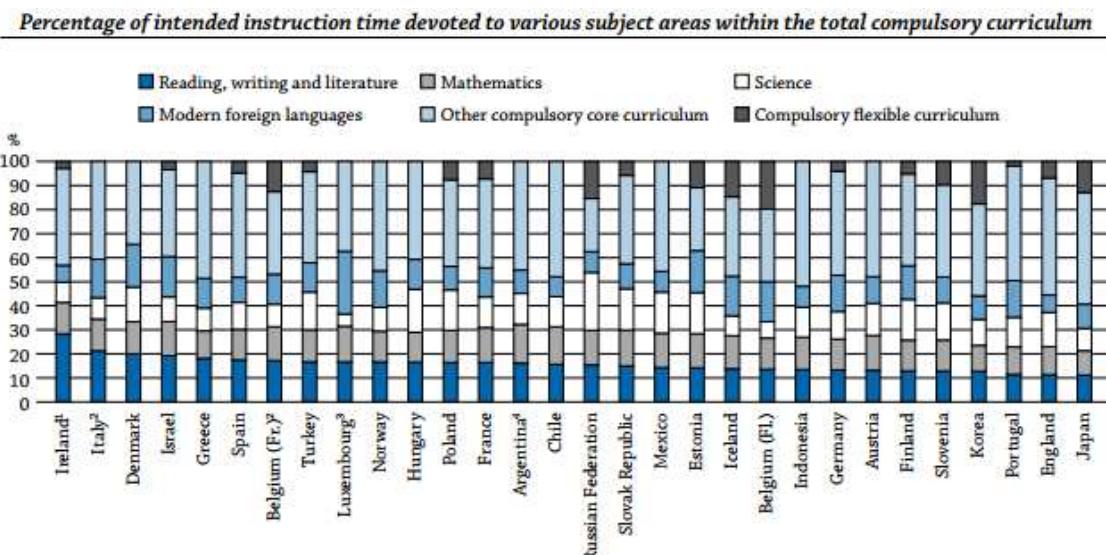


Figura N° 3. Porcentaje de horas de clase por asignatura sobre el total del currículum, edad 12-14 años. Fuente: OCDE (2011, p.384).

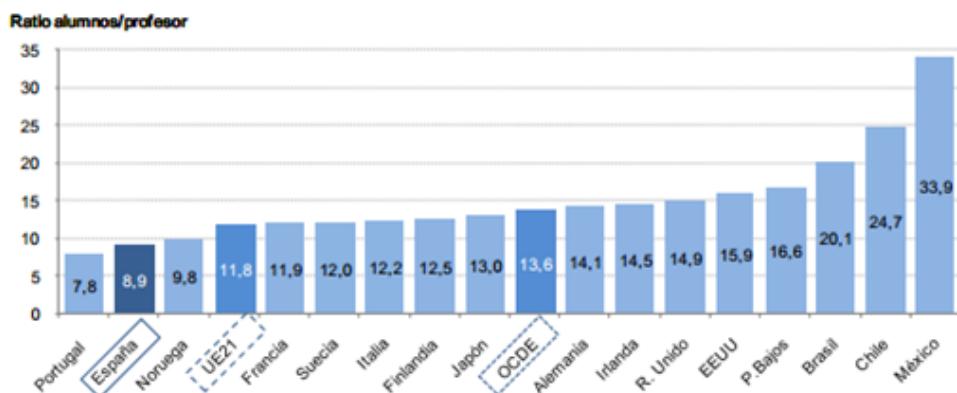


Figura N° 4. Ratio alumnos/profesor en Educación Secundaria en instituciones públicas. Fuente: MECD (2013, p. 42).

Los resultados españoles exhibidos en la Figura N° 3 para los alumnos de 12-14 años, situados en primer ciclo de Enseñanza Obligatoria, nos indican que aproximadamente el 13% de las horas de clase son dedicadas a la enseñanza de matemáticas. Comparando con el resto de países, observamos que se encuentra en la media de la OCDE. La Figura N° 4 muestra que el número de alumnos por profesor en España es inferior a la media de la OCDE. Por tanto, es desconcertante que, pese a encontrarse en la media de horas lectivas de matemáticas y teniendo un número de alumnos por profesor tan bajo, los resultados sobre el nivel adquirido por los alumnos en los informes PISA 2009 y TIMSS 2011 sitúen a España por debajo de la media de la OCDE. Es por ello que el proyecto de Ley LOMCE propone como una de las soluciones un cambio de la metodología empleada por el profesorado en las clases de matemáticas.

4.3. Problemas en la enseñanza de Geometría

Los estudios realizados por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa en 2010, dependiente del Ministerio de Educación y Ciencia, nos muestra que los bloques en los que más dificultades muestra el alumnado es en el bloque de álgebra y el bloque de geometría.

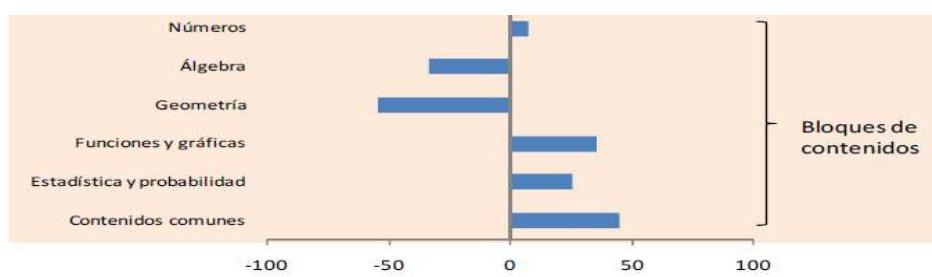


Figura N° 5. Rendimiento del alumnado en Competencia Matemática. Fuente: MECD (2010).

Es por esto que el presente trabajo trata de proponer una mejora metodológica sobre el bloque de contenidos de geometría, al ser una de las que más dificultades presentan al alumnado.

Según indica Peña (2010) “en la enseñanza-aprendizaje de la geometría clásica, siempre han existido algunas dificultades, como la falta de dinamismo, la dificultad en la construcción y la visión del problema en su conjunto” (p.131).

Según el estudio realizado por Barrantes y Zapata (2008), las dificultades frente a este bloque de contenidos pueden estar generadas en el proceso de enseñanza a través de la metodología empleada por los docentes. Señala varias causas como la utilización excesiva del libro de texto, los distractores de orientación, los distractores de estructuración, la identificación de los nombres de las figuras, la comparación de los conceptos con la realidad, las definiciones y clasificaciones de las figuras planas.

A continuación, se exponen las dificultades que presentan los alumnos según el estudio de Barrantes y Zapata (2008):

1. Causadas por una utilización excesiva del libro de texto

Los libros de texto presentan figuras bidimensionales, mediante un único o varios dibujos que intentan abarcar las propiedades, produciendo que el alumno construya esquemas conceptuales. No obstante, a veces el alumno no presta atención a la simbología, y la interpretación realizada tanto por el profesor como por el alumno puede no coincidir. Este problema se acentúa cuando se tratan de representar figuras tridimensionales.

2. Causadas por distractores de orientación

Estos distractores son las propiedades visuales que se incluyen en el esquema conceptual del alumno y no están incluidas en la definición del concepto. Debido a esto, el alumnado no forma el concepto correcto. Uno de los distractores más comunes son los distractores de orientación (por ejemplo apoyar siempre los sólidos tridimensionales sobre una base), como indican Vinner y Hershkowitz (1983, citado en Barrantes y Zapata, 2008, p.3). Se observa que los libros de texto contribuyen a esa imagen del concepto al clasificar los prismas según la base sobre la que apoyan.

3. Causadas por distractores de estructuración

Se dan cuando los alumnos forman esquemas mentales incompletos debido a una presentación débil del concepto, en el cual ciertos elementos y propiedades son excluidos, sin intención. Los alumnos forman ideas erróneas que pueden repetir durante los cursos siguientes. Un ejemplo se da con el estudio de las alturas en un triángulo, o las mediatrices y bisectrices de un ángulo, no empleando como ejemplo ángulos obtusos.

4. Causadas por los nombres

El estudio de Medici (1986, citado en Barrantes y Zapata, 2008, p.7), recalca el problema que presenta el alumnado en identificar como figuras geométricas aquellas que no tienen un nombre establecido en la nomenclatura tradicional, o aquellas que tienen más lados o caras que los estudiados en el aula.

5. Causadas por las imágenes reales del concepto

Se producen debido a la ambigüedad generada al explicar el docente los objetos geométricos comparándolos con objetos de la realidad. En los libros de texto pueden existir fotografías o bien los profesores en la explicación identifican un objeto de la realidad con el objeto geométrico en cuestión. Por ejemplo, comparar un vaso con un cilindro. En esta comparación el alumno genera una imagen mental que no cumple con las características del objeto geométrico.

6. Causadas por las definiciones

Según señalan Gutiérrez y Jaime (1996, citado en Barrantes y Zapata, 2008, p.8), los maestros y libros de texto presentan los conceptos de geometría de dos formas: enunciando la definición, provocando la memorización y el reconocimiento de figuras o bien presentando ejemplos de figuras y describiendo sus características para después

llegar a definirlas. En ambos casos, como se lee en Gutiérrez y Jaime (2012), los profesores ponen más énfasis en las definiciones que en los propios ejemplos, los cuales producen una imagen y concepto visual más duradero y profundo. Muchos docentes basan la enseñanza de la geometría en la memorización de definiciones de las figuras y elementos geométricos. No obstante, los alumnos a la hora de aplicar los conceptos para resolver un problema no las utilizan, ya que la definición aprendida por el estudiante no tiene por qué estar ligada a su imagen de ese concepto. Esta metodología hace que los alumnos formen conceptos geométricos de forma teórica pero poco práctica para la resolución de problemas.

7. Causadas por las clasificaciones de las formas planas

En Barrantes y Zapata (2008) se indica que un problema que a los alumnos de Matemáticas les dura hasta la universidad es la clasificación de las formas planas. Se produce un cambio en la clasificación por particiones indicada por los docentes en primaria y la clasificación por inclusiones o jerárquica realizada en educación secundaria. La falta de criterios en la clasificación hace que el alumnado presente dificultades en la clasificación de las figuras planas y los sólidos, incluso generando una actitud de rechazo hacia la geometría.

A la luz de las dificultades que generan los docentes al enseñar geometría con la metodología empleada hasta el momento, es evidente que es necesario un cambio que base la enseñanza en solventar estas dificultades.

4.4. Las TIC en la educación

Según los apartados anteriores, los resultados negativos de los diferentes informes y evaluaciones realizadas al sistema educativo español evidencian la necesidad de mejorar las metodologías empleadas en el aula. Según los documentos consultados, una de las soluciones a esta problemática es el empleo de las TIC en el aula. Por ello vamos a realizar un análisis crítico con las ventajas e inconvenientes que suponen la integración de las TIC en la docencia.

4.4.1. Ventajas del uso de las TIC

Como se ha expuesto en la introducción, la sociedad actual está experimentando cambios debido a la introducción en todos los ámbitos de las nuevas tecnologías. Su

integración está siendo propiciada desde organismos públicos como una posible solución frente a las dificultades que presentan los alumnos con respecto al aprendizaje de las matemáticas. Pero ¿por qué se considera el uso de las TIC una buena metodología en la didáctica de las matemáticas?

Según Insa y Morata (1998, citado en Sordo, 2005) “si hay un campo en el que el desarrollo de las TIC se atisba como una gran revolución, este es el campo de la formación” (p. 28). Numerosos autores han estudiado la idoneidad de incorporar en las aulas recursos didácticos de índole tecnológica, como ordenadores, proyectores, software didáctico, pizarra digital interactiva, etc.

Una de las competencias que los alumnos deben desarrollar en el aula es la competencia en el tratamiento de la información y competencia digital. Como hemos visto en puntos anteriores de este trabajo, desde el gobierno se incentiva el empleo de TIC en el aula, como se puede ver en el Real Decreto 1631/2006, en el Decreto 23/2007 y en el proyecto de ley LOMCE.

Entre los múltiples autores que han estudiado las ventajas que supone para la enseñanza de matemáticas el uso de las TIC podemos destacar a Peña (2010). Según esta autora, podemos enumerar las ventajas de la siguiente forma:

Tabla Nº2. Ventajas en el uso de las TIC.

Favorecen la motivación e interés del alumnado.
Facilitan una enseñanza interactiva y colaborativa.
Permiten acceder a mayor cantidad de información y de forma más rápida.
Permiten la posibilidad de recuperar y acceder a gran cantidad de información.
Permite la impresión de los trabajos realizados para emplearlos fuera del aula.
Permiten el aprendizaje por simulación.
Se adaptan a los distintos ritmos de aprendizaje de cada alumno.
Despiertan el interés y motivación del profesorado.

Nota: Ventajas en el uso de las TIC. Fuente: Elaboración propia a partir de Peña (2010).

Por otro lado, Sordo (2005) recoge las principales ventajas que suponen las nuevas tecnologías con respecto al método tradicional de enseñanza, basado en la pizarra tradicional y el libro de texto.

Tabla Nº3. Ventajas en el uso de las TIC frente a la metodología tradicional

Permiten mantener múltiples representaciones de diferentes sistemas de notación.
Son un medio dinámico que permite una transmisión continua de los estados y procesos intermedios que tienen lugar en un procedimiento global.
Son un medio interactivo.
Permiten grabar y recuperar procedimientos, se pueden construir, guardar o recuperar construcciones genéricas de objetos matemáticos y los procedimientos que los manipulan.
Permiten almacenar información a través de múltiples sistemas de manipulación, destacamos los sistemas hipertexto e hipermedia.
Potencian el aprendizaje colaborativo.

Nota: Ventajas en el uso de las TIC frente a la metodología tradicional. Fuente: Elaboración propia a partir de Sordo (2005).

Las características mencionadas por Peña (2010) y Sordo (2005) motivan el cambio en la metodología, al observar que las TIC ayudan a solventar las dificultades que se presentan en la enseñanza de geometría. Sobre todo, porque estas herramientas acercan los contenidos al alumnado y permiten que el profesor pueda representar las figuras y propiedades sin depender de su pericia geométrica o las imágenes que figuran en los libros de texto, que, como hemos visto anteriormente, pueden generar conceptos erróneos en el alumnado que dificultan su aprendizaje, y si no son corregidos a tiempo pueden continuar en cursos posteriores. Por otro lado la pericia geométrica del alumno sí que debe ser fomentada, por lo que la metodología no puede basarse únicamente en el empleo de las TIC, sino que también los alumnos deben realizar las construcciones en papel. Las TIC, al ser un recurso dinámico e interactivo, favorece a que el alumno entienda y asimile las características de los objetos representados, lo que ayudará a los alumnos cuando quieran representar las figuras en papel.

4.4.2. Dificultades en el uso de las TIC

Pese a todos los aspectos positivos que se pueden encontrar en el uso de las TIC, los docentes deben ser también especialmente conscientes de las dificultades que puede generar su uso en el aula. Estas dificultades no deben frenar el uso de las mismas, sino que permiten conocerlas profundamente y manejarlas de la mejor forma posible y significativa para el aprendizaje del alumno.

Peña (2010) indica que el profesorado, para incorporar las TIC en el aula, encuentra bastantes limitaciones, como la falta de concienciación por parte del docente mostrando en ocasiones rechazo a los cambios, las carencias de infraestructuras adecuadas en los centros, la escasez de recursos informáticos, la inexperiencia y falta de formación del profesorado y la falta de tiempo para su impartición.

En la investigación realizada por Arias, Maza y Sáenz (2005) sobre el empleo de ordenadores y software digital, se señalan las principales causas por las que los docentes son reticentes a la utilización de los ordenadores y software digital en el aula:

1. *El software que existe es de pobre calidad o inadecuado*, a causa de la inflexibilidad o uniformidad del tratamiento de un tema; del lenguaje técnico, que inhibe al alumno de la exploración y desarrollo de conceptos; y de la simple traducción de lo que se encuentra en el libro de texto así como el uso de gráficos por decoración y no por la mejora de comprensión de ideas matemáticas.

2. Dificultades para introducir el ordenador en el trabajo diario de la clase. En este sentido los profesores se plantean diversas preguntas, como en qué casos hay que permitir el uso del ordenador, cómo evitar que la clase de matemáticas se convierta en una clase de informática y si de verdad estas herramientas son útiles en la enseñanza de matemáticas. Para ello hay que tener en cuenta el nivel del alumnado y limitar en qué casos se pueden emplear las TIC; los docentes deben preparar las clases fuera del aula y emplear las TIC para que los alumnos comprendan el significado y no simplemente para ahorrar tiempo en los cálculos al alumno. En relación a esta última cuestión Arias, Maza y Sáenz (2005) señalan que diversos programas matemáticos como *Derive*, *Cabri*, etc. muestran la utilidad de estos recursos tecnológicos en la enseñanza.

3. Los profesores tienen una escasa formación en el uso de las TIC. En esto influye negativamente la edad media del profesorado en nuestro país y la reticencia de algunos docentes en modificar su estilo de enseñanza. Principalmente una de las soluciones a esta dificultad sería enseñar a los docentes que existen múltiples programas en el mercado actual con diferentes características, y con diverso material en Internet para poder ser empleado en el aula y fomentar el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno.

4. No hay una reflexión actualizada sobre los objetivos de la educación matemática. No hay que dar la espalda al empleo de estas tecnologías en el aula sólo para evitar las dificultades que implican su uso; sino que tras su empleo, hay que extraer conclusiones analizando la influencia y las desventajas que supondrían ignorar su uso en la enseñanza.

5. No hay buenos ejemplos de desarrollos curriculares basados en el ordenador. Únicamente en el Diseño Curricular Base se realizan recomendaciones sobre la utilización de las TIC en el área de matemáticas, proponiendo la integración de los ordenadores en el desarrollo curricular desde un enfoque experimental.

Por otro lado, en Sordo (2005) se hace otra reflexión sobre la utilización de los ordenadores en el aula, considerando dos posiciones posibles entre la innovación de la enseñanza de las matemáticas y la introducción de los ordenadores: la introducción de los ordenadores para reformar la enseñanza de las matemáticas, o bien, reformar la enseñanza para introducir los ordenadores. Y es que a pesar de las múltiples ventajas que ofrecen las TIC, no hay que poner las matemáticas al servicio de los ordenadores. Los recursos TIC constituyen una herramienta más a emplear para la enseñanza de matemáticas que ayudará a reformar la enseñanza e introducir nuevas metodologías en las aulas.

4.4.3. Uso de las TIC en geometría

Son muchos los recursos que se pueden emplear en la enseñanza de la geometría. Entre ellos se encuentran los programas de geometría dinámica, los cuales han abierto nuevas posibilidades para que los alumnos aprendan geometría de una forma significativa. Estos programas ayudan a acercar los contenidos matemáticos y geométricos a los estudiantes y fomentar su comprensión.

De acuerdo con Peña (2010) “los programas de geometría dinámica son útiles para que el alumno descubra por si mismo conceptos y procedimientos mediante la exploración de situaciones prácticas” (p.166). Estos programas pueden ser empleados de dos maneras diferentes, como señala Mora (2007, citado en Peña 2010):

- Por los alumnos:* para hacer matemáticas utilizando el ordenador como una herramienta de dibujo para resolver problemas, desarrollar proyectos de investigación o seguir lecciones diseñadas previamente.
- Por el profesor:* para realizar presentaciones de conceptos o procedimientos con el apoyo de un cañón de proyección conectado a un ordenador.

