



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Máster Universitario en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

Matemática en la fotografía: Aprendizaje activo en la enseñanza de Geometría de 3º ESO.

Trabajo fin de estudio presentado por:	Gonzalo Mendoza Cortés
Tipo de trabajo:	Propuesta de intervención
Especialidad:	Matemáticas
Director/a:	Araceli Gutiérrez Gutiérrez
Fecha:	2 de junio de 2021

Resumen

En el presente Trabajo Fin de Máster se desarrolla una propuesta de intervención para el bloque de Geometría del curso Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO, en la que se busca un Aprendizaje Activo de la Geometría a través de, por una parte, el empleo del aprendizaje colaborativo, cooperativo y grupal y, por otra, apoyándose en la temática de la fotografía tanto en su vertiente tecnológica como artística, además de su uso en las redes sociales utilizadas generalmente hoy día por el alumnado.

Con dicha intervención se pretende una mejora del aprendizaje significativo del alumnado, desencadenada a partir de un desarrollo constructivista y el acercamiento a la realidad de los discentes mediante una temática que no sólo es parte de su día a día, sino de gran interés, provocando, de forma simultánea, un aumento de la motivación. Para ello, se propone convocar un concurso de fotografía matemática como eje vertebrador de la propuesta, con el que los alumnos y alumnas puedan poner en práctica los contenidos y conocimientos adquiridos mediante el aprendizaje colaborativo. Junto a ello, se acompañan otras actividades que hacen uso del aprendizaje cooperativo, grupal e individual, así como metodologías como *flipped classroom* que conforman el conjunto del trabajo.

Se concluye que, si bien la propuesta no ha podido llevarse a la práctica, desde un punto de vista teórico ofrece una mejora del aprendizaje activo en la geometría y, por ende, del aprendizaje significativo, a la vez que resultar fuertemente innovadora, aunque conlleva también una elevada cantidad de recursos materiales, espaciales y temporales necesarios para poder efectuar dicha intervención.

Palabras clave: fotografía, matemáticas, geometría, metodologías activas, aprendizaje colaborativo, enseñanza

Abstract

In the present master's final dissertation, an intervention proposal for the Geometry block of secondary school third-year class of Mathematics oriented to Academic Education course is developed. This intervention is aimed to an Active Learning of Geometry using collaborative cooperative and group learning, as well as taking advantage of the photography theme, both its technological and its artistic approach, besides its utilization in the social networks nowadays generally used by the students.

An enhancement of the significative learning is aimed with this intervention, triggered from a constructivist development and the approach to the learners' reality through a theme that, not only is part of their daily basis, but also of great interest, provoking, simultaneously, an increase of the motivation. For that purpose, as a main axis of the proposal, a mathematical photography contest is held, in which the pupils can implement the contents and knowledge acquired through collaborative learning. Together, other activities using cooperative, group and individual learning as well as methodologies such as flipped classroom take place, forming the body of the paper.

It is concluded that, although the proposal could have not been carried out, from a theoretical point of view it offers an enhancement of the active learning in geometry, and, thus, of significative learning, being at the same time strongly innovative, albeit it needs a high amount of material, spatial and temporal resources to make the proposal take place.

Keywords: photography, mathematics, geometry, active methodologies, collaborative learning, teaching

Índice de contenidos

1. Introducción.....	11
1.1. Justificación	12
1.2. Planteamiento del problema.....	13
1.3. Objetivos	14
1.3.1. Objetivo general.....	14
1.3.2. Objetivos específicos.....	14
2. Marco teórico	15
2.1. Didáctica de la geometría.....	15
2.1.1. Hipótesis constructivista e hipótesis de la primacía topológica.....	16
2.1.2. Niveles de razonamiento geométrico	17
2.1.3. Registro semiótico.....	18
2.2. Aprendizaje activo a través del aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo....	19
2.2.1. Contextualización del aprendizaje activo	19
2.2.2. Definición del aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo.....	20
2.2.3. Características del aprendizaje colaborativo.....	22
2.2.4. Ventajas del aprendizaje activo aplicado a la enseñanza de la geometría.....	24
2.2.5. Desventajas del aprendizaje activo aplicado a la enseñanza de la geometría	25
2.3. Fotografía matemática.....	26
2.3.1. Matemáticas e imágenes	26
2.3.2. Concepto y ejemplificación de la fotografía matemática.....	28
2.3.3. Uso de la fotografía en la enseñanza	29
3. Propuesta de intervención.....	31
3.1. Presentación de la propuesta.....	31

3.2.	Contextualización del centro.....	31
3.3.	Contextualización de la propuesta	31
3.4.	Marco normativo de la propuesta	32
3.5.	Intervención en el aula.....	33
3.5.1.	Cuadro resumen de la intervención	33
3.5.2.	Objetivos	35
3.5.3.	Competencias clave.....	37
3.5.4.	Contenidos	38
3.5.5.	Estándares de aprendizaje	39
3.5.6.	Elementos transversales	40
3.5.7.	Metodología	41
3.5.8.	Cronograma y secuenciación de actividades.....	42
3.5.9.	Recursos	52
3.5.10.	Atención a la diversidad	55
3.5.11.	Evaluación	55
3.6.	Evaluación de la propuesta	59
4.	Conclusiones	60
5.	Limitaciones y prospectiva.....	61
	Referencias bibliográficas	62
Anexo A.	Sesiones.....	69
Anexo B.	Instrumentos de evaluación.....	99
a.	Tablas de observación.....	99
b.	Rúbricas	101
Anexo C.	Materiales	108
Anexo D.	Contextualización del centro.....	119

Anexo E. Marco Normativo	120
a. Objetivos de etapa	120
b. Objetivos de área	121
Anexo F. Encuestas de evaluación	123
a. Cuestionario para alumnado	123
b. Cuestionario para la familia	124
c. Autoevaluación para el docente	125
Anexo G. Autorización del instituto objeto de la intervención.....	126

Índice de figuras

Figura 1. Campaña publicitaria de la Xunta de Galicia haciendo uso de las matemáticas.....	27
Figura 2. Anuncio de Canal+ con operaciones matemáticas revisadas.....	27
Figura 3. Ejemplo de fotografía matemática.	28
Figura 4. Ejemplo de fotografía matemática.	29
Figura 5. Ejemplo de fotografía matemática.	29
Figura 6. Funcionamiento de una cámara.	46
Figura 7. Funcionamiento de una cámara.	73
Figura 8. Ejemplo de la búsqueda del tesoro con Genially.	108
Figura 9. Ejemplo de la búsqueda del tesoro con Genially.	108
Figura 10. Ejemplo de la búsqueda del tesoro con Genially.	109
Figura 11. Baldosas hidráulicas con motivo de isometrías.	109
Figura 12. Lagartos de Escher.	110
Figura 13. Seriación (isometría) de ventanas.....	110
Figura 14. Llanta de coche con motivos de isometría (giros).....	111
Figura 15. Perfil de Instagram para trabajar coordenadas.	112
Figura 16. Montaje de perfil de Instagram para trabajar vectores.....	113
Figura 17. Sección de objetivo para explicar sección de cuerpos de revolución (cilindro)...	114
Figura 18. Objetivo ojo de pez, formado a partir de una esfera.....	114
Figura 19. Teleobjetivo, formado a partir de un cilindro.....	115
Figura 20. Brasilia.....	115
Figura 21. Delta del Ganges.	116
Figura 22. Manhattan.	116
Figura 23. Manhattan (detalle).	117

Figura 24. Mono de Nazca.	117
Figura 25. Araña de Nazca.	118
Figura 26. Ejemplo de ventana del visor del Vuelo Americano.....	118

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Comparación entre clase tradicional y colaborativa.</i>	22
Tabla 2. <i>Cuadro resumen de la intervención.</i>	33
Tabla 3. <i>Objetivos didácticos.</i>	35
Tabla 4. <i>Relación de objetivos generales de etapa con didácticos.</i>	36
Tabla 5. <i>Competencias clave.</i>	37
Tabla 6. <i>Contenidos.</i>	38
Tabla 7. <i>Estándares de aprendizaje.</i>	40
Tabla 8. <i>Elementos transversales.</i>	41
Tabla 9. <i>Cronograma de sesiones.</i>	44
Tabla 10. <i>Recursos necesarios para la Unidad Didáctica.</i>	53
Tabla 11. <i>Relación de instrumentos de evaluación.</i>	56
Tabla 12. <i>Tabla de observación 1.</i>	57
Tabla 13. <i>Rúbrica 1.</i>	57
Tabla 14. <i>Matriz DAFO de evaluación de la propuesta.</i>	59
Tabla 15. <i>Tabla de observación 1.</i>	99
Tabla 16. <i>Tabla de observación 2.</i>	100
Tabla 17. <i>Tabla de observación 3.</i>	101
Tabla 18. <i>Rúbrica 1.</i>	101
Tabla 19. <i>Rúbrica 2.</i>	103
Tabla 20. <i>Rúbrica 3.</i>	104
Tabla 21. <i>Rúbrica 4.</i>	105
Tabla 22. <i>Rúbrica 5.</i>	106
Tabla 23. <i>Rúbrica 6.</i>	107