Como indica Costa (2001, citado en García, 2011) los programas de geometría dinámica “pueden ayudar, potenciar y hacer evolucionar de un modo revolucionario la enseñanza de la geometría” (p.9). Una de las ventajas de este tipo de software es que sus construcciones son dinámicas y permiten interactuar con ellas, se crean construcciones de geometría elemental, donde los elementos se definen por propiedades cualitativas y no mediante ecuaciones y características de cada elemento.

Sordo (2005) señala en referencia a la relación del software dinámico y la geometría:

Uno de los fines que tiene la enseñanza-aprendizaje de la geometría es la enseñanza de las demostraciones geométricas, hoy día se utiliza la tecnología en las demostraciones y más concretamente los programas de geometría dinámica. Estos programas de ordenador permiten la puesta en evidencia de aspectos que tradicionalmente están abandonados de la enseñanza de la geometría. También permiten poner en evidencia aspectos invariantes de una figura observando numerosos dibujos con las mismas propiedades geométricas. (Sordo, 2005, p. 45).

Por tanto, podemos indicar, a modo de resumen, las siguientes características principales que ha de tener este tipo de software, señaladas en la web <http://www.cabri.com/es/software-matematicas.html>.

1. *Visualización de conceptos*: El alumno asimila los conceptos por observación, reflexión y deducción.
2. *Interactividad y dinamismo*: El alumno explora las matemáticas de forma activa e interactiva.
3. *Ganancia de tiempo*: Facilita la construcción de figuras por lo que el alumno puede dedicar más tiempo al estudio de las propiedades y el docente a la enseñanza de las mismas.

Existen varios programas de geometría dinámica que han sido empleados en numerosos centros para la enseñanza de geometría (*Cabri*, *GeoGebra*, *Sketchpad*, *Cinderella*, *RyC*, *Geonext*, *Kig*). También existen muchos estudios que comparan unos con otros. El estudio realizado por Miranda (2005) analiza los software según diferentes variables (manipulación de objetos, comprobación de propiedades, construcciones incorporadas, etc.) con el fin de que cada docente considere el empleo de uno u otro atendiendo a las necesidades particulares de cada situación. La siguiente tabla corresponde con una comparativa de los programas existentes de geometría dinámica hecha por Miranda (2005):

							
Manipulación de objetos	4	3	1	1	0	0	2
Tipos de objetos	9	7	6	9	6	8	10
Comprobación de propiedades	6	7	6	5	2	0	6
Construcciones incorporadas	11	11	7	14	2	8	19
Medición	8	8	6	7	4	4	6
Ecuaciones y coordenadas	6	5	3	8	0	3	7
Lugares geométricos (LG)	5	4	4	4	2	3	3
Macros y revisión de la construcción	3	4	1	3	1	1	3
Exportación a páginas Web	1	2	3	3	3	3	0
Formato y visualización de objetos	5	5	4	6	6	5	4
Totales	58	56	41	60	26	35	60

Figura Nº 6. Comparación entre los diferentes programas de geometría dinámica. Fuente: Miranda (2005).

A continuación, se señalan algunas de las características de los programas de geometría existentes, considerando las indicaciones de Miranda (2005) y otras búsquedas realizadas.

Tabla Nº4. Características de los programas de geometría dinámica.

<i>Cabri II Plus</i> 	Interfaz simple y amigable Potentes funcionalidades Existe versión en 3D (<i>Cabri 3D</i>) Se pueden exportar a HTML Licencia comercial/demo
<i>Sketchpad</i> 	Interfaz más complejo con comandos condicionados Potentes funcionalidades Permite crear páginas web Licencia comercial/demo
<i>Cinderella</i> 	Interfaz simple e intuitiva Potentes funcionalidades Permite crear páginas web Permite manejar a la vez varias vistas Software libre
<i>GeoGebra</i> 	Interfaz simple e intuitiva Potentes funcionalidades Versión β en 3D Permite crear páginas web Software libre
<i>Regla y compás</i> 	Interfaz no tan amigable y simple Potentes funcionalidades Permite crear páginas web Software Libre
<i>Geonext</i> 	Interfaz simple pero no amigable Cantidad razonable de funcionalidades Permite crear páginas web Software libre

Nota: Características de los distintos programas de geometría dinámica. Fuente: Elaboración propia a partir de Miranda (2005) y otros.

4.5. Utilización de *Cabri* para la enseñanza de geometría

Entre todos los programas indicados anteriormente, se ha optado para la realización de la propuesta didáctica por el programa *Cabri 3D*, el cual simula un entorno 3D que nos permite visualizar propiedades geométricas en el espacio. Para llegar a esta elección, de acuerdo con las conclusiones de Torres (2009), se han optado en primer lugar por los programas que tengan versión en castellano y que no tengan una interfaz compleja, quedando entre los programas estudiados *GeoGebra* y *Cabri*. De entre ellos se ha elegido el software *Cabri* por la versión de 3D, la cual es muy útil para potenciar la visión espacial del alumnado. Comparándolo con *GeoGebra*, no es necesario tener conocimientos de álgebra, tiene mejor entorno visual y existe mucho

material publicado. En definitiva, se ha optado por el software *Cabri* por los siguientes motivos:

- Tiene una estética cercana y atractiva al alumno.
- Permite crear figuras en 3D, muy útil para la enseñanza de poliedros.
- Su manejo es muy sencillo, su lenguaje e interfaz son simples y adecuados para el alumno.
- Su uso se adapta con los objetivos buscados en la materia, como construir y explorar objetos geométricos de forma interactiva, trasladar, reducir, ampliar, realizar escalas y simetrías, etc.

Como podemos leer en la página oficial del programa *Cabri*, éste nos ofrece un procesamiento de construcción simple, sin incomodidades ni complejidades. También permite obtener cálculos y trazos con precisión, así como exactitud en la construcción de las figuras, ayuda a los alumnos a realizar las construcciones matemáticas en menos tiempo e interacciona con el usuario. Por otro lado indica que el programa ha sido desarrollado por pedagogos, matemáticos y ergónomos, estando el programa concebido tanto para el docente como para el alumno (para la enseñanza y para el aprendizaje).

Se trata de un programa diseñado para construir geometría, puesto que sus herramientas y menús permiten la construcción de objetos dinámicos. Otro de los elementos positivos del programa es que los objetos geométricos se pueden visualizar de forma dinámica, se pueden transformar y manipular, conservando las características iniciales, incluso se puede medir sobre ellos. Recientemente se introdujo la versión del programa *Cabri 3D* por lo que se pueden visualizar en el espacio tridimensional todo tipo de propiedades geométricas y lugares geométricos de forma sencilla. Una de las desventajas de este software es que no es gratuito, para emplearlo hay que adquirir una licencia (Tabla N°5). Para ello se dan varias opciones, desde adquirir una única licencia, o una licencia para 10 ordenadores o una licencia para el centro.

Tabla N° 5. Precios de Licencia de *Cabri II Plus* y *Cabri 3D*

Programa	Licencia 1 PC	Licencia 10 PC	Licencia para centro completo	Licencia de 1 año
<i>Cabri II Plus</i>	100 €	275 €	600 €	25 €
<i>Cabri 3D</i>	75 €	270 €	570 €	75 €
Pack (<i>Cabri II Plus</i> + <i>Cabri 3D</i>)	160 €	455 €	960 €	-----

Nota: Precios de licencia de *Cabri II Plus* y *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia a partir de <http://shop.cabri.com/>

Otra de las desventajas del programa *Cabri*, era que no se podían exportar gráficos y animaciones a otras aplicaciones. No obstante, los creadores han lanzado el proyecto *CabriWeb* el cual permite incluir las aplicaciones con animaciones y la posibilidad de manipular los objetos geométricos a través de cualquier navegador de internet mediante applets de Java, sin necesidad de tener el programa cargado en el ordenador. Lo que motiva su uso a pesar de no tratarse de un software libre. Es decir, que no es necesario tener instalado el programa en el ordenador, sino que se pueden emplear construcciones realizadas por el docente o por otro autor, a través de las applets indicadas anteriormente. Por lo que un posible uso sería adquirir una única licencia y emplearla para que el docente pueda realizar sus construcciones fuera del aula y posteriormente emplearlas en el aula, a través de un ordenador con conexión a internet.

De acuerdo con Murillo (2000) el software *Cabri* permite el tratamiento interactivo de las figuras geométricas, al responder el ordenador inmediatamente a la solicitud del usuario. Esta manipulación directa favorece la visualización y permite la elaboración de conjeturas puesto que el alumno “explora, observa, hace ensayos, anticipa, imagina el problema resuelto, disminuye o aumenta las restricciones reconoce alguna situación y prácticamente se le invita a encontrar una demostración” (pp. 64-65).

Murillo (2000) también enumera las características fundamentales de este programa como las siguientes:

- ✓ Coexistencia de funciones primitivas de dibujo puro y funciones primitivas geométricas.
- ✓ Manipulación directa del dibujo.

Relacionando las ventajas del software con los contenidos del currículum de 2º de ESO, López (2006) enumera las siguientes:

Tabla Nº6. Características principales del software *Cabri*.

Construir y explorar objetos geométricos de forma interactiva (puntos, rectas, triángulos, polígonos, círculos y otras figuras planas).
Trasladar, ampliar, reducir y girar los objetos geométricos.
Posibilita realizar escalas y simetrías de los objetos simétricos construidos.
Construye cónicas y explora conceptos avanzados en geometría Descriptiva e Hiperbólica.
Proporciona las ecuaciones de los objetos geométricos representados
Oculta las construcciones auxiliares para mejor organización de las representaciones en la pantalla.
Permite guardar los dibujos desarrollados.

Nota: Características principales del software *Cabri*. Fuente: Elaboración propia.

En definitiva, el empleo de este software en el aula sirve como apoyo para conseguir que el proceso de enseñanza-aprendizaje se realice de forma colaborativa y significativa. Particularmente, el uso de la versión en 3D permite al alumno la visualización de forma dinámica de las figuras objeto de estudio en el curso de 2º de ESO. Este uso contribuye positivamente en la formación de los conceptos, los cuales eran una de las dificultades que presentaban los alumnos cuando los docentes les enseñan geometría utilizando la metodología tradicional.

4.5.1. CABRI II PLUS 1.4. y la enseñanza de geometría plana.

A continuación se presenta una pequeña introducción al uso de *Cabri II Plus 1.4*, para que se pueda observar su fácil manejo.

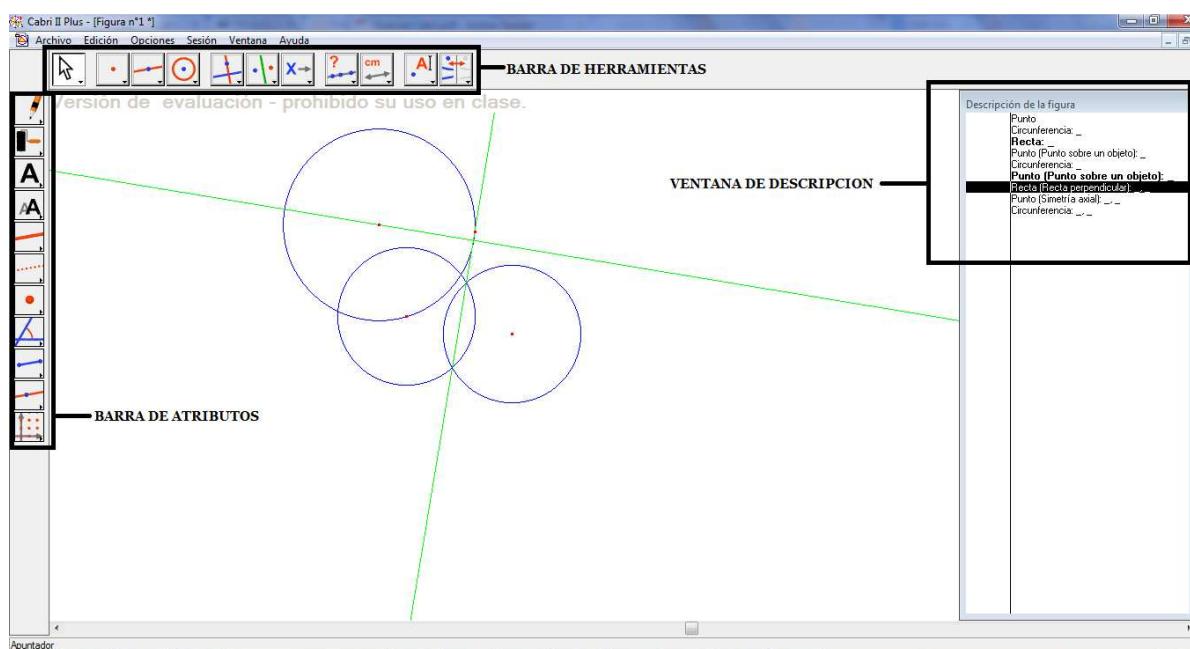


Figura N° 7. Ventana principal de la aplicación de *Cabri II Plus 1.4*. Fuente: Elaboración propia

En la Figura N° 7 se observa la ventana principal del software *Cabri II Plus*, formado principalmente por la barra de herramientas, la barra de atributos y la ventana de descripción. En el centro se sitúa el campo de trabajo, donde realizar las construcciones.

A través de la barra de herramientas del programa se pueden acceder a múltiples funcionalidades (Figura N° 8).

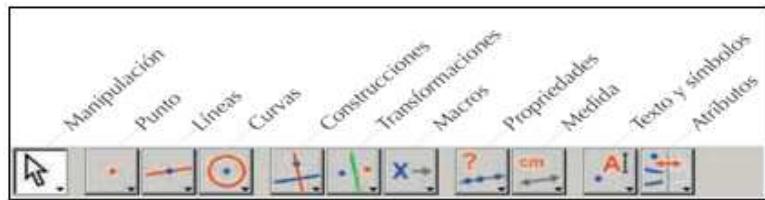


Figura N° 8. Barra de Herramientas de *Cabri II Plus 1.4*. Fuente: Manual de Usuario *Cabri II plus*.

De cada una de las herramientas de la barra de la Figura N° 8 se desglosan las construcciones que se encuentran en la Figura N°9. Para ello basta con situar el ratón del ordenador sobre cada uno de los iconos y se desglosarán las construcciones de cada uno de los iconos principales.

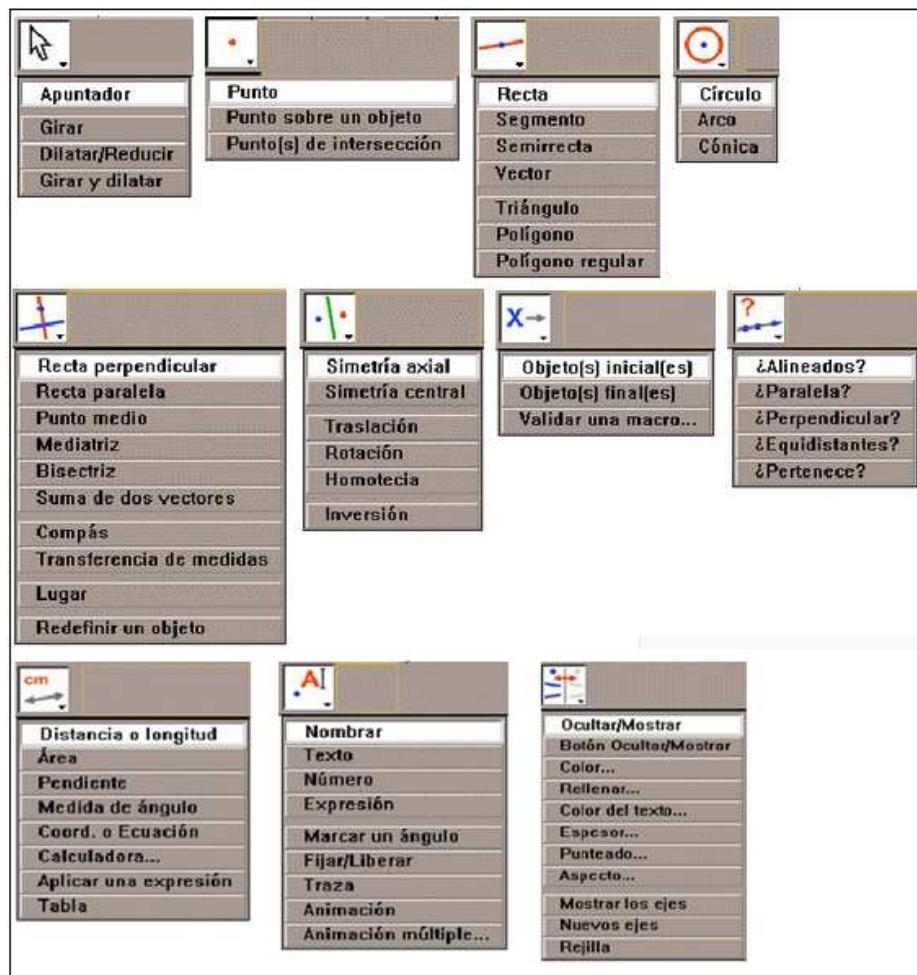


Figura N° 9. Herramientas de construcción en *Cabri II Plus 1.4*. Fuente: Elaboración propia a partir de <http://es.scribd.com/doc/6555677/Guia-Comandos-Cabri>

También el programa posee la barra de atributos, la cual permite modificar los colores, grosor de la línea, tipo de línea y letra, coordenadas, etc. De igual forma que

con la barra de herramientas (Figura Nº 8), situando el ratón del ordenador sobre cada uno de los iconos, se desglosan cada una de las construcciones (Figura Nº 10).

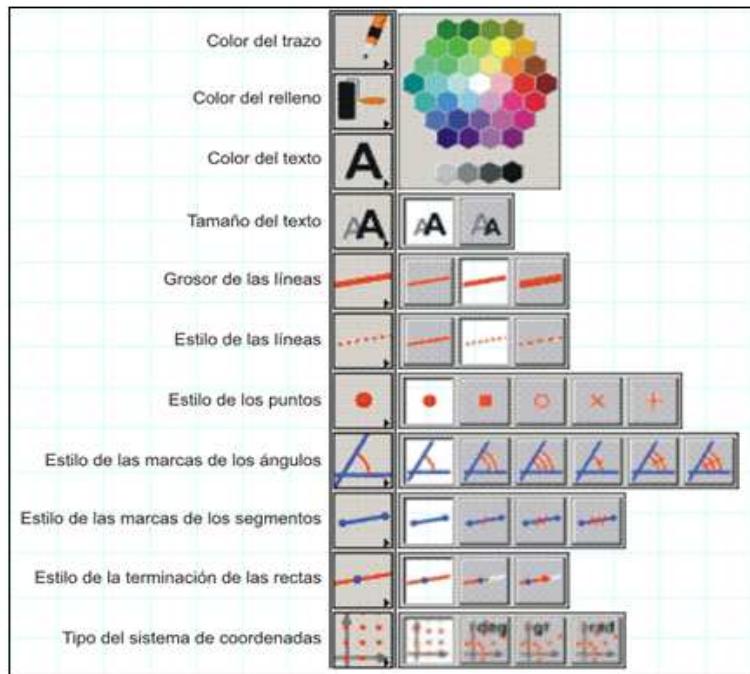


Figura Nº 10. Tabla de atributos de *Cabri*. Fuente: <http://platea.pntic.mec.es/jarias/cabri2/atri/atributos.htm>

Con las herramientas disponibles en *Cabri II Plus* se pueden simular las construcciones que se puedan realizar con regla y compás, así como permiten arrastrar figuras manteniendo las relaciones geométricas y la medición de ángulos (Figura Nº 11).

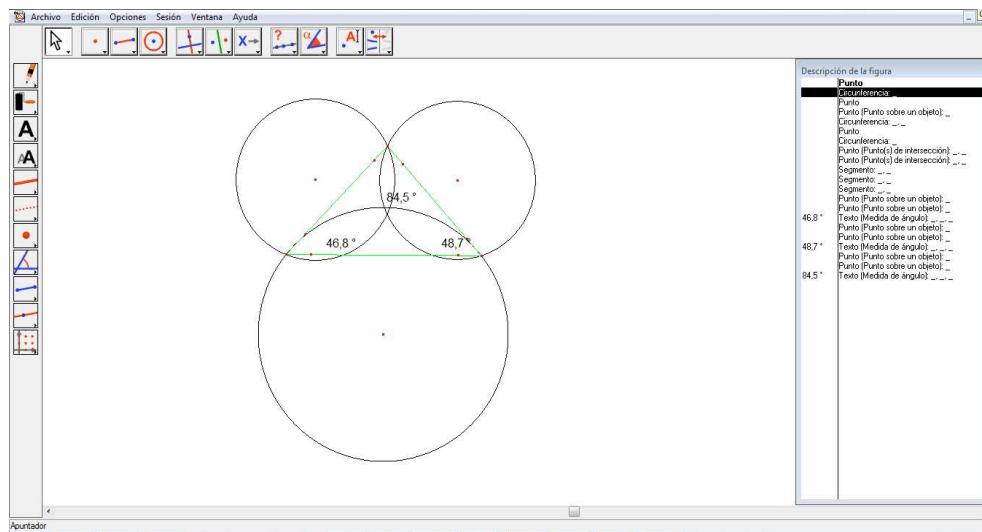


Figura Nº 11: Ejemplo de Construcción realizada con *Cabri II Plus*. Fuente: Elaboración Propia.

4.5.2. CABRI 3D para la enseñanza de geometría tridimensional

En la propuesta didáctica se va a emplear el software *Cabri 3D*, principalmente porque se va a enfocar a la enseñanza de poliedros y gracias a este software se consigue una mejor visualización espacial. Por lo que a continuación se van a exponer de una forma más extensa, las aportaciones y ventajas de este programa. Según la página oficial de *Cabri* (<http://www.cabri.com/es/cabri-3d.html>), éste permite:

- ✓ Construcciones elementales con planos, esferas, rectas, etc.
- ✓ *Estudio de los sólidos usuales*: con un movimiento con el ratón, el alumno o el profesor, construye pirámides, paralelepípedos, cilindros y conos de revolución.
- ✓ *Sección de sólidos*: el usuario puede representar y determinar las secciones planas de polígonos convexos.
- ✓ *Despliegue de poliedro en patrón*: puede desplegar todos los poliedros en patrones, imprimibles y reproducibles en papel acartonado.
- ✓ *Medidas y cálculos*: mide las magnitudes asociadas a los objetos – distancias, longitudes, áreas, volúmenes y ángulos – y las utiliza en cálculos.
- ✓ *Herramientas que facilitan la visualización*: el alumno o el profesor puede girar alrededor de la escena, pasando de manera continua de un ángulo de vista a otro y apreciar el efecto de profundidad.
- ✓ *Herramienta de animación*: particularmente estimulante para los alumnos, esta herramienta permite poner en movimiento simultáneamente varios elementos de una construcción. Es ideal para modelizar fenómenos físicos.
- ✓ *Las diferentes representaciones y perspectivas de una misma figura*: las tres vistas del dibujo técnico, las perspectivas caballera, centrales, etc.
- ✓ *Herramienta «revisar la construcción»*: el software reproduce la construcción del usuario.

Su interfaz es muy familiar y similar al *Cabri II Plus*. La Figura N° 12 muestra una vista general de la pantalla principal del programa. En esta vista se puede observar una barra de herramientas y el cuadro de ayuda del software (opcional).

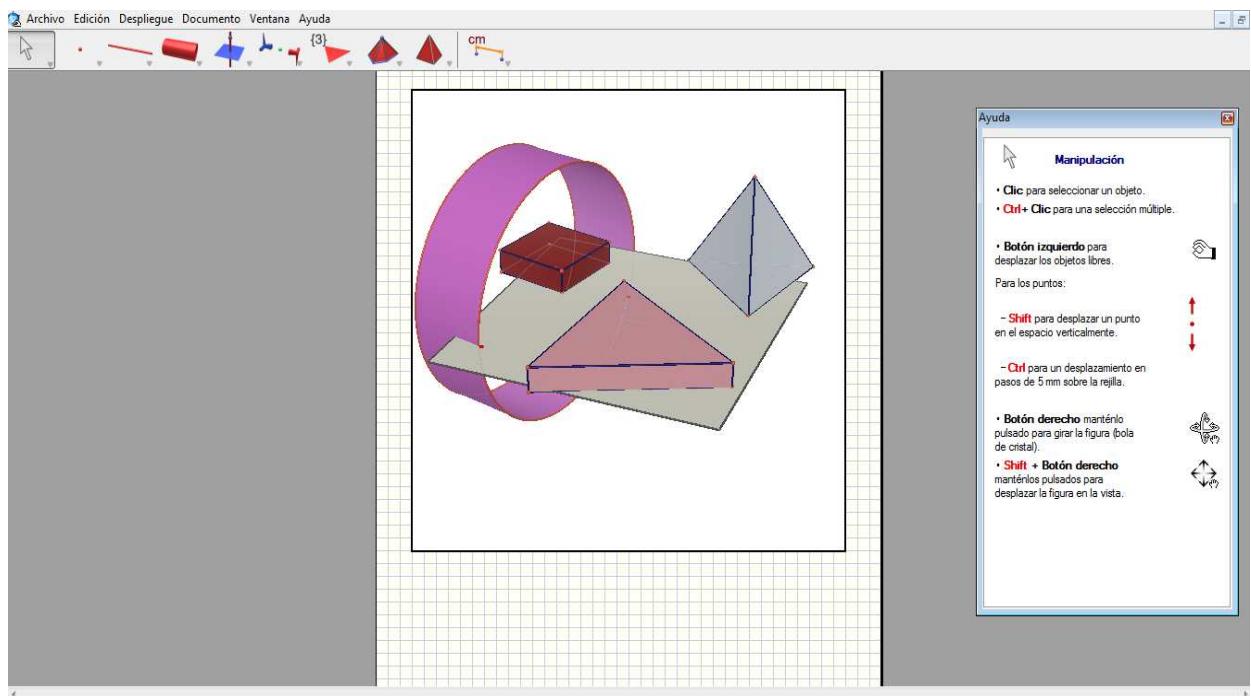


Figura N° 12. Ejemplo de construcción con *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

La barra de herramientas permite realizar numerosas construcciones (Figura N° 13). Al igual que la versión *Cabri II Plus*, la barra de herramientas se despliega situando el ratón sobre cada uno de los iconos.



Figura N° 13. Barra de Herramientas *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

De cada uno de los iconos de la barra de herramientas se desglosan varias construcciones, mostradas en la Tabla N°5. Se observa que con este programa se pueden realizar numerosas construcciones de una forma sencilla. La interfaz del programa es gráfica y cercana al alumnado.

Tabla N° 7. Despliegue de la barra de herramientas del programa *Cabri 3D*.

Icono	Construcciones posibles	Icono	Construcciones posibles
	Manipulación Redefinición		Puntos Punto de Intersección

	Recta Segmento Semirrecta Vector Circunferencia Arco Cónica Curva de intersección		Plano Polígono Triangulo Semiplano Sector Cilindro Cono Esfera
	Perpendicular Paralela Plano mediador Plano bisector Punto medio Suma de vectores Producto vectorial Transferencia de medida Trayectoria		Triángulo equilátero Cuadrado Pentágono Regular Hexágono Regular Octógono Regular Decágono Regular Dodecágono Regular Pentagrama
	Simetría central Simetría axial Simetría plana Traslación Rotación Homotecia Inversión		Tetraedro Caja XYZ Prisma Pirámide Poliedro Convexo Abrir poliedro Recorte poliedro
	Tetraedro regular Cubo Octaedro Regular Dodecaedro Regular Icosaedro Regular		Distancia Longitud Área Volumen Angulo Producto Escalar Coordenadas o ecuación Calculadora

Nota: Despliegue de la barra de herramientas del programa *Cabri 3D*. Fuente: Elaboración propia.

5. ESTUDIO DE CAMPO

5.1. Introducción

En este apartado se pretende complementar el estudio teórico realizado, analizando los conocimientos que tienen los docentes sobre la problemática existente en la enseñanza de geometría, y la posibilidad del cambio de las metodologías empleadas observando la utilización de las TIC y en particular, del programa *Cabri*, en los centros educativos tomados como muestra.

5.2. Justificación

El presente estudio de campo se realiza para complementar las observaciones realizadas en el marco teórico. El objetivo es analizar varios factores: los contenidos del currículo de matemáticas que mayores dificultades presentan al alumnado, las dificultades conocidas por los docentes que tienen los alumnos para comprender la Geometría, los recursos didácticos empleados por los docentes para la enseñanza de Geometría y necesidad de cambio en la metodología empleada y el grado de conocimientos del profesorado con respecto a las TIC, en particular del programa *Cabri*.

Todos los puntos descritos buscan complementar la investigación realizada en el marco teórico mediante el análisis de la realidad observada por los docentes de la ESO. Para ello se ha realizado una serie de cuestiones que se pueden observar en el *Anexo I: Cuestionario*.

5.3. Metodología

El presente estudio se realiza en dos centros de la Comunidad de Madrid. Para ello se contactó vía email enviando los cuestionarios al departamento de Matemáticas de los centros. Finalmente obtuvimos ocho cuestionarios de docentes, cuatro cuestionarios por centro, formando así la muestra de nuestro estudio. El primero de los centros se trata del “Colegio El Valle Valdebernardo” el cual se encuentra situado en un barrio del suroeste madrileño, en Madrid capital. Se trata de un centro de carácter concertado bilingüe y los alumnos tienen un nivel socioeconómico medio. El centro dispone de múltiples instalaciones: deportivas, biblioteca, laboratorios, etc. Ofrece

educación concertada hasta la ESO, y privada en Bachillerato. El otro centro se trata del Colegio “San Javier” situado en un barrio del sur madrileño, también en Madrid capital. Este centro es concertado y ofrece educación concertada hasta la ESO. El colegio está formado por varios edificios según los ciclos que imparten. Se trata del centro que mejor nota obtuvo en la Prueba de Conocimientos y Destrezas Indispensables que se realizó en la Comunidad de Madrid a los alumnos de 6º de Primaria en el año 2010. El estudio ha sido realizado en estos centros principalmente por su proximidad geográfica, y por la vinculación existente entre el investigador y el centro. Se han realizado en dos centros distintos con el objetivo de diversificar la información y que los resultados no se encuentren condicionados por las características de cada centro.

Para la recogida de datos se ha empleado la herramienta del cuestionario, realizando preguntas cerradas (las cuales nos permiten obtener rápidamente la información). Para ello se han repartido por igual en ambos centros, realizando el cuestionario al profesorado que imparte matemáticas en Educación Secundaria Obligatoria. Se ha procurado que el numero de encuestados sea el mismo en cada centro para así conseguir mayor equiparación entre los datos recogidos. Los cuestionarios se pueden consultar en el *Anexo I: Cuestionario*.

Debido al objetivo del cuestionario, las preguntas se han centrado en los siguientes aspectos:

- Análisis de las dificultades que presentan los alumnos frente a la asignatura de Matemáticas.
- Análisis de las dificultades conocidas por los docentes que tienen los alumnos frente al bloque de Geometría.
- La necesidad de cambio en la metodología empleada en la enseñanza de geometría y la idoneidad del uso de las TIC.
- Empleo de las TIC en el aula para la enseñanza.
- Grado de conocimientos del profesorado con respecto a las TIC, particularizando sobre el programa *Cabri*.

En la siguiente tabla se justifica la estructura del cuestionario y las preguntas realizadas a los docentes.

Tabla Nº 8. Justificación de la estructura y preguntas del cuestionario.

Bloque	Pregunta	Respuestas Posibles	Justificación	Objetivos
Dificultades de los alumnos en la asignatura Matemáticas	Pregunta Nº 1: <i>¿En qué área de las matemáticas observas que los alumnos presentan una mayor dificultad?</i>	Contenidos comunes Números Álgebra Geometría Funciones y Gráficas Estadística y probabilidad	Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de dos respuestas.	Conocer los bloques de matemáticas que generan una mayor dificultad al alumno.
	Pregunta Nº 2: <i>¿A qué dificultades se enfrentan los alumnos ante la asignatura de Matemáticas?</i>	Base matemática inadecuada Problemas de comprensión Falta de motivación Miedo a la asignatura Memorización Abstracción matemática	Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de dos respuestas.	Conocer las dificultades que observan los docentes en los alumnos en la asignatura de matemáticas.
Dificultades de los alumnos en geometría	Pregunta Nº 3: <i>¿Frente a qué contenidos del currículum de 2º de ESO del bloque de Geometría los alumnos presentan mayores dificultades?</i>	Semejanza y proporcionalidad de figuras Teorema de Pitágoras y Teorema de Tales Polígonos Poliedros Cuerpos de revolución Desarrollos planos Clasificación y propiedades de las figuras Calculo de áreas Calculo de volúmenes	Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de tres respuestas.	Conocer qué contenidos de 2º ESO de la asignatura de geometría son los más difíciles para los alumnos.
	Pregunta Nº 4: <i>¿Cuáles son los principales problemas a los que se enfrentan los estudiantes a la hora del estudio y comprensión del bloque de contenidos de Geometría?</i>	Comprendión del problema planteado Habilidad matemática Visualización espacial Estrategias de resolución de problemas Comprendión de los polígonos y poliedros Relación entre cuerpos geométricos	Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de dos respuestas.	Conocer las dificultades de los alumnos frente a los contenidos geométricos.
Cambio en la metodología de enseñanza de geometría y la idoneidad del uso de las TIC	Pregunta Nº 5: <i>¿Qué recursos didácticos son los que más empleas para enseñar geometría?</i>	Pizarra tradicional Libro de texto Juegos Videos Fotocopias Cartulinas Ordenadores Software digital	Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de tres respuestas.	Conocer qué herramientas didácticas utilizan los profesores para enseñar geometría.

Empleo de las TIC en el aula para la enseñanza.	Pregunta Nº 6: <i>¿Consideras que es necesario un cambio metodológico en la enseñanza actual de la geometría?</i>	Totalmente de acuerdo Parcialmente de acuerdo Ni en de acuerdo ni en desacuerdo Parcialmente en desacuerdo Totalmente en desacuerdo	Pregunta cerrada de alternativa simple.	Conocer la opinión de los docentes sobre la necesidad de un cambio en la metodología empleada en geometría.
	Pregunta Nº 7: <i>¿Consideras que la introducción de las TIC en las aulas y su utilización en la enseñanza sería la metodología idónea?</i>	Totalmente de acuerdo Parcialmente de acuerdo Ni en de acuerdo ni en desacuerdo Parcialmente en desacuerdo Totalmente en desacuerdo	Pregunta cerrada de alternativa simple.	Conocer la opinión de los docentes sobre si la utilización de las TIC sería la metodología idónea.
	Pregunta Nº 8: <i>¿Consideras que las TIC pueden ayudar a mejorar los resultados académicos de los alumnos?</i>	Totalmente de acuerdo Parcialmente de acuerdo Ni en de acuerdo ni en desacuerdo Parcialmente en desacuerdo Totalmente en desacuerdo	Pregunta cerrada de alternativa simple.	Conocer la opinión de los docentes sobre si las TIC pueden mejorar el rendimiento del alumno.
	Pregunta Nº 9: <i>¿Has empleado alguna vez las TIC en el aula para la enseñanza de Geometría?</i>	Si No	Pregunta cerrada de alternativa simple.	Conocer si los docentes consultados han empleado herramientas TIC alguna vez.
	Pregunta Nº 10: <i>¿Qué recurso has empleado?</i>	Ordenador Internet Programas de software didáctico Software de Geometría Dinámica (<i>Cabri</i> , <i>GeoGebra</i> ,...) Pizarra digital interactiva Videos educativos Blogs, Wikis, Webquest	Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de dos respuestas.	Conocer qué herramientas TIC han empleado los docentes consultados.
	Pregunta Nº 11: <i>¿Con qué periodicidad usa las TIC en el aula?</i>	A diario 1 vez a la semana 1 vez por unidad didáctica 1 vez por evaluación De forma ocasional Nunca	Pregunta cerrada de alternativa simple.	Conocer con qué frecuencia emplean los docentes consultados las TIC en el aula.

Conocimientos del profesorado de las TIC y Cabri	<p>Pregunta N° 12: <i>¿Cuáles son, en tu opinión, las ventajas del uso de las TIC en la enseñanza de la geometría?</i></p>	<p>Favorecen la motivación e interés del alumnado Facilitan una enseñanza interactiva y colaborativa Mejora las competencias de expresión y creatividad Favorece la comprensión gracias a la mejora en visualización Se consiguen los objetivos más rápido Se adaptan a los distintos ritmos de aprendizaje de cada alumno</p>	<p>Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de dos respuestas.</p>	<p>Conocer la opinión de los docentes consultados de las ventajas de las TIC en la enseñanza de geometría.</p>
	<p>Pregunta N° 13: <i>¿Cuáles son, en tu opinión, las desventajas del uso de las TIC en la enseñanza de la geometría?</i></p>	<p>Los alumnos se distraen fácilmente Los alumnos tienen a no esforzarse para conseguir los objetivos Aprendizaje superficial e incompleto Supone una formación continua por parte del profesorado Desconexión con los contenidos del libro de texto Uso irresponsable Aislamiento del alumno Cansancio visual Otros:</p>	<p>Pregunta cerrada de alternativa múltiple con posibilidad de dos respuestas.</p>	<p>Conocer la opinión de los docentes consultados de las desventajas de las TIC en la enseñanza de geometría.</p>
	<p>Pregunta N° 14: <i>¿Conoces el Software Cabri?</i></p>	<p>Si, lo he utilizado para la enseñanza de geometría Sí, he utilizado alguna presentación realizada con dicho programa para algún caso en concreto. Si, alguna vez me han hablado de él. No, pero me gustaría utilizarlo No, no tengo interés en el empleo de TIC en el aula.</p>	<p>Pregunta cerrada de alternativa simple.</p>	<p>Saber si los docentes consultados conocen el programa Cabri y si lo han utilizado alguna vez.</p>
	<p>Pregunta N° 15: <i>¿Dispones en tu aula habitual de un ordenador con proyector y con acceso a internet?</i></p>	<p>Si No</p>	<p>Pregunta cerrada de alternativa simple.</p>	<p>Conocer los recursos tecnológicos disponibles en las aulas de los centros consultados.</p>

Nota: Análisis de las preguntas del cuestionario realizado a los docentes. Fuente: Elaboración propia.