Tabla 24. <i>Objetivos de etapa</i>	120
Tabla 25. <i>Objetivos de área</i>	121
Tabla 26. <i>Cuestionario para el alumnado</i>	123
Tabla 27. <i>Cuestionario para la familia</i>	124
Tabla 28. <i>Autoevaluación para el docente</i>	125

1. Introducción

Es ya un hecho que los alumnos de hoy día viven con un acceso inmediato – y podría decirse ilimitado – a las cámaras y la fotografía, encontrándonos que prácticamente cualquier adolescente tiene un *Smartphone* en su bolsillo con una, dos, tres o incluso más lentes.

No solo tienen acceso a las cámaras, sino que son grandes productores en cuanto a volumen de material audiovisual y fotográfico, al igual que consumidores, principalmente mediante redes sociales entre las que destacan *Instagram*, *Tik Tok*, y *YouTube* entre otras (Pato, 2020).

Debido a ello nos encontramos ante una generación con una mayor posibilidad de formación en el aspecto visual, pero, a la vez, desensibilizada en cuanto a los peligros que pueden tener el uso indiscriminado de estas herramientas fotográficas y tecnológicas (Oliva, 2012, Astorga-Aguilar y Schmidt-Fonseca, 2019).

Por otro lado, el contenido audiovisual en general y el contenido fotográfico en particular se relaciona intrínsecamente con la geometría e incluso con la matemática, existiendo incluso una disciplina denominada como Fotografía Matemática en la que se busca constatar la presencia de las matemáticas (y por ende la geometría) en cualquier lugar (Condés, 2020).

Ante la existencia de esta disciplina fotográfica y el contexto anteriormente descrito, se presenta una gran oportunidad para acercar al día a día del alumnado los conceptos geométricos y matemáticos del currículo académico a su día a día, aprovechando al mismo tiempo para aprender sobre fotografía, arte, así como conceptos tecnológicos del funcionamiento de un sensor fotográfico e incluso sensibilización sobre el uso de las fotografías en las redes sociales.

Con el fin de aprovechar esta oportunidad, se desarrolla la presente propuesta de intervención, con la que llevar a cabo un uso pragmático y académico de la fotografía en la enseñanza de la geometría al alumnado de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas del curso Tercero de Educación Secundaria Obligatoria.

1.1. Justificación

Frente a un devenir que tradicionalmente no ha sido objeto de cambios continuados, hoy día nos encontramos inmersos en la modernidad líquida (Bauman, 1999), en la cual existe una incertidumbre y los cambios se suceden uno tras otros, es decir, nos encontramos en una sociedad líquida que es fluida, cambiante e inestable (Battiston, 2017). Dicha mutabilidad está alcanzando hoy día cotas nunca antes imaginadas, ocasionada, principalmente, por el avance tecnológico y la influencia de éste en la sociedad.

Debido a ello, el enfoque tradicional de enseñanza se torna obsoleto (Ramírez, 2018), y, por tanto, éste ha de mutar junto con la sociedad y ponerse al día. Para ello, ha de actualizarse en dos vertientes, a su vez interrelacionadas. Por un lado, el evolucionar desde un modelo empirista en el que el alumno aprende exclusivamente lo que el profesor explica, mediante un trasvase de saberes, sin una construcción de conocimientos y sin aprendizaje significativo, hacia un modelo constructivista, donde los conceptos son contextualizados, se aplican los conocimientos y se produce una construcción de este mediante un aprendizaje significativo (Baztán, 2020). Por otro lado, a la hora de contextualizar este conocimiento, se ha de realizar mediante el acercamiento a la realidad diaria del alumnado, de acuerdo con la introducción que se da en el Real Decreto 1105/2014 a la Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas se hace mención a que la competencia matemática se entiende como habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver problemas diversos en situaciones cotidianas (Real Decreto 1105/2014). Y, en aras de conseguir una mayor motivación, resulta clave el que la contextualización sea en algún aspecto de sus intereses. De esta manera, una contextualización matemática ambientada en hipotecas permite que aprendan a resolver problemas de la realidad cotidiana, pero en la franja de edad en la que se desarrolla la educación secundaria es poco probable que despierte más interés que otros temas como pueden ser los videojuegos o las series de televisión.