5.4. Análisis de los resultados obtenidos

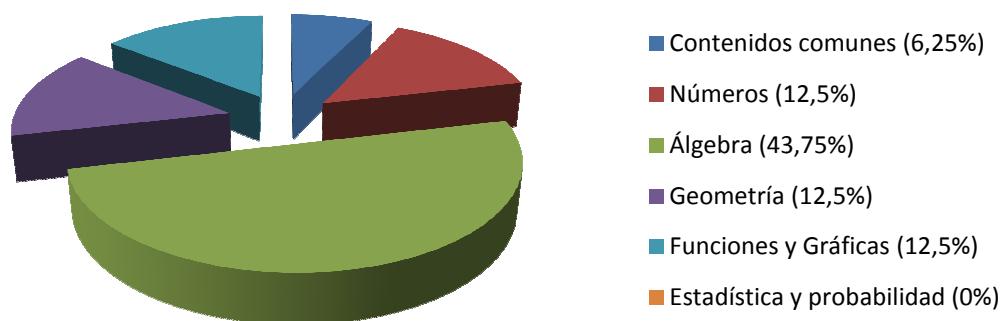
La opinión y experiencia de los docentes es un campo interesante de estudio para conocer y analizar las dificultades a las que los alumnos se encuentran con respecto al aprendizaje de la geometría. Es por eso que se ha realizado el cuestionario a los docentes.

El objetivo de este apartado es el de analizar los resultados obtenidos entre los encuestados para cada pregunta realizada en el cuestionario. Con ello se pretende realizar una aproximación al objeto de estudio para después poder extraer unas conclusiones generales.

Para ello vamos a dividir las preguntas del cuestionario según los aspectos de estudio indicados anteriormente. Los resultados del cuestionario están representados en porcentajes. Cada uno de ellos es el resultado de las respuestas de los docentes contemplando las opciones de respuesta dadas, correspondiendo el total al 100%. Según se observa en la Tabla N° 8, los docentes han podido marcar en algunos casos hasta tres opciones de respuesta por pregunta. El 100% recoge la totalidad de las respuestas aportadas por los profesores consultados, en cada una de las preguntas, sobre el cuestionario realizado a una muestra de ocho docentes.

5.4.1. Análisis de las dificultades que presentan los alumnos frente a la asignatura de Matemáticas

- 1) Pregunta N° 1: *¿En qué área de las matemáticas observes que los alumnos presentan una mayor dificultad?*

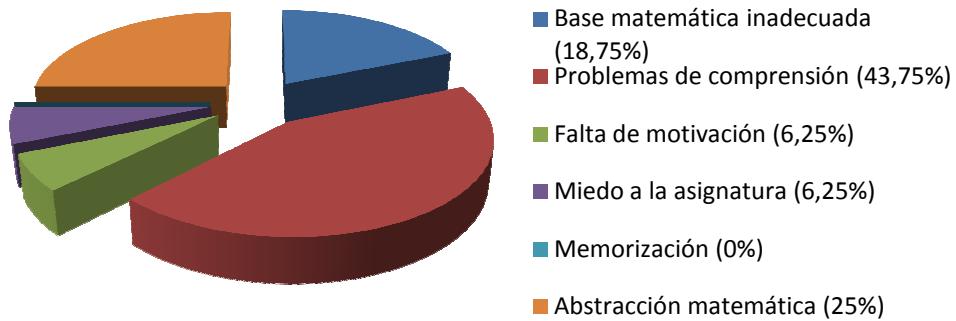


Gráfica N° 1. Áreas de mayor dificultad en la asignatura de Matemáticas, según los docentes entrevistados. Fuente: Elaboración propia.

En la Pregunta N° 1, los encuestados consideran en su mayoría que el álgebra es el área en la cual los alumnos presentan mayor dificultad (43,75%). En segundo lugar se encontrarían el área de números, geometría y funciones y gráficas con un 12,5% cada una. El

área de estadística y probabilidad es la que presenta una menor dificultad para los alumnos, según los docentes consultados.

- 2) Pregunta N° 2: *¿A qué dificultades se enfrentan los alumnos ante la asignatura de Matemáticas?*



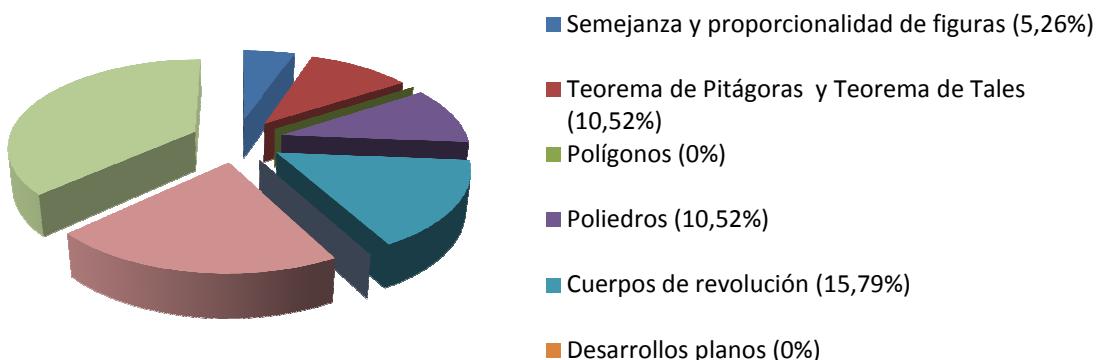
Gráfica N° 2. Dificultades observadas a los alumnos frente al aprendizaje de las Matemáticas, según los docentes entrevistados. Fuente: Elaboración propia.

En la Pregunta N° 2, las dificultades a las que se enfrentan los alumnos, según los docentes consultados, son principalmente problemas de comprensión (42,75%), seguido de problemas con la abstracción matemática (25%) y con una base matemática inadecuada (18,50%).

5.4.2. Análisis de las dificultades conocidas por los docentes que tienen los alumnos frente al bloque de geometría

Para analizar las dificultades en la comprensión de la geometría se han realizado las siguientes preguntas a los profesores consultados:

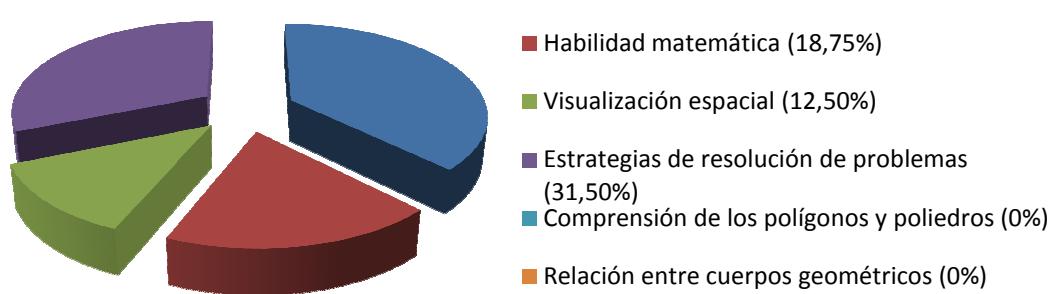
- 3) Pregunta N° 3: *¿Frente a qué contenidos del currículum de 2º de ESO del bloque de Geometría los alumnos presentan mayores dificultades?*



Gráfica N° 3. Contenidos de Geometría de 2º ESO con mayor dificultad para los alumnos. Fuente: Elaboración propia.

En la Pregunta Nº 3 los docentes indican que los contenidos del curso de 2º de ESO con mayor dificultad son el cálculo de volúmenes (36,84%) y áreas (21,05%), seguidos de los cuerpos de revolución (15,79%).

- 4) Pregunta Nº 4: *¿Cuáles son los principales problemas a los que se enfrentan los estudiantes a la hora del estudio y comprensión del bloque de contenidos de Geometría?*

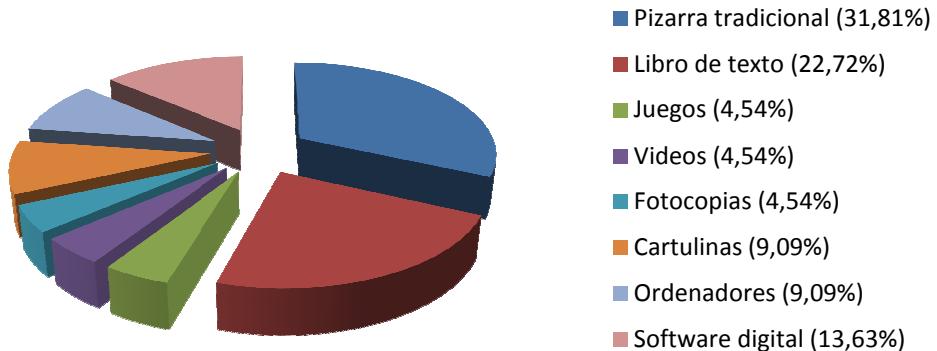


Grafica Nº 4. Principales problemas en el estudio y comprensión de la geometría. Fuente: Elaboración propia.

A la Pregunta Nº 4, los principales problemas que indican los docentes consultados para la compresión de la geometría son la comprensión del problema planteado (37,50%), las estrategias en la resolución de problemas (31,50%), habilidad matemática (18,75%) y visualización espacial (12,50%).

5.4.3. La necesidad de cambio en la metodología empleada en la enseñanza de geometría y la idoneidad del uso de las TIC

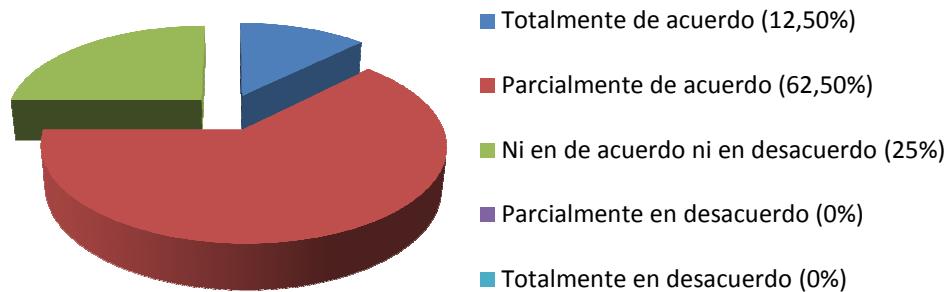
- 5) Pregunta Nº 5: *¿Qué recursos didácticos son los que más empleas para enseñar geometría?*



Gráfica Nº 5. Recursos didácticos más empleados para la enseñanza de geometría. Fuente: Elaboración propia.

En la Pregunta Nº 5 se observa que los recursos didácticos más empleados por los docentes consultados son la pizarra tradicional (31,81%) y el libro de texto (22,72%) seguidos del uso de software digital (13,63%).

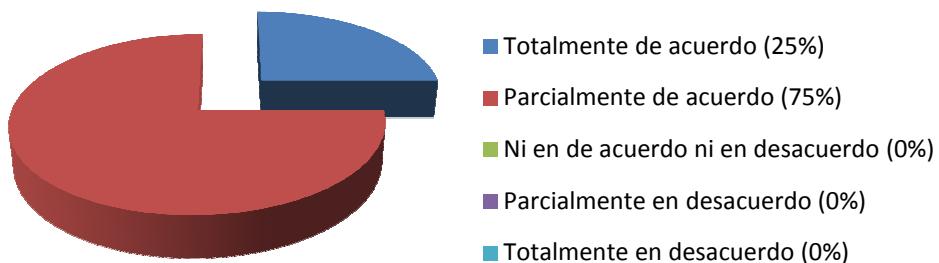
6) Pregunta Nº 6: *¿Consideras que es necesario un cambio metodológico en la enseñanza actual de la geometría?*



Gráfica N° 6. Necesidad de cambio metodológico en la enseñanza actual de la geometría. Fuente: Elaboración propia.

A la Pregunta Nº 6 la mayor parte de los docentes consultaron contestaron que se encuentran parcialmente de acuerdo (62,50%) en la necesidad de un cambio de metodológico en la enseñanza actual de la geometría.

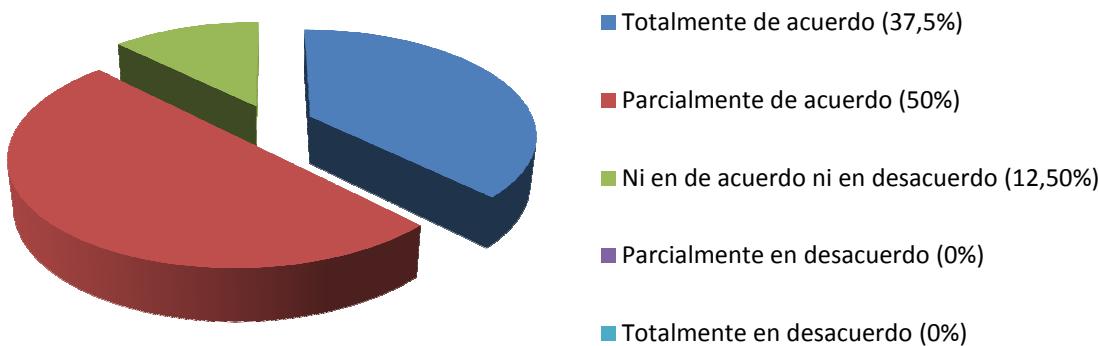
7) Pregunta Nº 7: *¿Consideras que la introducción de las TIC en las aulas y su utilización en la enseñanza sería la metodología idónea?*



Gráfica N° 7: Consideraciones sobre la introducción de las TIC como metodología idónea. Fuente: Elaboración propia.

A la pregunta Nº 7, la mayoría de los docentes contestaron que se encuentran parcialmente de acuerdo (75%) y totalmente de acuerdo (25%) con que la utilización de las TIC en las aulas es la metodología idónea.

- 8) Pregunta Nº 8: *¿Consideras que las TIC pueden ayudar a mejorar los resultados académicos de los alumnos?*

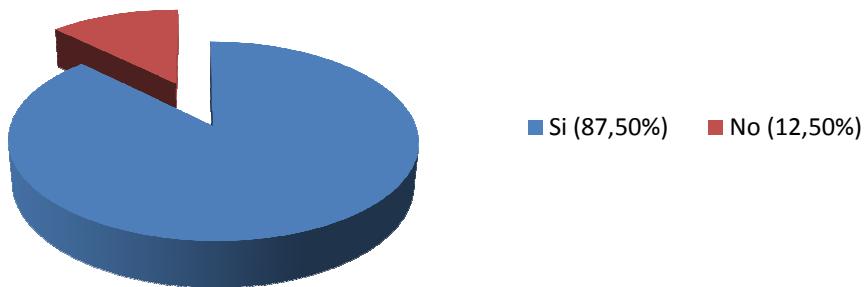


Gráfica Nº 8. Consideraciones sobre la influencia de las TIC en la mejora de los resultados académicos. Fuente: Elaboración propia.

A la Pregunta Nº 8, los docentes han contestado en un 50% que se encuentran parcialmente de acuerdo con que las TIC mejoran los resultados académicos. Con un 37,5% han contestado que están totalmente de acuerdo, y el 12,5% no se muestran ni de acuerdo ni en desacuerdo. Ninguno de los docentes se muestran en desacuerdo o parcialmente en desacuerdo.

5.4.4. Empleo de las TIC en el aula para la enseñanza

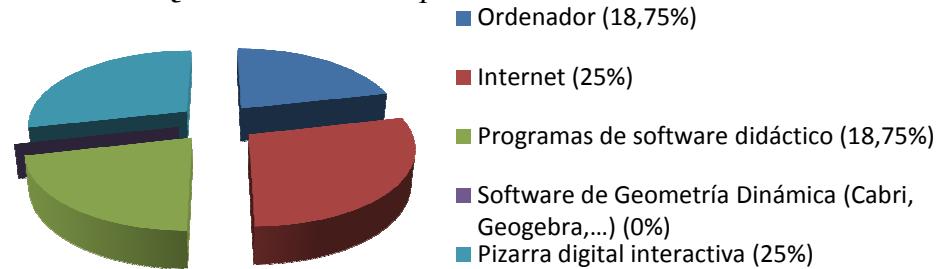
- 9) Pregunta Nº 9: *¿Has empleado alguna vez las TIC en el aula para la enseñanza de Geometría?*



Gráfica Nº 9: Consulta sobre el uso de las TIC. Fuente: Elaboración propia.

A la Pregunta Nº 9 los profesores han contestado en un 87,50% que han empleado alguna vez las TIC para la enseñanza de geometría.

10) Pregunta N° 10: *¿Qué recurso has empleado?*



Gráfica N° 10. Recursos TIC empleados. Fuente: Elaboración propia.

A la Pregunta N° 10, los docentes contestaron que el recurso TIC más empleado es Internet (25%) y la pizarra digital interactiva (25%), seguidos por el ordenador (18,75%) y los programas de software didáctico (18,75%).

11) Pregunta N° 11: *¿Con qué periodicidad usa las TIC en el aula?*

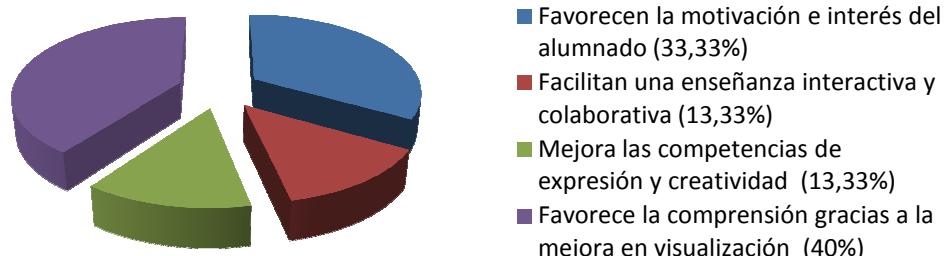


Gráfica N° 11. Consulta sobre la periodicidad en el uso de las TIC. Fuente: Elaboración propia.

A la pregunta N°11, los docentes indicaron con un 37,50% que empleaban las TIC de forma ocasional, si bien el 25% indicó que lo utilizaba una vez a la semana y otro 25% una vez por unidad didáctica. También el 12,5% indicó que no lo empleaba nunca.

5.4.5. Grado de conocimientos del profesorado con respecto las TIC, en particular sobre el programa Cabri

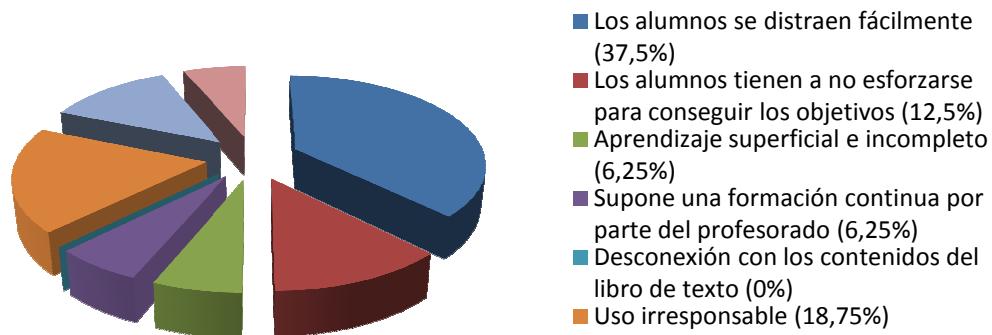
12) Pregunta N° 12: *¿Cuáles son, en tu opinión, las ventajas del uso de las TIC en la enseñanza de la geometría?*



Gráfica N° 12. Consulta sobre las ventajas en el uso de las TIC en geometría. Fuente: Elaboración propia.

A la Pregunta Nº 12 los docentes contestaron en un 40% que el uso de las TIC en geometría favorece la comprensión gracias a la mejora en visualización. También indicaron que favorece la motivación e interés del alumno (33,33%). En un 13,33% indican que facilita una enseñanza interactiva y colaborativa y en otro 13,33% que mejora la expresión y creatividad. En cambio, ningún docente indicó que los objetivos se consiguen más rápidamente ni que se adaptan a los distintos ritmos de aprendizaje del alumnado.

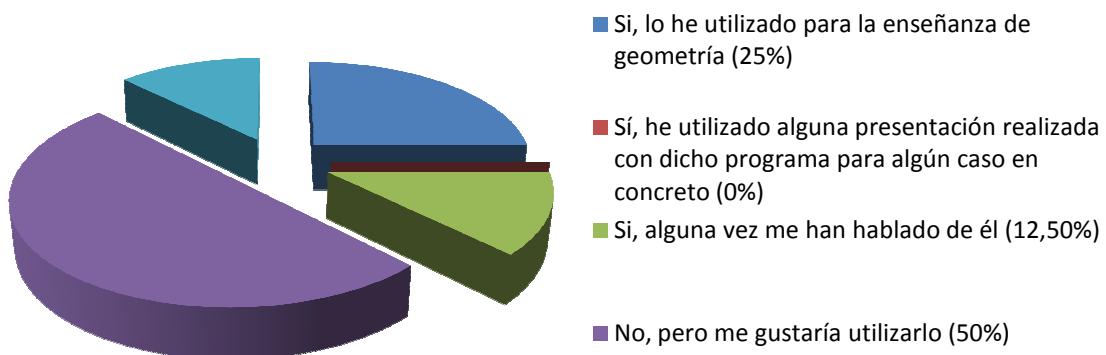
13) Pregunta Nº 13: ¿Cuáles son, en tu opinión, las desventajas del uso de las TIC en la enseñanza de la geometría?



Gráfica N° 13. Consulta sobre las desventajas en el uso de las TIC en geometría. Fuente: Elaboración propia.

A la Pregunta Nº 13 los docentes contestaron que las mayores desventajas de las TIC se encuentran en que los alumnos se distraen fácilmente (37,50%) y su uso irresponsable (18,75%). También indican que los alumnos tienden a no esforzarse para conseguir los objetivos (12,5%) y que provoca el aislamiento del alumno (12,50%). En menor porcentaje, consideran que las TIC genera cansancio visual (6,25%), aprendizaje superficial e incompleto (6,25%) y que genera una formación continua por parte del profesorado (6,25%). Ninguno de los docentes considera que se genera una desconexión con los contenidos del libro de texto.

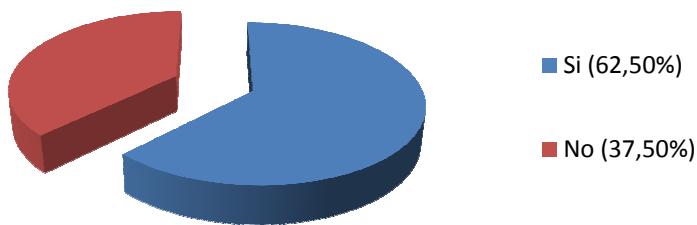
14) Pregunta Nº 14: ¿Conoces el Software Cabri?



Gráfica N° 14. Consulta sobre el conocimiento del software Cabri. Fuente: Elaboración propia.

Como respuesta a la Pregunta Nº 14, respecto al uso del software *Cabri*, el 25% de los docentes consultados indica que lo conoce y lo ha empleado alguna vez en la enseñanza de geometría. El 50% indica que no lo conoce, pero le gustaría utilizarlo. El 12,5% indica que lo conoce porque alguna vez le han hablado de él, mientras que el 12,5% indica que no lo conoce y no tiene interés en el empleo de TIC en el aula.

15) Pregunta Nº 15: ¿Dispones en tu aula habitual de un ordenador con proyector y con acceso a internet?



Gráfica Nº 15. Consulta sobre las herramientas digitales que disponen en el aula. Fuente: Elaboración propia.

A esta última pregunta los docentes contestaron en un 62,50% que en su aula habitual disponen de un ordenador con proyector y acceso a internet.

5.5. Conclusiones del Estudio de Campo

El estudio de campo se organizó en torno a cinco bloques:

1. Análisis de las dificultades en la asignatura de Matemáticas

En la primera pregunta del cuestionario los docentes indican que el contenido con mayor dificultad es el álgebra seguido por igual por el bloque de números, geometría y funciones y probabilidad. Estos resultados concuerdan parcialmente con lo estudiado en el marco teórico, donde se indicaba que las materias que presentaban más dificultad era en primer lugar el álgebra y en segundo lugar la geometría. Sobre las dificultades a las que se enfrentan los alumnos, los problemas de comprensión y abstracción matemática son los principales.

2. Análisis de las dificultades frente al bloque de Geometría

Según los resultados obtenidos, se pone de manifiesto que los contenidos del currículo de 2º de ESO que mayor dificultad suponen para los alumnos es el de los cuerpos de revolución, y el cálculo de áreas y volúmenes. También que las principales dificultades a la

hora del estudio y comprensión de geometría son las estrategias de resolución de problemas y la comprensión del problema planteado. Estas dificultades coinciden, en parte, con los resultados sobre las dificultades indicadas en la materia de matemáticas, las cuales eran problemas de comprensión y abstracción matemática, entendiendo por tanto que los problemas que existen en la comprensión de los contenidos de geometría, son extensivas a la asignatura de matemáticas en general. También se indica, en menor porcentaje, la visualización espacial como una dificultad en este bloque de contenidos.

3. La necesidad de cambio en la metodología empleada en la enseñanza de geometría usando las TIC.

Con respecto a este bloque se realizaron tres preguntas, en las cuales los docentes consultados indican, en su mayoría, que es necesario un cambio metodológico en la enseñanza actual de la geometría y que la introducción de las TIC en las aulas y su empleo en la enseñanza sería la metodología idónea. También la mayoría opina que las TIC pueden ayudar a mejorar los resultados académicos, lo cual concuerda con lo estudiado en el estudio de campo. Esta necesidad de cambio de metodología es la base para la propuesta didáctica realizada, en la cual se emplean las TIC.

4. Empleo de recursos TIC en el aula para la enseñanza.

En este punto se obtuvieron los resultados de que la mayoría ha empleado recursos TIC en el aula alguna vez, utilizando en su mayoría internet, programas de software didáctico, el ordenador y la pizarra digital interactiva. De estos resultados observamos que los docentes ya están empleando las TIC en las aulas, por lo que una propuesta didáctica basada en el empleo de las TIC sería el siguiente paso.

5. Grado de conocimientos del profesorado con respecto a las TIC, en particular respecto al programa Cabri.

Los docentes consultados opinan que las TIC favorecen la motivación e interés del alumno y facilitan la comprensión gracias a la mejora en la visualización de las figuras tridimensionales. En cambio ninguno indica que una de las ventajas es que se pueda adaptar a los ritmos de aprendizaje de los alumnos o que se consiguen más rápidamente los objetivos. Con respecto a las desventajas, la principal que observan los encuestados es que los alumnos se distraen fácilmente. También el uso irresponsable de las TIC por parte del alumnado son determinantes en la elección de estas herramientas didácticas. Con respecto al programa *Cabri*, la mayoría no lo conoce, pero le gustaría utilizarlo. Por último, la mayoría de los docentes poseen en su aula habitual de un ordenador con proyector y con acceso a internet, por lo tanto podría emplear dicho recurso didáctico.

A modo de conclusión general al estudio de campo realizado, se observa que los docentes no tienen conocimientos reales de los resultados de los alumnos en los informes de PISA con respecto a los resultados en geometría, al no indicar que sea el área con mayor dificultad. Las dificultades que observan en la asignatura de matemáticas coinciden con las del bloque de geometría, observando que se tratan problemas de comprensión, abstracción y resolución de problemas. En cuanto a los contenidos de 2º de ESO el cálculo de áreas y volúmenes son los que más dificultades presentan. Observamos que a pesar de que indican necesario un cambio en la metodología de enseñanza de geometría a través de la utilización de las TIC, los docentes siguen empleando la metodología tradicional en su mayoría, a través del libro de texto y la pizarra tradicional. Con respecto a la periodicidad del uso de las TIC, la mayoría las emplea de forma ocasional, indicando que favorecen la motivación e interés del alumno y que favorece la comprensión gracias a la mejora en visualización. En cambio, el software *Cabri*, pese a ser uno de los primeros software de geometría dinámica, no era conocido por la mayoría de los encuestados, habiendo sido empleado alguna vez por el 25%.

Tras el estudio de campo realizado, se observa que los docentes se resisten al empleo de las TIC en el aula de forma habitual, pese a considerar que es necesario un cambio en la metodología empleada hasta el momento, en la enseñanza de geometría. No se observa entre los recursos didácticos más habituales los ordenadores o software digital, siendo los más empleados la pizarra tradicional y el libro de texto, pese a disponer la mayoría de un ordenador con proyector y acceso a internet en su aula habitual. Los docentes indican que las desventajas principales son atribuibles al alumnado (se distraen, utilizan las TIC de forma irresponsable o no se esfuerzan para conseguir los objetivos), observando también, como uno de ellos indica, que el empleo de estas herramientas supone una formación continua para el profesorado, el cual necesitará conocer los diferentes software y actualizaciones que vayan saliendo al mercado.

6. PROPUESTA PRACTICA: EMPLEO DEL SOFTWARE *CABRI 3D*

6.1. Introducción

A continuación se propone una metodología didáctica para el estudio de geometría en 2º de ESO empleando el software de geometría dinámica *Cabri 3D*. El diseño de esta propuesta tiene como finalidad el empleo de figuras geométricas y construcciones realizadas con el software como un recurso más en el aula. El objetivo es que el alumnado comprenda mejor los conceptos y tenga un mayor rendimiento del tiempo empleado en el aula. Como se ha indicado, no se pretende que este software sustituya al libro de texto, sino que sea empleado por el docente como una herramienta didáctica más.

6.2. Destinatarios

Los destinatarios de la propuesta metodológica para la enseñanza de geometría empleando el software *Cabri 3D* son alumnos que se encuentran en clase de matemáticas del nivel educativo de 2º de ESO. Estos alumnos deberían poseer conocimientos básicos de geometría, puesto que en el primer curso de ESO han estudiado figuras planas, terminología, relaciones entre figuras y el cálculo de áreas.

6.3. Propuesta didáctica

Tras el estudio de campo realizado, hemos observado que dentro del currículum de 2º de ESO el cálculo de áreas y volúmenes es un tema de alta dificultad para el alumnado. Es por ello que la presente propuesta se va a centrar en estos contenidos. La propuesta se centra en simular en un entorno 3D los poliedros y prismas objeto de enseñanza, para mejorar la visualización de los mismos de modo que el alumno forme el concepto de las figuras estudiadas de una forma correcta, evitando las dificultades señaladas en el punto 4.3. *Problemas en la enseñanza de geometría*. Esta herramienta se trabajará en el aula junto con el libro de texto y el cuaderno e instrumentos de dibujo del alumno. La pizarra tradicional será sustituida por el ordenador y proyector en el cual el docente creará las construcciones en cada una de las actividades. El centro deberá adquirir la licencia del programa, según la *Tabla N° 5. Precios de Licencia de Cabri II Plus y Cabri 3D*, por lo que implantar esta propuesta también supone una inversión económica por parte del centro. La presente

propuesta se plantea realizar en el aula de informática, por lo que se basa en la adquisición de la licencia de *Cabri 3D Classroom license*.

6.4. Metodología

6.4.1. Recursos

Para realizar la propuesta didáctica serán necesarios los siguientes recursos:

- Aula de informática*: 10 ordenadores para los alumnos (10 ordenadores por el límite de la licencia de aula)
- Proyector*: Empleado por el docente para las actividades de iniciación y guiar la clase.
- Conexión a internet*: Necesario para poder emplear *CabriWeb* en los casos en que fuera necesario consultar construcciones de otros autores.

6.4.2. Objetivos

La propuesta metodológica tiene como objetivo fomentar la visualización de los objetos tanto planos como tridimensionales y mejorar el rendimiento del alumno en clase. Para ello se realizarán actividades que utilicen las características del software mencionadas en el punto *4.4.3. Uso de las TIC en geometría*: Visualización de conceptos, interactividad y dinamismo y ganancia de tiempo.

Para conseguir los objetivos propuestos las actividades deben fomentar el autoaprendizaje. A través de las actividades realizadas con *Cabri 3D* el alumno puede descubrir la geometría por sí mismo. Por otro lado, se fomenta la construcción del conocimiento. Las actividades permiten al alumno explorar las figuras geométricas y asimilar los conceptos por observación, reflexión y deducción.

6.4.3. Actividades

El software *Cabri 3D* permite una metodología activa y dinámica, donde los alumnos pueden construir figuras y experimentar con ellas. El papel del profesor va a consistir en preparar las actividades, las cuales van a ser de dos tipos:

- *Actividades de iniciación*: Serán realizadas por el docente para explicar las propiedades de las figuras y cuerpos y las relaciones entre los elementos de las figuras, resultados métricos, etc. Se empleará *Cabri 3D* con un ordenador y proyector.

- *Actividades de desarrollo:* Serán explicadas por el docente y realizadas en el aula de informática por parte de los alumnos. Para ello los alumnos se colocarán por parejas. Las actividades estarán guiadas por el profesor y tendrán como objetivo profundizar en los conceptos explicados en las actividades de iniciación.

6.5. Desarrollo de la propuesta

Para el desarrollo de la unidad didáctica de *Áreas y volúmenes de poliedros y cuerpos de revolución* se realiza la programación en seis sesiones de 50 minutos cada una, temporalizadas de la siguiente forma:

- Primera Sesión: Área y volumen del prisma.
- Segunda Sesión: Área y volumen de la pirámide.
- Tercera Sesión: Área y volumen del cilindro.
- Cuarta Sesión: Área y volumen del cono y esfera.
- Quinta Sesión: Área y volumen de poliedros truncados.
- Sexta Sesión: Evaluación.

6.5.1. Competencias básicas

Con este tema y con el uso de la metodología presentada se pretende desarrollar las siguientes competencias básicas:

Tabla Nº 9. Competencias básicas desarrolladas en la propuesta didáctica.

Descubrir relaciones entre el área y el volumen de diferentes cuerpos geométricos	C2, C4, C6
Descubrir las relaciones entre cuerpos geométricos y llevar a cabo con criterio propio una estrategia de planteamiento en problemas geométricos	C2, C4, C6, C7
Gestionar y controlar la capacidad de utilización de sus conocimientos de geometría para emplearlos como recursos y técnicas para profundizar en la ampliación de los mismos	C2, C4, C7
Comprender y apreciar el concepto de volumen y área en el mundo de las artes: escultura, arquitectura...	C2, C3, C4, C5, C6

Nota: Competencias básicas desarrolladas en la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Siendo las competencias básicas abreviadas del siguiente modo:

- C1: Comunicación lingüística
- C2: Competencia Matemática
- C3: Conocimiento e interacción con el mundo físico
- C4: Tratamiento de la información y competencia digital
- C5: Competencia cultural y artística

- C6: Aprender a aprender
 C7: Autonomía e iniciativa personal

6.5.2. Desarrollo de actividades

La presente propuesta didáctica pretende introducir el software de geometría dinámica *Cabri 3D* en la enseñanza de este bloque de contenidos. A continuación se van a desarrollar las actividades a realizar con *Cabri 3D* de las dos primeras sesiones.

Tabla Nº10. Sesión Nº1 de la propuesta didáctica empleando Cabri3D.

SESION Nº1: ÁREA Y VOLUMEN DEL PRISMA

Recursos:	<i>Cabri 3D</i> , ordenador, proyector, cuaderno e instrumentos de dibujo.
Objetivos:	Conocer el desarrollo lateral de un prisma knowing la base y saber hallar el área lateral y volumen de un prisma.
Actividad realizada con <i>Cabri3D</i> :	<i>Area y volumen de un prisma de base pentagonal</i>
Actividad de iniciación	

Nota: Sesión Nº1 de la propuesta didáctica empleando Cabri3D. Fuente: Elaboración propia.

A continuación se desarrolla la actividad realizada con *Cabri 3D* en diferentes pasos. Se trata de una actividad de iniciación, por lo que será realizada por el docente en el aula empleando el proyector.

Paso Nº 1: Realización de un prisma de base pentagonal en *Cabri 3D* como se muestra en la Figura Nº14.

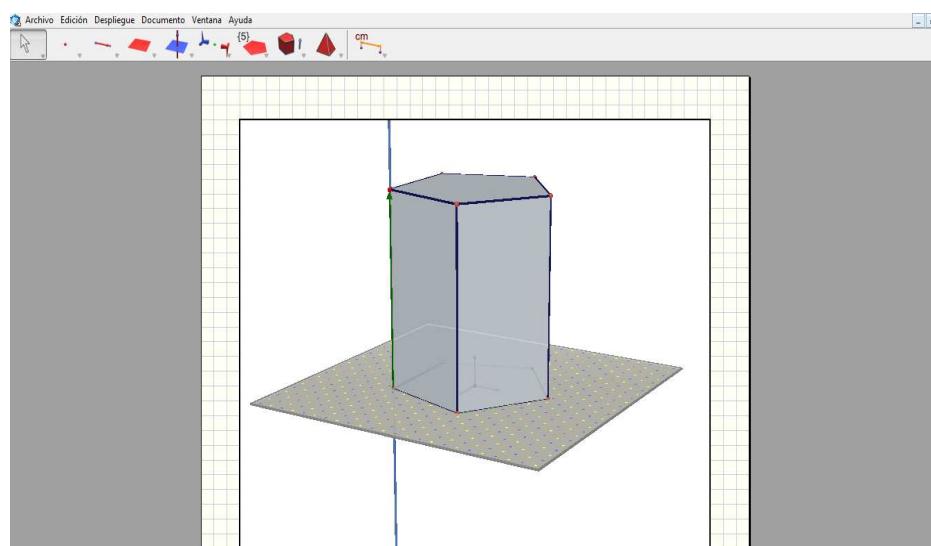


Figura Nº 14. Sesión Nº1 Paso Nº1 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N° 2: Empleo de función “Bola de Cristal” para la explicación de las características del prisma, incidiendo en la base y altura, útiles posteriormente para el cálculo de áreas y volúmenes. En la Figura N° 15 se muestra la altura del prisma, empleando la función “Bola de Cristal” y *Estilo de Superficie en Vacío*.