Si miramos esta necesidad de adaptar la enseñanza a las necesidades actuales desde la óptica de las metodologías y técnicas, cobra especial importancia el aprendizaje cooperativo y el colaborativo. Según afirman Collazos y Mendoza (2006), el aprendizaje colaborativo presenta una serie de múltiples ventajas que desembocan en un aprendizaje significativo, lo cual resulta clave en el contexto actual en el que nos encontramos.

Es por todo ello que desde este Trabajo Final de Máster se propone una intervención para alumnos de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas del curso Tercero de Educación Secundaria Obligatoria, cuya finalidad es acercar la geometría mediante la fotografía y el uso de redes sociales focalizadas en imágenes, como Instagram, desde un enfoque de trabajo colaborativo. De esta manera, se pretende mejorar la motivación del alumnado, y, por ende, el aprendizaje significativo resultante en un ámbito que, normalmente, suele ser percibido por los alumnos como ajeno e incluso con rechazo (Miguez, 2004).

1.2. Planteamiento del problema

Tras un análisis del contexto actual, se presenta un problema principal que puede considerarse derivación una serie de otros problemas particulares interrelacionados, los cuales se abordarán mediante la intervención a desarrollar en el presente Trabajo Final de Máster.

Estos problemas particulares son:

- La falta de motivación del alumnado en la enseñanza de la geometría. Se detecta una falta de motivación intrínseca en el alumnado, principalmente por la falta de elección de temáticas que le interesen (Farias y Pérez, 2010).
- La poca significatividad del aprendizaje del alumno. Esta escasa significatividad conlleva una su propensión al olvido de lo que, en teoría, ya se ha aprendido, resultando en un fracaso en el objetivo de la enseñanza (Saravia, 2015; Morales y Landa, 2004)
- El estado del arte en cuestión de la didáctica de la geometría. Para poder evaluar correctamente si se puede producir un aprendizaje significativo en el campo de la geometría, resulta fundamental conocer en qué punto se encuentra la didáctica de esta (Albornoz et al., 2020; Gamboa y Ballester, 2010).
- La necesidad del desarrollo de las competencias clave. De entre las competencias clave que se estipulan en la Orden ECD/65/2015, para el presente trabajo se destacan, además de la matemática, la competencia digital, las competencias social y cívica y la competencia de aprender a aprender.

Todas estas líneas a tratar, a priori, demandan una renovación de la metodología docente, mediante la implantación de una nueva manera de proceder. Debido a ello, nos encontramos

con un problema superior que es justamente el desarrollo e implantación de esta nueva metodología docente, que en el caso objeto del presente trabajo se particulariza en cómo llevar a cabo la incorporación de la fotografía y el aprendizaje colaborativo en la enseñanza de la geometría para alumnos y alumnas del curso de Tercero de Educación Secundaria Obligatoria.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

El objetivo general del presente Trabajo Fin de Máster es el desarrollo de una propuesta de intervención que apueste por el aprendizaje activo para el bloque 3, *Geometría*, de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de la Educación Secundaria Obligatoria, empleando para ello la fotografía.

1.3.2. Objetivos específicos

Para la consecución del objetivo general planteado previamente, se planean los siguientes objetivos específicos:

- Delimitar y comprender el marco teórico de la Didáctica de la Geometría, incluyendo la Hipótesis constructivista y la Hipótesis de la primacía topológica, así como los niveles de razonamiento geométrico y el registro semiótico.
- Definir el Aprendizaje Activo, así como el Aprendizaje Colaborativo, Cooperativo y Grupal.
- Contextualizar y entender el concepto de Fotografía Matemática y su uso en un ámbito educativo.
- Extraer conclusiones metodológicas del marco teórico con vistas a realizar una mejora del aprendizaje significativo.
- Diseñar una intervención plasmándola en una unidad didáctica en la que se ponga en práctica dichas conclusiones metodológicas, para posteriormente poder evaluarla, extraer conclusiones y realizar sucesivas mejoras.

2. Marco teórico

En la presente propuesta de intervención se pueden identificar tres grandes nodos que conforman el esqueleto principal de esta. De esta manera, la propuesta se basa, en un nivel metodológico, en el aprendizaje colaborativo, en un nivel didáctico en la geometría y en un nivel formal en la fotografía, y más concretamente, la fotografía matemática. Es por ello por lo que resulta fundamental establecer un marco teórico acorde con ello, y, por tanto, establecer a su vez tres grandes líneas, las cuales serán:

- Didáctica de la geometría
- Aprendizaje activo a través del aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo
- Fotografía matemática

A continuación, se procede a desarrollar cada una de estas líneas.