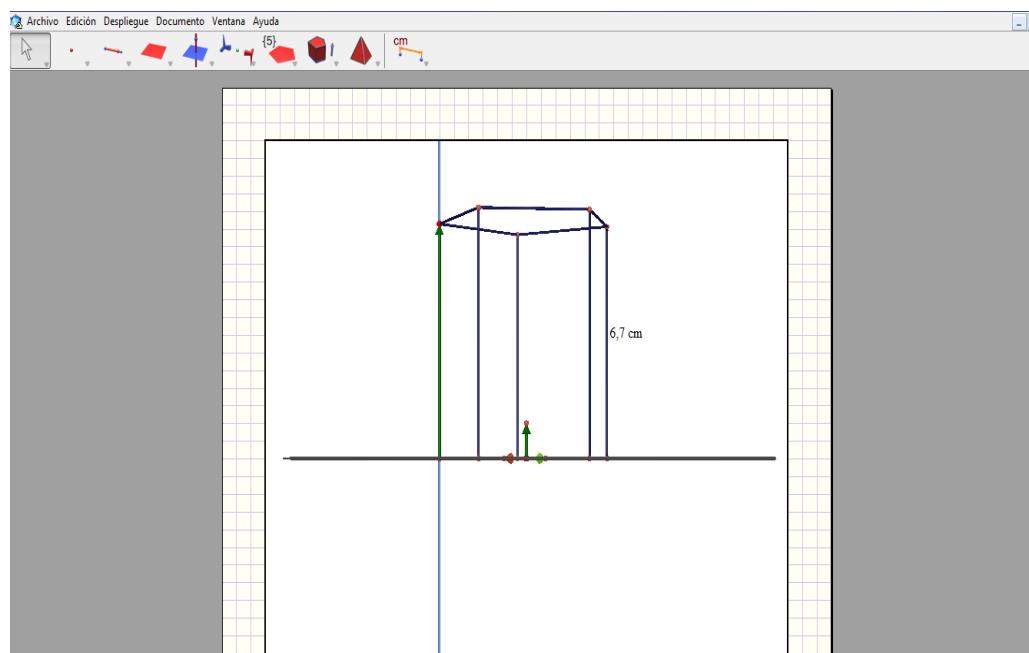


Figura N° 15. Sesión N°1 Paso N°2 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura N° 16 se han marcado las dimensiones de los lados en la base del prisma.

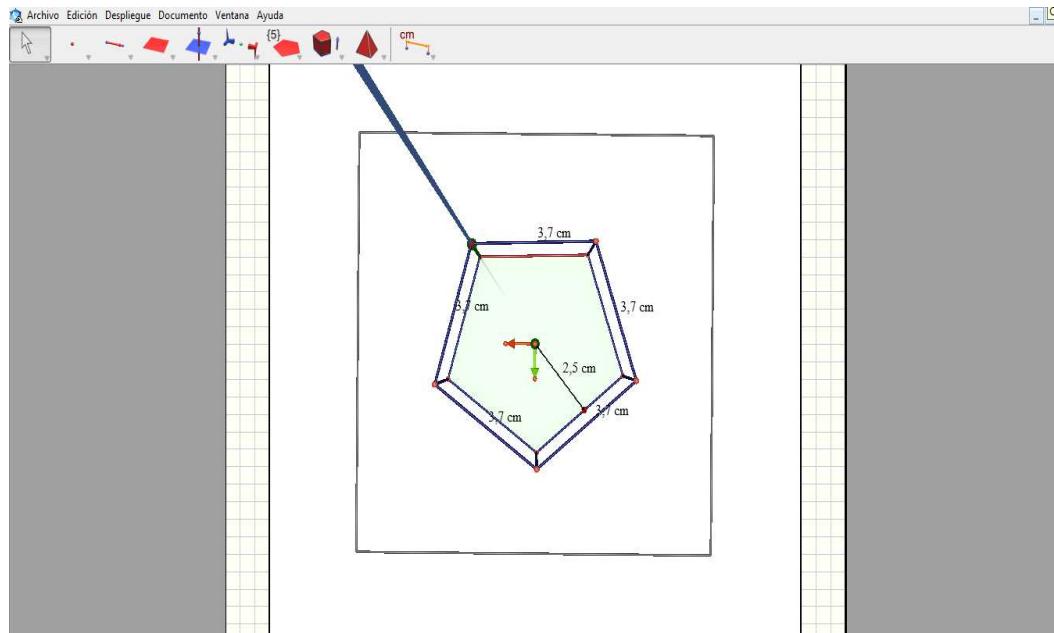


Figura N° 16. Sesión N°1 Paso N°2 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N° 3: Cálculo de área lateral. Para ello utilizaremos la herramienta de abrir poliedro como se muestra en la Figura N° 17.

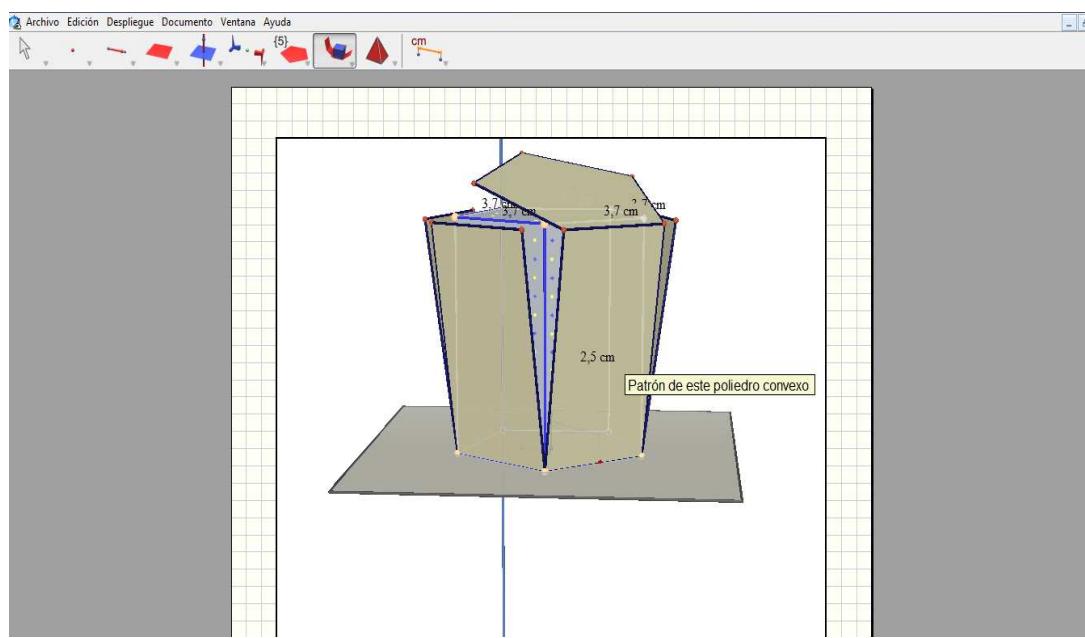


Figura N° 17. Sesión N°1 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Tras abrir el poliedro se creará el patrón del poliedro (Figura N°18), señalando las distancias en todos los lados. Este paso intenta explicar las figuras geométricas de las que está compuesto un prisma de base pentagonal.

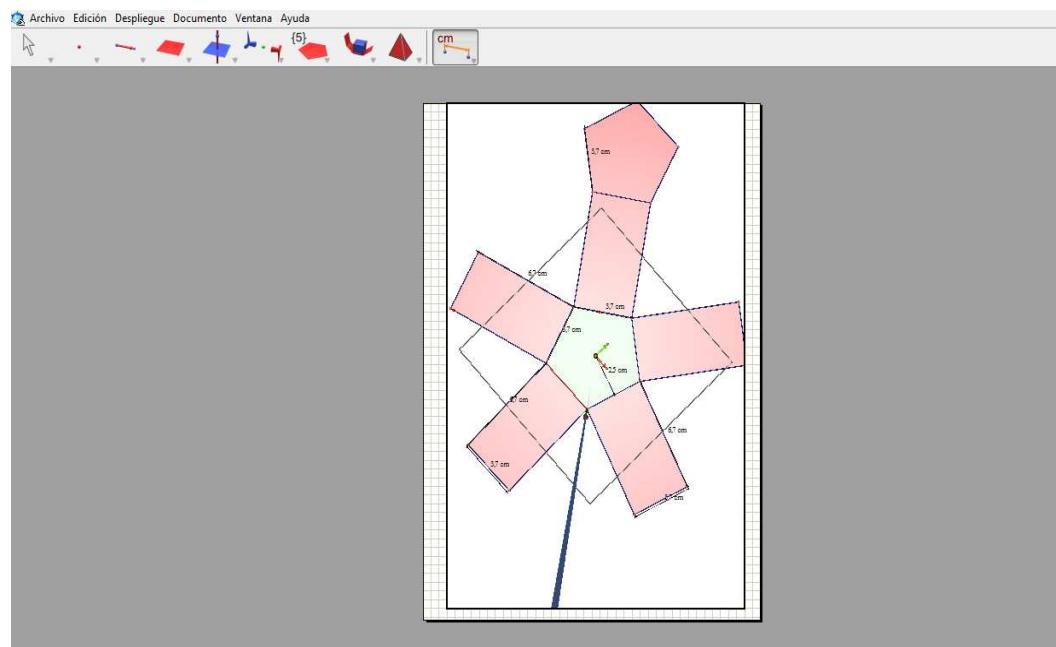


Figura N° 18. Sesión N°1 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N° 4: Utilizando la herramienta de *Estilo de Superficie en Vacío*, se vuelven a mostrar todas las dimensiones del prisma. Este paso consiste en aplicar la fórmula matemática del área y volumen del prisma empleando las medidas que están representadas en la figura, como se muestra en la Figura N°18.

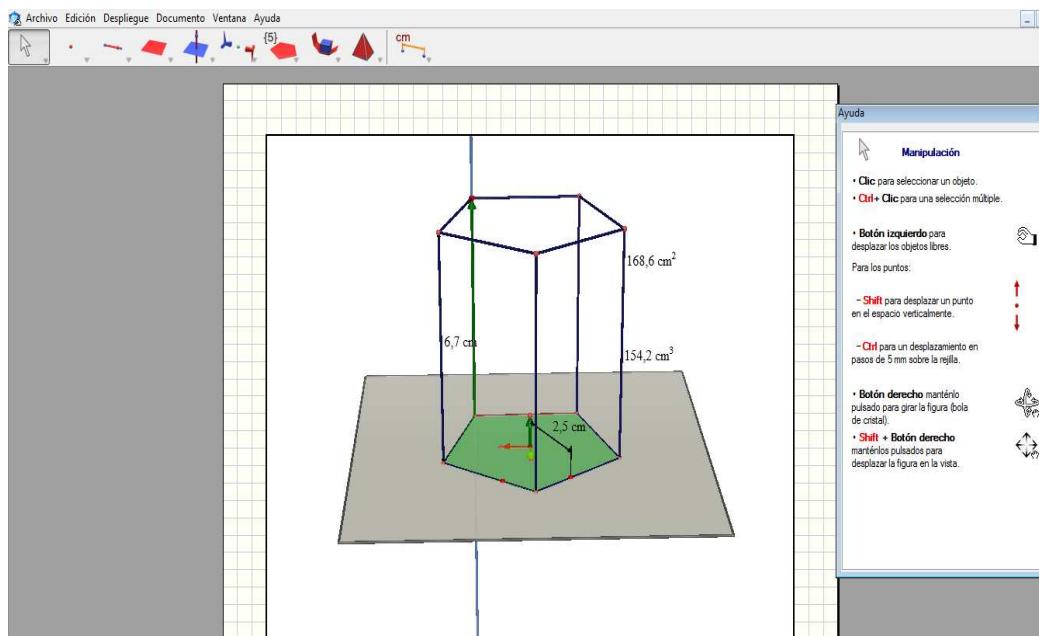


Figura N° 19. Sesión N°1 Paso N°4 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Por último la actividad finaliza comprobando los resultados obtenidos con la herramienta de cálculo de áreas y volúmenes del programa.

En la Sesión N° 2, dedicada a la enseñanza del Área y volumen de un tetraedro regular, se propone una actividad de desarrollo, la cual será realizada por parejas de alumnos en los ordenadores del aula de informática.

Tabla N°11. Sesión N°2 de la propuesta didáctica empleando Cabri3D.

SESION N°2: ÁREA Y VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE	
Recursos:	Cabri 3D y ordenador.
Objetivos:	Conocer los desarrollos laterales, figuras planas de las que se compone un tetraedro y conocer y aplicar la fórmula del área de un triángulo. Saber aplicar el teorema de Pitágoras, conocer y aplicar la fórmula de volumen de un tetraedro.
Actividad realizada con Cabri3D:	Área y volumen de un tetraedro regular.
Actividad de desarrollo	

Nota: Sesión N°2 de la propuesta didáctica empleando Cabri3D. Fuente: Elaboración propia.

Paso N°1: Realización de tetraedro en *Cabri 3D*, a través de la herramienta crear tetraedro, como se muestra en la Figura N°19.

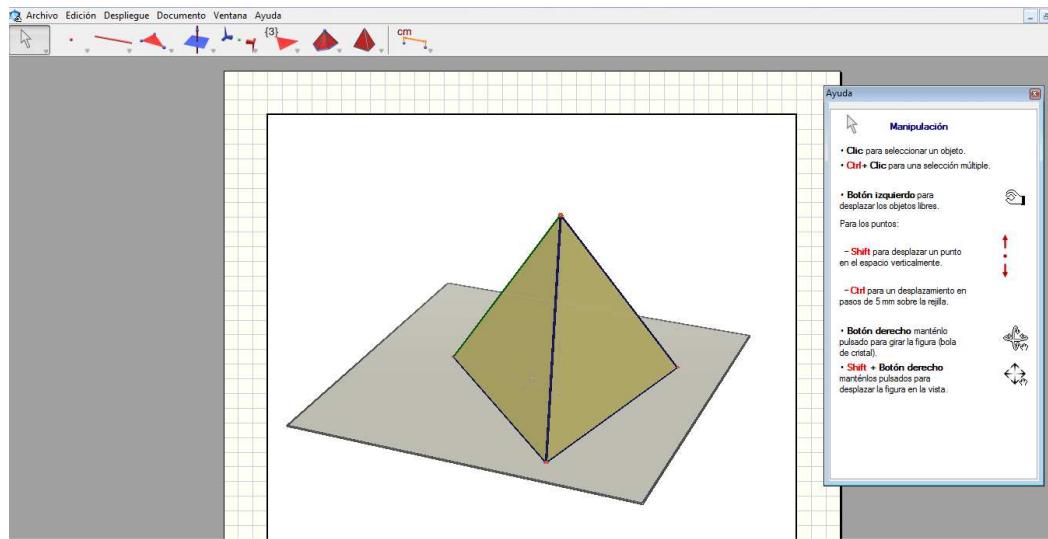


Figura N°20. Sesión N°2 Paso N°1 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N° 2: Empleo de función “Bola de Cristal” para la explicación de las características del tetraedro, incidiendo en la base y altura, útiles posteriormente para el cálculo de áreas y volúmenes. Se emplea la herramienta *Estilo de Superficie* en *Vacio* para visualizar únicamente las aristas del tetraedro.

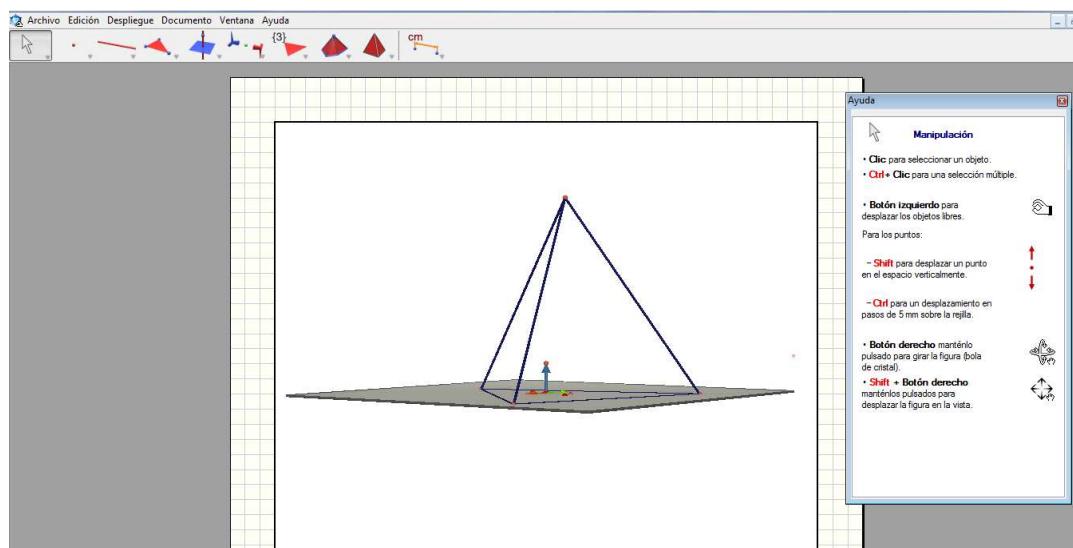


Figura N°21. Sesión N°2 Paso N°2 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N°3: Cálculo de área lateral. Para ello utilizaremos la herramienta de abrir poliedro (Figura N° 21), marcando en las aristas las dimensiones de cada uno de los lados, buscando relacionarlas con las dimensiones en el poliedro cerrado.

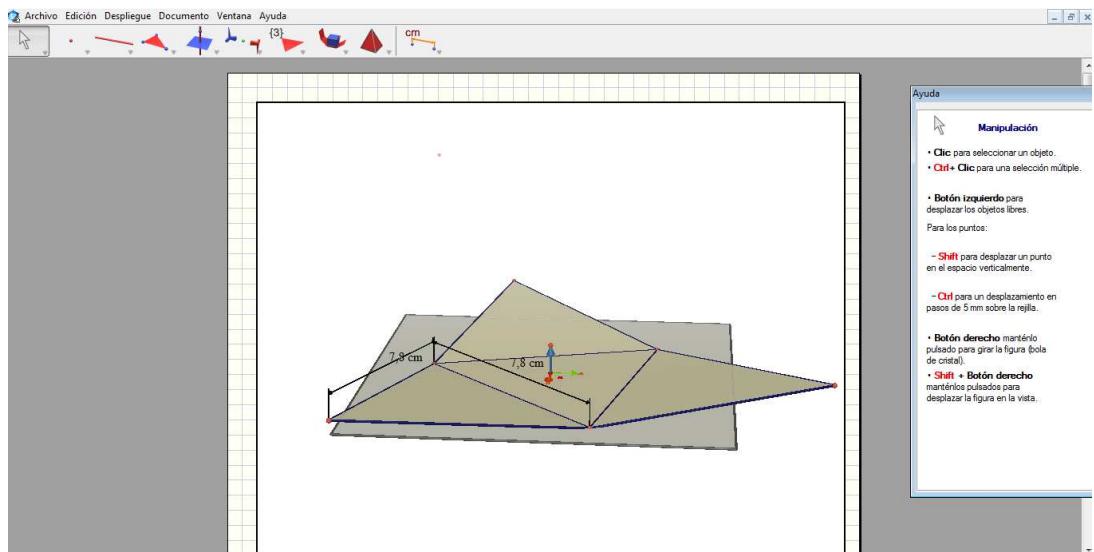


Figura N°22. Sesión N°2 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Posteriormente se crea el patrón del poliedro, señalando las distancias en todos los lados, y así explicar que un tetraedro está formado por 4 triángulos equiláteros (Figura N°22).