2.1. Didáctica de la geometría

La didáctica se entiende como una disciplina teórica que abarca el estudio de la acción pedagógica, incluyendo la descripción, explicación y la mejora de la enseñanza, así como la resolución de los problemas que ésta pueda presentar (Camilloni, 2007, citado por Baztán, 2020). A la hora de analizar la didáctica, se pueden encontrar tres niveles, los cuales se concretan en la Didáctica General, la Didáctica Diferencial y la Didáctica Específica. No es objeto de este trabajo entra en detalle en cada nivel, pero sí establecer su definición (Baztán, 2020).

- Didáctica General: Es aquella disciplina que estudia las normas que dirigen el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Didáctica Diferencial: Es el nivel de la didáctica que se aplica a situación de edad, características de los sujetos, etc.
- Didáctica Específica: es el nivel de la didáctica que se aplica al campo específico de cada disciplina.

De esta manera, el marco teórico que aplica es el de la didáctica específica de la geometría, y para su concreción se realizará un recorrido por las diferentes corrientes y teorías

relacionadas, destacando la hipótesis constructivista y la de la primacía topológica de Piaget e Inhelder, los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele y el registro semiótico de Duval.

2.1.1. Hipótesis constructivista e hipótesis de la primacía topológica

Los primeros estudios sobre la capacidad de una representación espacial de los niños y niñas fueron llevados a cabo por Jean Piaget y Bärbel Inhelder durante la década de 1960, fundamentándose en dos hipótesis centrales (Camargo, 2011):

- Hipótesis constructivista, por la cual la representación del espacio depende de una organización progresiva de las acciones motoras y mentales que permiten el desarrollo de sistemas operacionales.
- Hipótesis de la primacía topológica, según la cual la organización de ideas geométricas sigue un orden definido, más lógico que histórico: en primer lugar, se desarrollan ideas topológicas, seguidamente relaciones proyectivas y, posteriormente, relaciones euclídeas.

Si bien Piaget e Inhelder probaron ambas hipótesis, la constructivista ha sido probada y confirmada posteriormente, mientras que la de la hipótesis de la primacía topológica en sucesivas comprobaciones ha sido varias veces refutada. Pese a ello, esta segunda hipótesis ha resultado ser clave para el estudio y la docencia de la geometría, puesto que se ha centrado en la percepción e identificación de las propiedades geométricas de cuerpos planos y espaciales (Camargo, 2011).

De esta manera, bajo la óptica de las hipótesis, se establece que la representación de la geometría depende cada vez más de la observación del contexto espacial, y, por tanto, el proceso de aprendizaje se basa, primordialmente, en la generación y comparación de figuras.

Posteriores estudios dedujeron que el estudio de la geometría se asienta en tres etapas principales: intrafigural, interfigural y transfigural (Barroso y Martel, 2008).

- Etapa intrafigural: estudio de las figuras geométricas según las relaciones que se dan en los elementos de la propia figura
- Etapa interfigural: estudio de las figuras geométricas a partir de la relación de figuras entre sí mismas

- Etapa transfigural: estudio de las figuras integradas en construcciones realizables.

2.1.2. Niveles de razonamiento geométrico

En sus disertaciones doctorales, Pierre y Dina Van Hiele desarrollaron un modelo didáctico basado en lo que denominaron niveles de razonamiento geométrico, los cuales, resultan un pilar fundamental en la didáctica de la geometría (Vargas y Gamboa, 2012).

Los niveles cuentan con una serie de propiedades intrínsecas, las cuales se desarrollan a continuación (Mayberry, 1983):

1. Secuencia fija. Los niveles están ordenados jerárquicamente, con lo que no es posible saltar de un nivel a otro que no sea el inmediatamente superior. Esta secuenciación, además, es independiente de la edad.
2. Adyacencia. Una vez superado un nivel, aquello que era implícito, se vuelve explícito en el siguiente.
3. Distinción. Cada nivel hace uso de un lenguaje, mediante símbolos lingüísticos y de una significatividad de contenidos propia.
4. Separación. No es posible el entendimiento entre estudiantes que se encuentren en niveles diferentes.
5. Logro. Se distinguen cinco fases por las que guiar a los estudiantes de un nivel a otro. Estas fases son:
 - a. Información o consulta. En ella los estudiantes reciben el material con el que trabajar y descubren su estructura. El docente presenta un nuevo concepto o idea para que el estudiante trabaje con ello.
 - b. Orientación guiada: se encomienda a los estudiantes la exploración de relaciones implícitas, a través de actividades guiadas.
 - c. Explicitación: el estudiante expresa lo que ha descubierto, así como el nuevo vocabulario.
 - d. Orientación libre: se le encomienda al estudiante tareas con un mayor grado de complejidad, con el objetivo de que profundice.
 - e. Integración. El estudiante aún, unifica e integra lo aprendido.