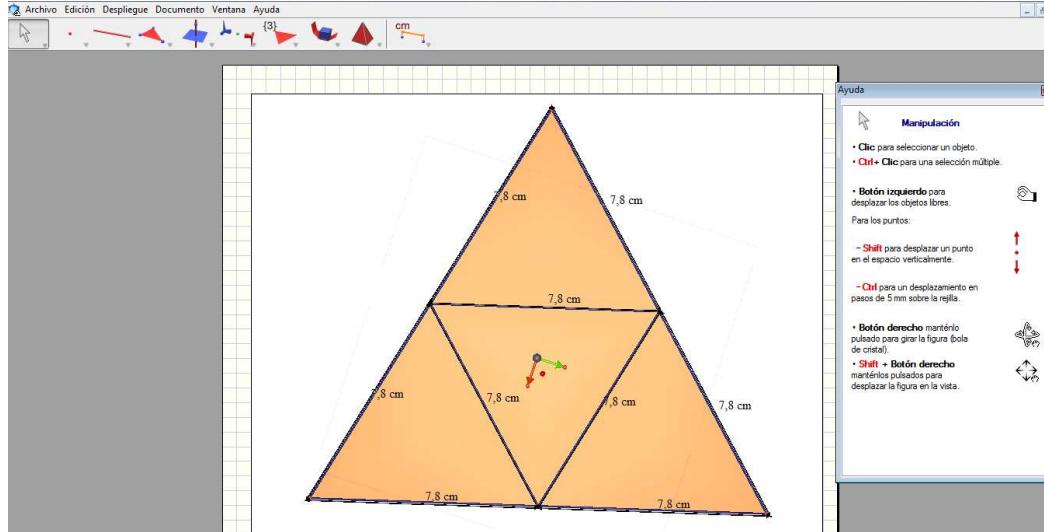


Figura N°23. Sesión N°2 Paso N°3 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N° 4: Aplicar la fórmula del área de un triángulo para hallar el área lateral del tetraedro.

Paso N°5: Crear un triángulo interno en el tetraedro que pase por la altura del mismo. Señalar las medidas de los lados de este rectángulo como se muestra en la Figura N°23 empleando la herramienta *Estilo de Superficie en Vacío*.

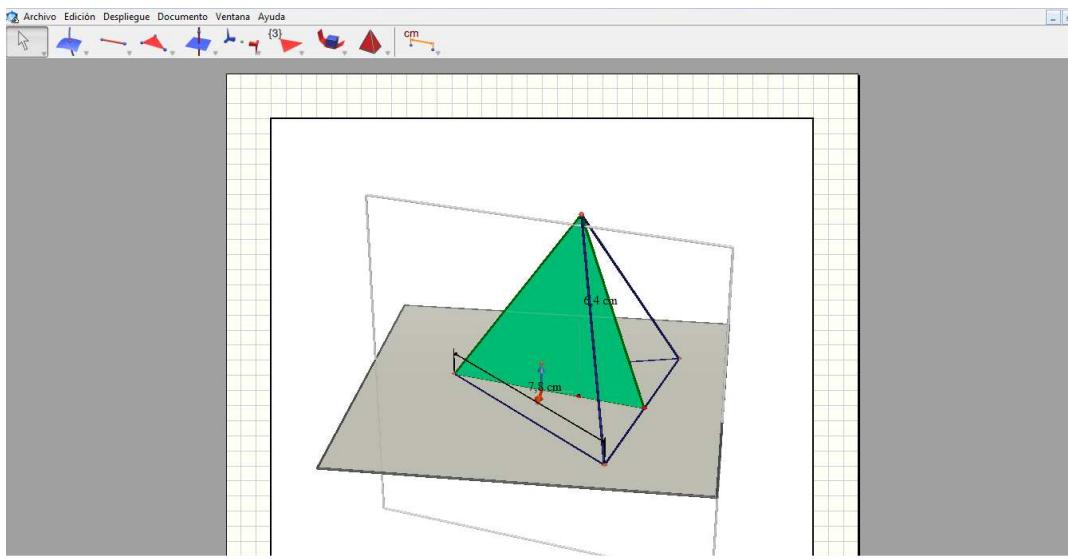


Figura N°24. Sesión N°2 Paso N°5 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N°6: Empleando la función “Bola de Cristal” se observa el triángulo con las medidas de los lados y altura (Figura N°24).

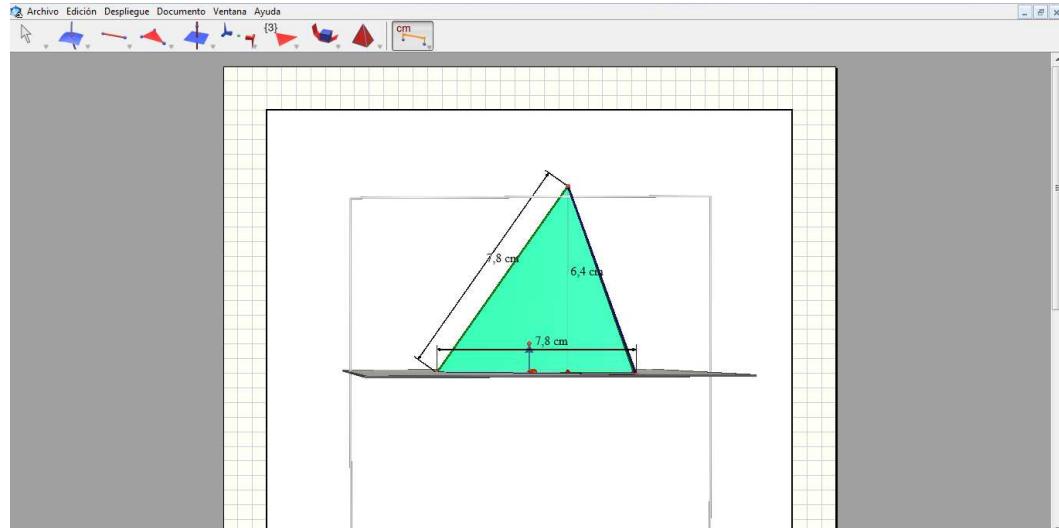


Figura N° 25. Sesión N°2 Paso N°6 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Paso N°7: Hallar el volumen del tetraedro, conociendo la base y altura halladas en los pasos anteriores, y que se visualizan en la Figura N° 25.

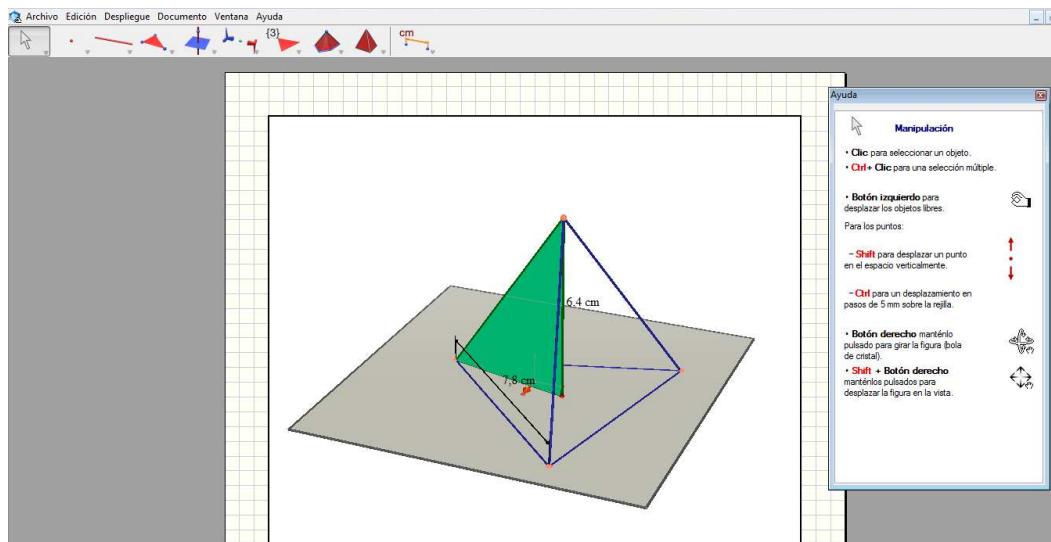


Figura N°26. Sesión N°2 Paso N°7 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Por último, se comprueba con el programa a través de la herramienta “Área” y “Volumen” el resultado correcto (Figura N° 26).

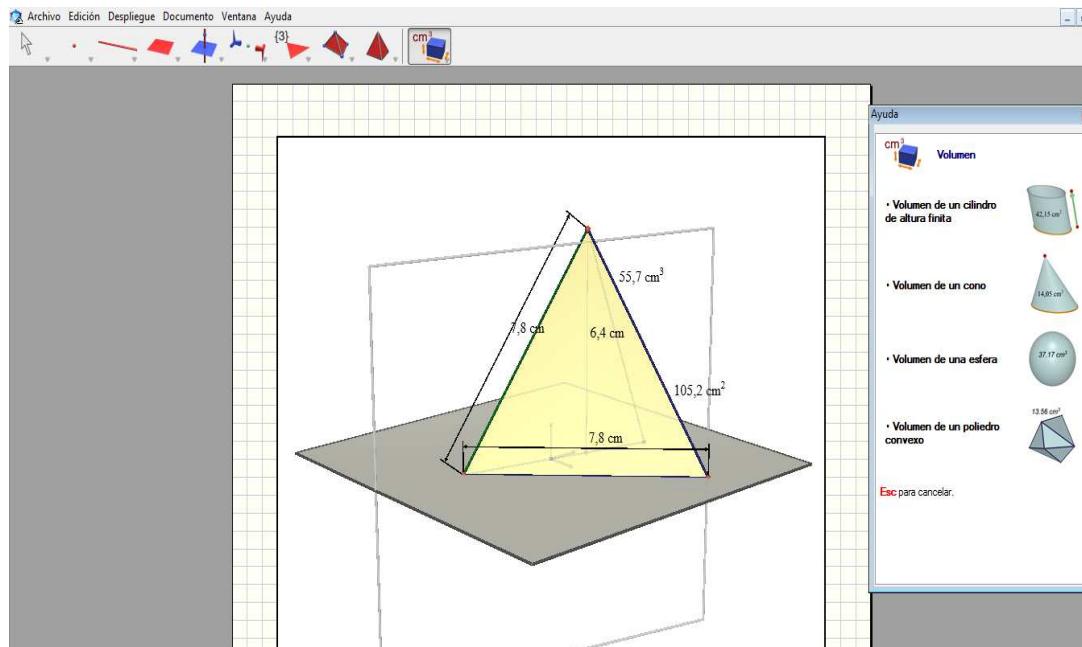


Figura N°27. Sesión N°2 Paso N°7 de la actividad de la propuesta didáctica. Fuente: Elaboración propia.

Si el resultado obtenido matemáticamente por el alumno no coincidiera con el resultado arrojado por el programa, se debatiría en el aula por qué no coincide y se trataría de encontrar el error.

7. APORTEACIONES

La principal aportación del trabajo es mostrar las ventajas del empleo de *Cabri 3D* en la enseñanza de geometría en 2º de ESO, a través del marco teórico, estudio de campo y de la presentación de una propuesta didáctica que hace uso de este software, el cual fomenta la comprensión de las figuras geométricas tridimensionales a través de la visualización y construcción de figuras en 3D.

Gracias a la bibliografía consultada se ha conseguido vislumbrar la necesidad de un cambio en la enseñanza de matemáticas, centrándose en la enseñanza de geometría. Estudiando el marco legal para la introducción de las TIC y fomentar el cambio, se ha propuesto una metodología basada en el software dinámico *Cabri 3D* que permite la motivación de los alumnos, fomenta la visualización espacial y mejora el rendimiento del tiempo empleado en el aula. Finalmente este trabajo logra mostrar la adecuación de la propuesta didáctica a la realidad educativa, mostrando el empleo del software *Cabri 3D* y su implantación en las clases de geometría.

8. DISCUSION

El uso de software dinámico para la enseñanza de geometría está teniendo dificultades para su efectiva introducción en las aulas. Por un lado se encuentra la dificultad que tienen algunos centros para disponer de los recursos materiales y económicos necesarios para su implantación. Por otro lado, como señala Peña (2010), los docentes pueden tener una actitud negativa frente a estos recursos, mayormente debido a que supone una formación continua del profesorado. Santos (2007) señala que muchos docentes desconocen el uso de las tecnologías, no saben cómo usarlas ni cómo aprovecharlas para innovar. No podemos negar que al existir una innovación tecnológica, ésta debe ir acompañada de una innovación educativa, como señala Bru (2013). Y con respecto a este cambio, según el estudio de campo realizado, se observa que los docentes son conscientes de que las TIC son la metodología idónea para solventar muchas dificultades que existen en la enseñanza de la geometría. No obstante, también se ha comprobado que las TIC en su mayoría son empleadas de forma esporádica. Como hemos indicado durante el presente trabajo, los recursos TIC no deben sustituir por completo a la enseñanza tradicional, sino que deben emplearse como una herramienta de apoyo. Para una correcta utilización de las TIC los docentes tienen que ser productores de recursos TIC y no limitarse a ser simplemente consumidores de los contenidos realizados por otros. De acuerdo con lo señalado por Iglesias (2012), los docentes deben usar las TIC para crear sus propios contenidos, añadiendo que incluso los alumnos pueden ser creadores de contenidos TIC y compartirlos con otros compañeros. De acuerdo con lo indicado por Carneiro, Toscano y Díaz (2012), los docentes de hoy son “inmigrantes digitales”, mientras que los alumnos, consumidores y próximos productores de contenidos TIC, son “nativos digitales”.

9. CONCLUSIONES

A lo largo del presente estudio se han cumplido todos los objetivos que se plantearon inicialmente.

1. En cuanto al objetivo específico de *Conocer los resultados obtenidos por los alumnos españoles en la asignatura de Matemáticas en diferentes informes publicados y la necesidad de un cambio en la enseñanza de la asignatura empleando las TIC*, se han consultado diversos informes como el PISA, el TIMSS, *Education at a Glance* y la Evaluación inicial de Diagnóstico, observando que los resultados obtenidos por los alumnos en la asignatura de matemáticas es inferior al del resto de países de la OCDE, pese a existir menos alumnos por docente en las aulas y habiéndose impartido un número de horas dentro de la media de los países de la OCDE. También se ha consultado el marco legislativo actual analizando tanto la competencia matemática como la competencia digital en el Real Decreto 1631/2006 y el Decreto 23/2007, y el proyecto de ley LOMCE, observando que los organismos públicos promueven un cambio de metodología en la enseñanza de las matemáticas. En este cambio el empleo de TIC cada vez está más presente, de hecho en el proyecto de ley LOMCE se busca propiciar el empleo de esta herramienta como solución para cada alumno obtenga su pleno desarrollo personal y profesional y así converger hacia los objetivos europeos en educación de la Estrategia Europa 2020. Por lo tanto se considera que se ha alcanzado dicho objetivo específico.
2. En cuanto al objetivo de *Conocer las dificultades generadas a los alumnos en la enseñanza de geometría con las metodologías tradicionales*, se han consultado varios artículos y tesis doctorales relacionados con esta temática y se han detectado varias dificultades provocadas por la metodología tradicional basada en la pizarra y libro de texto. Estas dificultades pueden ser generadas por el proceso de enseñanza mediante la utilización excesiva del libro de texto, debido a los distractores de orientación y de estructuración, la identificación de los nombres de las figuras, la comparación de los conceptos con la realidad, las definiciones y clasificaciones de las figuras planas. Debido a estas dificultades, los conceptos e imágenes mentales formadas por los alumnos no son las correctas y si no son corregidas a tiempo pueden generar dificultades mayores en cursos posteriores. Por tanto, se ha conseguido el objetivo propuesto.
3. El tercer objetivo planteado es *Analizar las ventajas e inconvenientes de la utilización de TIC en geometría y el empleo de software dinámico*. Tras el estudio realizado

en el marco teórico, se entiende que los recursos TIC tienen múltiples ventajas educativas en su empleo en la enseñanza de las matemáticas y de geometría en particular, gracias a que mejora la visualización de conceptos, el aprendizaje es interactivo y dinámico y ahorra tiempo. También se ha constatado la existencia de dificultades que presentan los docentes en el empleo de las TIC, así como las dificultades generadas por los ordenadores y el software. De los inconvenientes de su utilización los docentes tienen que aprender constructivamente, y emplear estas dificultades para mejorar el recurso y producir material que explote las ventajas que se ofrecen y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por otro lado, se ha llegado a la conclusión de que el empleo de estas herramientas fomentan el aprendizaje de geometría en los alumnos, no obstante, no se deben utilizar como sustitutivo de otras herramientas que se han estado empleando, sino que se deben emplear como otro recurso más. Tras todo ello, se considera que se ha conseguido el objetivo específico propuesto.

4. Con respecto al objetivo planteado de *Conocer las principales características del software Cabri (Cabri II Plus y Cabri 3D)* se ha consultado la página web oficial del software obteniendo información general sobre el programa, observando que tiene una interfaz cercana y atractiva para el alumnado, permite crear figuras en 3D, el manejo del programa es simple y adecuado para los alumnos y como herramienta permite construir y explorar objetos geométricos de forma interactiva. Se han consultado por separado los dos programas de *Cabri* existentes, *Cabri II Plus*, el cual se puede emplear para geometría plana y *Cabri 3D*, el cual es empleado para geometría espacial. Por tanto se considera que el objetivo planteado ha sido alcanzado.

5. Para lograr el objetivo de *Identificar los conocimientos que tienen los docentes sobre las dificultades de los alumnos en el aprendizaje de geometría y el uso de TIC en el aula* se realizó un estudio de campo en dos centros educativos de la Comunidad de Madrid. Se elaboró un cuestionario que se repartió a los docentes de matemáticas de los centros. Tras el estudio de los resultados de los cuestionarios, se ha observado que la geometría no es considerada por los docentes como el bloque de contenidos que más dificultad genera al alumno, aunque sí consideran necesario un cambio de metodología en su enseñanza. Con respecto al empleo de las TIC en el aula, se observa que en su mayoría las emplean de forma esporádica, y no como una herramienta de apoyo constante. No obstante, los docentes encuestados consideran que las TIC pueden ayudar al cambio de la metodología así como a la mejora de los resultados académicos de los alumnos. Tras este estudio de campo se han podido identificar los conocimientos que los docentes tienen sobre las dificultades que presentan los alumnos frente al aprendizaje de geometría y el uso de las TIC en el aula. Por todo ello, se entiende que el objetivo específico ha sido alcanzado.

6. Por último, con respecto al objetivo *Presentar una metodología de enseñanza de geometría en 2º de la ESO mediante el software Cabri 3D para mejorar el aprendizaje y rendimiento del alumnado*, se ha realizado una propuesta didáctica empleando dicho software. En el estudio de campo se observó que los docentes indicaron que los contenidos que presentaban mayores dificultades eran el cálculo de áreas y volúmenes. Por ello se han planteado dos actividades sobre el cálculo de áreas y volúmenes de poliedros. Estas actividades fomentan la visualización espacial y comprensión de las características de los objetos representados, así como mejoran el rendimiento del alumno. Por todo ello se considera que el objetivo planteado ha sido alcanzado.

10. LIMITACIONES DEL TRABAJO

Haciendo una evaluación del presente trabajo, se observa que se han conseguido los objetivos planteados en un principio. No obstante, han existido numerosas restricciones que han motivado que los objetivos que se plantearon sean esos y no otros más amplios. Las restricciones temporales, espaciales y de acceso a la bibliografía son las que han limitado mayoritariamente el trabajo.

En primer lugar es preciso señalar las limitaciones temporales. Para la realización de este trabajo se ha tenido un periodo corto de tiempo que no ha permitido desarrollar el trabajo en otros cursos u otros bloques de contenidos. La limitación temporal también se refleja en el estudio de campo, el cual solo se ha podido realizar con un pequeño grupo de profesores. También en la propuesta didáctica, la cual únicamente se ha centrado en el estudio de superficies de revolución y cálculo de áreas y volúmenes de poliedros.

Con respecto a las limitaciones espaciales, conviene señalar que el presente trabajo se ha realizado durante el primer mes del curso escolar 2013/2014. Al ser un estudio del bloque de contenidos de Geometría, el cual se imparte en la última evaluación a finales del año escolar, no se ha podido realizar un estudio de la implementación de la propuesta didáctica en las aulas y comprobar las ventajas de su utilización.