Los niveles en cuestión son cinco, numerados desde el cero hasta el cuatro en orden ascendente. Estos son (Mayberry, 1983):

- Nivel 0: Visualización o reconocimiento. Objetos percibidos como un todo, sin diferencias características y/o propiedades.
- Nivel 1: Análisis. Percepción de propiedades de los objetos geométricos, por lo que los estudiantes pueden describirlos no solamente de forma visual sino a través de estas.
- Nivel 2: Ordenación o clasificación. Descripción formal de objetos y figuras. Entendimiento de las definiciones. Se reconocen propiedades que derivan de otras, y se tiene la capacidad de establecer relaciones entre propiedades y consecuencias.
- Nivel 3: Deducción formal. Se realizan tanto deducciones como demostraciones, formalizando sistemas axiomáticos.
- Nivel 4: Rigor. Es posible el trabajo de la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos. Es posible la aceptación de una demostración contraria a la intuición siempre y cuando la argumentación sea válida.

2.1.3. Registro semiótico

Raymond Duval (1998, 2006) ha llevado a cabo una línea de investigación acerca del registro semiótico y su cambio, el cual se puede particularizar en el problema de la trasposición del lenguaje matemático al mundo no matemático. Para el trabajo con y el estudio de las matemáticas, resulta imprescindible la capacidad de distinguir entre una representación y aquello que se representa (Quesada y Torregrosa, 2007), con la dificultad añadida para los estudiantes de que los objetos matemáticos, a priori, no son tangibles.

De acuerdo con Duval (1998), toda actividad geométrica involucra tres tipos de procesos cognitivos, independientes entre ellos y los cuales se concretizan en visualización, razonamiento y construcción. De ellos, para el desarrollo de la trasposición del registro semiótico, resulta clave el primero, visualización, que hace referencia al proceso de transferencia entre realidad y representación a través de la aprehensión. Esta aprehensión, además, según el autor puede clasificarse en perceptiva – identificación de una figura desde su representación –, discursiva – asociación de una identificación con conceptos matemáticos – y operativa – trabajo y modificación de una configuración geométrica para la resolución de un problema.

Resulta evidente la importancia que alcanza el que el alumnado pueda distinguir un objeto matemático en sus diferentes representaciones, incluyendo la semiótica, con el fin de pueda alcanzar la capacidad de trabajar con ellos, realizar cambios de registros y, consecuentemente, operaciones.

Particularmente, y enmarcando en el contexto del presente trabajo, cobra especial importancia el empleo de estas diferentes representaciones, puesto que, atendiendo al currículum académico establecido por la Orden ECD/65/2015 de 21 de enero, es en el curso de 3º de ESO cuando dentro del estudio de la geometría se avanza de una representación en el plano a una en el espacio, lo cual lleva aparejado un mayor nivel de abstracción y capacidad de razonamiento matemático.

Así, a la suma de las diferentes representaciones puramente matemáticas con las que se pueden contar, se pueden sumar ejemplificaciones extraídas de situaciones cotidianas del estudiante, que a su vez cumplen una función de representación, obteniendo así una mayor comprensión por parte del alumnado de los conceptos y contenidos a impartir.

2.2. Aprendizaje activo a través del aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo

Se procede a enmarcar teóricamente el aprendizaje activo, así como el aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo, además de la interrelación entre ellos.

2.2.1. Contextualización del aprendizaje activo

Como se ha expuesto tanto en la Justificación como en el Planteamiento del problema y los Objetivos, un aprendizaje basado en metodologías activas desemboca en una mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como un aprendizaje significativo. Es por ello por lo que se expone a continuación el marco teórico del aprendizaje activo.

El aprendizaje activo se define por oposición al aprendizaje pasivo, tradicional, y, por tanto, se caracteriza principalmente porque el alumno es el gran protagonista de su propio aprendizaje, propiciando un procesamiento de la información más flexible y fructífero, y aumentando así la posibilidad de conectar diferentes ideas, además de manera creativa (Morris, 2016).

El aprendizaje activo sienta sus bases en el Constructivismo, promovido por Jean Piaget, quien afirmó que el conocimiento es construido por el propio alumnado, y que el aprendizaje en sí toma lugar cuando el conocimiento pasa de la memoria de corto plazo a largo plazo, organizándose en modelos mentales denominados esquemas (Wadsworth, 1996, p.16).