Por otra parte, no se ha tenido acceso a toda la bibliografía pertinente al tema de estudio, lo que no ha permitido el estudio pormenorizado de las publicaciones referentes tanto al uso de las TIC en el aula como al uso de programas de software digital para la mejora de la calidad de la enseñanza, los ejes del presente trabajo.

Para finalizar, también existen limitaciones que se han adoptado en el planteamiento del trabajo. Entre estas limitaciones se encuentran la enmarcación del trabajo en el currículum de 2º de ESO, el cual se consideró debido a las características del trabajo, por el empleo de un software digital en 3D para la enseñanza de poliedros y superficies de revolución. Otra limitación ha sido el estudiar únicamente el bloque de contenidos de geometría. Como se indica en la *Evaluación general de diagnóstico 2010*, tanto la geometría como el álgebra son las asignaturas en la que los alumnos españoles tuvieron peores resultados. Los dos bloques de contenidos tienen un gran peso en el currículum, por lo que habría sido igual de apropiado realizar este trabajo para los contenidos de álgebra.

11. LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

Como se ha indicado anteriormente, el objetivo del trabajo era emplear un recurso didáctico durante la enseñanza del bloque de geometría de 2º de ESO. Como todo trabajo de investigación, los estudios realizados en el presente trabajo se pueden ampliar a otras áreas y campos, como podrían ser los siguientes:

1. Aplicar la propuesta didáctica en un aula real de 2º de ESO, realizando un seguimiento de su implementación e introduciendo mejoras a la metodología para obtener información más clara y precisa sobre la utilidad real del uso de *Cabri 3D* en este curso.
2. Ampliar el campo de actuación a todos los cursos de la ESO, para así poder evaluar la implantación real en las aulas de la metodología propuesta. Se podría comenzar utilizando esta metodología en 2º de ESO y diseñar los cursos posteriores para que así sea conocida tanto por el alumnado como por el profesorado y asegurar la continuidad y homogeneidad de la metodología empleada.
3. También se puede ampliar a otras asignaturas como plástica, tecnología y dibujo técnico, al entender que el recurso didáctico propuesto motiva al alumnado y favorece la visión espacial y abstracción matemática.
4. El estudio de campo se realizó en dos centros educativos de la Comunidad de Madrid estando limitado de forma cuantitativa el número de encuestados. Sería un posible trabajo de investigación poder realizar un estudio incluyendo a más centros educativos de la Comunidad de Madrid para así lograr unos resultados que permitan sacar conclusiones más sólidas y realistas de la población docente de esta comunidad.
5. Por otro lado se podría estudiar más ampliamente el uso y limitaciones de las TIC en las aulas. Ampliando el estudio de campo a todas las comunidades autónomas se podrían comparar a grandes rasgos las diferencias entre unas comunidades y otras.
6. El recurso elegido ha sido el software *Cabri*, por las características del mismo. No obstante, existen en el mercado numerosos programas de geometría dinámica, los cuales se pueden emplear para similares fines, como podrían ser *GeoGebra*, *Regla y Compás*, *Sketchpad*, *Cinderella*, etc. Por lo cual se podría ampliar el estudio realizando propuestas didácticas con cada uno de ellos.
7. Además del uso de software dinámico, también se pueden realizar estudios sobre otros recursos TIC como podrían ser los juegos didácticos por ordenador, el uso de las pizarras digitales interactivas, la utilización de videos didácticos y el uso de internet (Moodle, Wikis, Webquest).

12. BIBLIOGRAFIA

12.1. Referencias bibliografías

Alsina, C.; Fortuni, J.M. y Pérez, R. (1997) *¿Por qué geometría? Propuestas didáctica para la ESO*. Madrid: Síntesis.

Arias, J.M, Maza, I, Saenz, C. (2005). *Formación e Investigación sobre el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en Matemáticas para la ESO y los Bachilleratos*. Proyecto de la Dirección General de Ordenación Académica de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid y del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 de <http://www.infoymate.es/investiga/publicacion.pdf>

Arriero, C & García. (2000). *Descubrir la geometría del entorno con Cabri*. Madrid: Narcea.

Barra o paleta de atributos: ESO y Bachilleratos (s.f.). Recuperado el día 21 de Octubre de 2013 de <http://platea.pntic.mec.es/jarias/cabri2/atri/atributos.htm>

Barrantes-López, M. & Balletbo-Fernández I. (2012, Julio) Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría. *Revista Internacional de Investigación de las Ciencias Sociales*, 8 (1), 25-38.

Barrantes-López, M. & Zapata, M. (2008) Obstáculos y errores en la enseñanza- aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, 27 (1), 55-71.

Bru, E. (2013). *Enseñanza del Álgebra en 4º de ESO usando Moodle*. Trabajo Fin de Máster para obtener el grado de Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato por la Universidad Internacional de La Rioja (UNIR). Disponible en:http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1805/2013_04_02_TFM_BRU_DOMINGO_EDUARD.pdf?sequence=1

Cabri 3D: Explorar la tercera dimensión (s.f.). Recuperado el día 21 de octubre de 2013 en <http://www.cabri.com/es/cabri-3d.html>

- Carneiro. R., Toscano. J.C. y Díaz, T. (2012). *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*. Madrid: Fundación Santillana.
- Castillo, J & Ramírez, D.M. (2012). *Piaget y Van Hiele en la enseñanza y aprendizaje del desarrollo de la capacidad para hacer representaciones bidimensionales de cuerpos tridimensionales*. Trabajo de grado para la obtención del título de licenciada en pedagogía infantil. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Costa, A.F. (2001). Cinderella. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 4 (1), 273-278. Recuperado el 30 de Septiembre de <http://www.rsme.es/gacetadigital/abrir.php?id=230>
- Decreto 23/2007 de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid (27 mayo 2007), núm. 126, pp. 48- 139. Disponible en: http://www.madrid.org/dat_capital/loe/pdf/curriculo_secundaria_madrid.pdf
- García, (2011). *La geometría dinámica como herramienta didáctica para el dibujo*. Trabajo de fin de Máster. Universidad de Cantabria.
- Galaz, M. (s.f.). *Guía de comandos Cabri*. Recuperado el 21 de Octubre de 2013 de <http://es.scribd.com/doc/6555677/Guia-Comandos-Cabri>
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos tridimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA*, 3, 194.
- Gutiérrez, A. & Jaime, A. (1996). *Uso de definiciones e imágenes de conceptos por los estudiantes de magisterio*. Universidad de Valencia. Recuperado de: <http://www.uv.es/gutierrez/archivos1/textospdf/GutJai96.pdf>
- Gutiérrez, A.; Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria, *Tecné, Episteme y Didaxis*, 32, 55-7.
- Iglesias, L. M. (2012). Alumnos como productores de contenidos. Un paso más en el camino hacia las MatemáTICas 2.0. *Buenas Prácticas 2.0*. Recuperado el día 21 de Octubre de 2013, de <http://recursostic.educacion.es/heda/web/es/experimentacion-didactica-en-el-aula/790-2012-07-04-17-42-35>
- Insa, D. y Morata, C. (1998). *Multimedia e Internet*. Paraninfo: Madrid.

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado (4 mayo 2006), núm. 106, pp. 17158-17207. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>
- López, N. (2006). *El empleo del software Cabri-Géomètre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Autónoma de Guerrero, Méjico*. Tesis doctoral. La Habana: Universidad Autónoma de Guerrero. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 de: <http://www.bibliociencias.cu/gsdl/collect/tesis/index/assoc/HASHc77d.dir/do c.pdf>
- Manual de Usuario Cabri II plus*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 de http://download.cabri.com/data/pdfs/manuals/cabri2plus140/Man_es_PDF1.pdf
- MECD (2009). *Informe Español Matemáticas Pisa 2009*. Obtenido de Ministerio de Educación: <http://iaqse.caib.es/documents/aval2009-10/pisa2009-informe-espanol.pdf>
- MECD (2010). *Evaluación General de diagnóstico 2010. Educación Secundaria Obligatoria. Segundo Curso. Informe de resultados*. Obtenido de Ministerio de Educación: <http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/informe-egd-2010.pdf?documentId=0901e72b80d5ad3e>
- MECD (2011). PIRLS-TIMSS 2011. Obtenido de Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias. Vol. I Informe Español.: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pirlstimss2011vol1.pdf?documentId=0901e72b8146foca>
- MECD (2012). *Propuestas para el anteproyecto de ley orgánica para la mejora de la calidad educativa*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 en <http://www.mecd.gob.es/servicios-al-ciudadano-mecd/dms/mecd/servicios-al-ciudadano-mecd/participacion-publica/lomce/propuestas-anteproyecto-24072012.pdf>
- MECD (2013). *Panorama de la Educación. Indicadores de la OCDE 2013. Informe español*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 en: <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/panoramadelaeducacion2013informe-espanol.pdf?documentId=0901e72b816996b6>
- MECD (2013). *Proyecto de Ley Orgánica para la mejora de la calidad educativa*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013: <http://www.mecd.gob.es/servicios-al->

- ciudadano-mecd/dms/mecd/servicios-al-ciudadano-mecd/participacion-publica/lomce/20130517-aprobacion-proyecto-de-ley.pdf
- Medicci, D. y otros (1986). Sobre la formación de los conceptos geométricos y sobre el léxico geométrico. *Enseñanza de las Ciencias*, 4 (1), 16-22.
- Miranda, R. (2005). *Comparación de procesadores geométricos. Geometría dinámica*. Recuperado el 21 de octubre de 2013, en <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/comparacion-de-procesadores-geometricos/>
- Murillo, J. (2000). *Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-Actividades, aplicando la enseñanza de la geometría en la ESO*. Tesis doctoral. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- OCDE (2011). *Education at a Glance*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 de: <http://www.oecd.org/education/skills-beyond-school/48631582.pdf>
- Peña, A. (2010). *Enseñanza de la geometría con TIC en educación secundaria obligatoria*. Tesis Doctoral. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado (5 enero 2007), núm. 5, pp. 677-773. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>
- Santos, R. (2007). Implantación de las TIC en la educación y capacitación del docente. *En plural*, 2007, 1. Recuperado el 21 de Octubre de 2013 de <http://www.uca.edu.sv/deptos/letras/enplural/archivo/a2n1/articulos/arto1.htm>
- Sordo, J.M. (2005). *Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría*. Tesis doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Torres, R. (2009). *Aplicación de la metodología interactiva del dibujo técnico en la enseñanza secundaria con el programa Cabri 2d- 3d*. Tesis Doctoral. Valencia: Universidad politécnica de Valencia.
- Vinner, S y Hershkowitz, R. (1983). On concept formation in Geometry. *Zentralblatt für Didaktik der mathematik*, 1 (83), 20-25.

Web oficial de Cabri (s. f.). *Cabri 3D: Explorar la 3a dimensión*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 de: <http://www.cabri.com/es/cabri-3d.html>

Web oficial de Cabri (s. f.). *Ventajas de Cabri*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2013 de <http://www.cabri.com/es/software-matematicas.html>

Web oficial de Cabri (s. f.). *Cabrilog Online Store*. Recuperado el 21 de Octubre de 2013 de <http://shop.cabri.com/>

12.2. Bibliografía complementaria

Acosta, M.A. (2010). Dificultades de los profesores para integrar el uso de Cabri en clase de geometría. Experiencias de un curso de formación docente. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 28, 57-72.

Bagazgoitia, A. (2003). Geometría con Cabri. *Sigma*, 22, 83-98.

Guillén, G., González, E. y García, M.A. (2009). Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, pp. 247-258. Santander: SEIEM.

Mora, J.A. (1995). Los recursos didácticos en el aprendizaje de la geometría. *Uno*, 3, 101-115.

Onrubia, J. (2005, Febrero). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento. *RED. Revista de Educación a Distancia*, número monográfico II. Consultado el 15 de Octubre de 2013 en http://www.um.es/ead/red/M2/conferencia_onrubia.pdf

Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Londres: Academic Press.

ANEXOS

13. ANEXO 1: CUESTIONARIO

CUESTIONARIO

Este cuestionario está dirigido a profesores de matemáticas que se encuentren o hayan impartido clase en 2º de ESO. Forma parte de un estudio de campo que se está llevando a cabo en varios centros de Madrid con el fin de realizar un Trabajo de Fin de Máster en el cual se investigan las dificultades que presentan los alumnos frente al aprendizaje de geometría, así como la posibilidad de usar las TIC, en concreto el Software *Cabri*, para la enseñanza de este bloque de contenidos en 2º de Educación Secundaria Obligatoria.

Centro en el que imparte las clases:	
Edad:	
Sexo:	

(Marca con una X aquellas respuestas que consideres correctas. En aquellas preguntas que se indican, se podrán marcar más de una respuesta)

1. ¿En qué área de las matemáticas observas que los alumnos presentan una mayor dificultad? (Marca hasta dos opciones)

<input type="checkbox"/>	Contenidos comunes
<input type="checkbox"/>	Números
<input type="checkbox"/>	Álgebra
<input type="checkbox"/>	Geometría
<input type="checkbox"/>	Funciones y Gráficas
<input type="checkbox"/>	Estadística y probabilidad

2. ¿A qué dificultades se enfrentan los alumnos ante la asignatura de Matemáticas? (Marca hasta dos opciones)

<input type="checkbox"/>	Base matemática inadecuada
<input type="checkbox"/>	Problemas de comprensión
<input type="checkbox"/>	Falta de motivación
<input type="checkbox"/>	Miedo a la asignatura
<input type="checkbox"/>	Memorización
<input type="checkbox"/>	Abstracción matemática

3. ¿Frente a qué contenidos del currículum de 2º de ESO del bloque de Geometría los alumnos presentan mayores dificultades? (Marca hasta tres opciones)

<input type="checkbox"/>	Semejanza y proporcionalidad de figuras
<input type="checkbox"/>	Teorema de Pitágoras y Teorema de Tales
<input type="checkbox"/>	Polígonos
<input type="checkbox"/>	Poliedros
<input type="checkbox"/>	Cuerpos de revolución
<input type="checkbox"/>	Desarrollos planos
<input type="checkbox"/>	Clasificación y propiedades de las figuras
<input type="checkbox"/>	Cálculo de áreas
<input type="checkbox"/>	Cálculo de volúmenes

4. ¿Cuáles son los principales problemas a los que se enfrentan los estudiantes a la hora del estudio y comprensión del bloque de contenidos de Geometría? (*Marca hasta dos opciones*)

<input type="checkbox"/>	Comprensión del problema planteado
<input type="checkbox"/>	Habilidad matemática
<input type="checkbox"/>	Visualización espacial
<input type="checkbox"/>	Estrategias de resolución de problemas
<input type="checkbox"/>	Comprensión de los polígonos y poliedros
<input type="checkbox"/>	Relación entre cuerpos geométricos

5. ¿Qué recursos didácticos son los que más has empleado para enseñar geometría? (*Marca hasta tres opciones*)

<input type="checkbox"/>	Pizarra tradicional
<input type="checkbox"/>	Libro de texto
<input type="checkbox"/>	Juegos
<input type="checkbox"/>	Videos
<input type="checkbox"/>	Fotocopias
<input type="checkbox"/>	Cartulinas
<input type="checkbox"/>	Ordenadores
<input type="checkbox"/>	Software digital

6. ¿Consideras que es necesario un cambio metodológico en la enseñanza actual de la geometría?

<input type="checkbox"/>	Totalmente de acuerdo
<input type="checkbox"/>	Parcialmente de acuerdo
<input type="checkbox"/>	Ni en de acuerdo ni en desacuerdo
<input type="checkbox"/>	Parcialmente en desacuerdo
<input type="checkbox"/>	Totalmente en desacuerdo

7. ¿Consideras que la introducción de las TIC en las aulas y su utilización en la enseñanza sería la metodología idónea?

<input type="checkbox"/>	Totalmente de acuerdo
<input type="checkbox"/>	Parcialmente de acuerdo
<input type="checkbox"/>	Ni en de acuerdo ni en desacuerdo
<input type="checkbox"/>	Parcialmente en desacuerdo
<input type="checkbox"/>	Totalmente en desacuerdo

8. ¿Consideras que las TIC pueden ayudar a mejorar los resultados académicos de los alumnos?

<input type="checkbox"/>	Totalmente de acuerdo
<input type="checkbox"/>	Parcialmente de acuerdo
<input type="checkbox"/>	Ni en de acuerdo ni en desacuerdo
<input type="checkbox"/>	Parcialmente en desacuerdo
<input type="checkbox"/>	Totalmente en desacuerdo

9. ¿Has empleado alguna vez las TIC en el aula para la enseñanza de Geometría?

<input type="checkbox"/>	Si
<input type="checkbox"/>	No

10. En caso afirmativo, ¿Qué recurso has empleado? (*Marca hasta dos opciones*)

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Ordenador |
| <input type="checkbox"/> | Internet |
| <input type="checkbox"/> | Programas de software didáctico |
| <input type="checkbox"/> | Software de Geometría Dinámica (<i>Cabri, GeoGebra,...</i>) |
| <input type="checkbox"/> | Pizarra digital interactiva |
| <input type="checkbox"/> | Videos educativos |
| <input type="checkbox"/> | Blogs, Wikis, Webquest |

11. ¿Con qué periodicidad usa las TIC en el aula?

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> | A diario |
| <input type="checkbox"/> | 1 vez a la semana |
| <input type="checkbox"/> | 1 vez por unidad didáctica |
| <input type="checkbox"/> | 1 vez por evaluación |
| <input type="checkbox"/> | De forma ocasional |
| <input type="checkbox"/> | Nunca |

12. ¿Cuáles son, en tu opinión, las ventajas del uso de las TIC en la enseñanza de la geometría? (*Marca hasta dos opciones*)

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Favorecen la motivación e interés del alumnado |
| <input type="checkbox"/> | Facilitan una enseñanza interactiva y colaborativa |
| <input type="checkbox"/> | Mejora las competencias de expresión y creatividad |
| <input type="checkbox"/> | Favorece la comprensión gracias a la mejora en visualización |
| <input type="checkbox"/> | Se consiguen los objetivos más rápido |
| <input type="checkbox"/> | Se adaptan a los distintos ritmos de aprendizaje de cada alumno |

13. ¿Cuáles son, en tu opinión, las desventajas del uso de las TIC en la enseñanza de la geometría? (*Marca hasta dos opciones*)

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Los alumnos se distraen fácilmente |
| <input type="checkbox"/> | Los alumnos tienen a no esforzarse para conseguir los objetivos |
| <input type="checkbox"/> | Aprendizaje superficial e incompleto |
| <input type="checkbox"/> | Supone una formación continua por parte del profesorado |
| <input type="checkbox"/> | Desconexión con los contenidos del libro de texto |
| <input type="checkbox"/> | Uso irresponsable |
| <input type="checkbox"/> | Aislamiento del alumno |
| <input type="checkbox"/> | Cansancio visual |

14. ¿Conoces el Software *Cabri*?

- Si, lo he utilizado para la enseñanza de geometría
Sí, he utilizado alguna presentación realizada con dicho programa para algún caso en concreto.
Si, alguna vez me han hablado de él.
No, pero me gustaría utilizarlo
No, no tengo interés en el empleo de TIC en el aula.

15. ¿Dispones en tu aula habitual de un ordenador con proyector y con acceso a internet?

- Si
No