Por otro lado, Lev Vygotsky desarrolló la teoría del Constructivismo Social, según la cual el aprendizaje ocurre principalmente mediante la interacción social con otros, tanto docente como grupo de iguales (Barba, Cuenca y Rosa, 2007). Es aquí donde la inclusión de métodos de trabajo grupal, cooperativo y colaborativo resultan especialmente útiles, propiciando un catalizador del aprendizaje activo.

2.2.2. Definición del aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo

Si bien no termina de haber una definición consensuada por el mundo académico acerca de lo que es el aprendizaje colaborativo, en líneas generales ésta se puede deducir una vez presentados el concepto de grupo de trabajo, aprendizaje grupal y aprendizaje cooperativo.

Para ello, en primer lugar, resulta clave delimitar el concepto de grupo, que, atendiendo a Lobato (2001, citado por Baztán, 2020), se puede definir como un conjunto de individuos que comparten un fin común y que se caracteriza por una relación de interdependencia entre sus miembros. De ahí se puede extrapolar al grupo de trabajo, y éste contraponerlo al aprendizaje grupal

La principal diferencia entre el aprendizaje grupal en relación al grupo tradicional es que, mientras este último se basa en una distribución igualitaria de tareas, con la elección de un líder, un nivel de compromiso moderado así como una falta de evaluación en conjunto, el aprendizaje grupal presenta una distribución de tareas en función a las habilidades y capacidades de los miembros del grupo, así como un liderazgo compartido, un nivel fuerte de compromiso y la existencia de una evaluación grupal (Baztán, 2020).

Según el autor el aprendizaje grupal se basa en un conjunto de personas, las cuales se rigen por una tarea en común, es decir un grupo conformado por varios alumnos o alumnas a los que se les encomienda una tarea que cumplimentar, bien sea un ejercicio, un problema, un

proyecto. En función de cómo se oriente dicha tarea, podremos hablar de un aprendizaje simplemente grupal, cooperativo o colaborativo.

Para discernir entre un aprendizaje grupal y uno colaborativo, se puede recurrir a la definición aportada por Johnson, Johnson y Holubec (1999), quienes lo enunciaron como “el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás”. De aquí destacamos la relevancia que toma el carácter de maximizar el aprendizaje, tanto propio como mutuo, en el que es precisa una cooperación para poder alcanzar la meta propuesta. Según Lara (2001), sus orígenes se pueden remontar a los años 40, mientras que cobra especial importancia una vez alcanzada la década de 1970, creciendo su implantación desde entonces.

Si hasta ahora la frontera entre grupo tradicional, aprendizaje grupal y aprendizaje cooperativo ha podido delimitarse, es entre el aprendizaje cooperativo y el colaborativo donde esta diferenciación se vuelve más sutil y compleja de establecer. A la hora de definir esta línea entre los dos procesos de aprendizaje, destaca como diferencia esencial que en el aprendizaje colaborativo son los mismos alumnos los protagonistas que diseñan su propia estructura de interacciones, a la vez que mantienen el control sobre las diferentes decisiones que repercuten en su aprendizaje, mientras que en el aprendizaje cooperativo, el control en la estructura de interacciones y su diseño es llevado, de manera principal, por el profesorado (Panitz y Panitz, 1998).

En base a esta diferencia, el aprendizaje colaborativo puede definirse como una metodología docente activa, la cual queda incluida en un enfoque constructivista del aprendizaje y que se basa en la elaboración de contenidos desde y a partir de la interacción que se produce en aula, y donde la autoridad es compartida por el grupo, al igual que las responsabilidades, decisiones y estructuración (Iborra e Izquierdo, 2010). Cabe destacar que, debido al avance de las nuevas tecnologías e incluso situaciones como la pandemia producida por el SARS-CoV-2, la localización ya no se limita al aula, sino que puede darse en un entorno virtual.

Para la presente Unidad Didáctica, si bien se dará una preponderancia al trabajo colaborativo, otorgándole el mayor protagonismo, se buscará también las ventajas que pueden extraerse de una combinación de las diferentes metodologías. Por tanto, el eje vertebrador será colaborativo, pero tendrá una serie de actividades *afluentes* que se basarán en aprendizaje

grupal y cooperativo, además emplear también el individual desde un enfoque autónomo. Debido a ello, se hace especial hincapié en delimitar las características del aprendizaje colaborativo, así como sus ventajas y desventajas.

2.2.3. Características del aprendizaje colaborativo

El aprendizaje colaborativo se basa principalmente en una serie de características que se sustentan en lo expuesto en el apartado de su definición. Así, se trata de una metodología de aprendizaje activa cuyas características son la organización grupal, el enfoque constructivista, y con una estructuración que recae sobre los mismos componentes del grupo, y, consecuentemente, en el diseño de la actividad, hay una intencionalidad explícita de fomentar este aprendizaje colaborativo por parte del profesor (Berkley et al., 2012).

Atendiendo a estos mismos autores (Berkley et al., 2012), se pueden exponer las características del aprendizaje colaborativo mediante la contraposición del rol del alumnado en relación a la clase tradicional. De esta manera, se tiene:

Tabla 1. Comparación entre clase tradicional y colaborativa.

Clase tradicional El estudiante pasa de...	Clase colaborativa a...
Oír, observar y tomar apuntes	Resolver problemas, aportar y dialogar activamente
Expectativas bajas o moderadas de preparación para ir a clase	Expectativas elevadas de preparación para la clase
Presencia privada en el aula con pocos o ningún riesgo	Presencia pública con muchos riesgos
Asistencia dictada por la voluntad personal	Asistencia dictada por las experiencias de la comunidad
Competición con los compañeros	Trabajo colaborativo con los compañeros
Responsabilidad y definición personal asociadas con el aprendizaje independiente	Responsabilidades y definición personal asociadas con el aprendizaje interdependiente
Considerar a los profesores y los libros de texto como únicas fuentes de autoridad y saber	Considerar a los compañeros, a uno mismo y a la comunidad como fuentes adicionales e importantes de autoridad y saber

Nota: Adaptado de Berkley et al. (2012, p. 37)

Según Crook (1998), el aprendizaje colaborativo se generará a partir de una combinación de una serie de principios entre los que se encuentran la articulación, el conflicto y la co-construcción.

- El principio de articulación destaca que tanto el valor educativo y cognitivo del aprendizaje colaborativo se derivan de la necesidad que tienen los participantes de organizar, justificar y declarar sus propias ideas frente al resto de compañeros, así como de la necesidad de su interpretación – entendiéndose como tal la traducción cognitiva –, para que pueda ser comprendida por sus iguales.
- El principio del conflicto hace referencia a que los desacuerdos y sus refuerzos por resolverlos originan una serie de beneficios cruciales para el desarrollo. Estos desacuerdos, a su vez, cobran especial importancia a la hora de estimular los movimientos discursivos de justificación y negociación.
- El principio de co-construcción se basa en la significación del hecho de compartir objetivos cognitivos comunes, de manera que el resultado final no sea una simple yuxtaposición de información separada, sino una elaboración, reformulación y construcción conjunta entre los participantes. Se habla, por tanto, de que el resultado no es la suma de las partes, sino un producto sinérgico.

Por otro lado, las principales ideas que subyacen, tanto en el aprendizaje cooperativo como el colaborativo, son las siguientes (Kagan, 1994):

- Formación de grupos. Se ha de buscar la creación de grupos heterogéneos preferentemente con respecto a homogéneos, con 4 miembros como número ideal y cada uno con diferente nivel de competencia. Se busca de esta manera, la creación de una sinergia como se ha expuesto en el principio de co-construcción previamente descrito.
- Interdependencia positiva. Se torna fundamental la promoción de la capacidad de comunicación entre los diferentes miembros en el grupo. Es decir, se fomenta el trabajo de manera colectivo.
- Responsabilidad individual. Es importante que cada miembro tenga una responsabilidad sobre la producción final, de manera que la actuación de cada uno conlleve consecuencias en el trabajo conjunto.

- Participación equitativa. Se produce una distribución de tareas y trabajo proporcionado a las capacidades y habilidades con las que cuenta cada miembro del equipo de trabajo.
- Interacción simultánea. Para poder llevar a cabo la tarea encomendada, es necesario que los componentes del grupo dialoguen, además de contrastar ideas y opiniones y, finalmente, tomar decisiones que sean consensuadas.

2.2.4. Ventajas del aprendizaje activo aplicado a la enseñanza de la geometría

De acuerdo con diversos autores, el aprendizaje activo presenta una serie de ventajas, las cuales se pueden resumir en las expuestas por García-Varcárcel et al. (2012), concretizándose, además en la enseñanza de las matemáticas, particularizado en el ámbito de la geometría:

- Motivación para el alumno e interés por la asignatura. Se consigue así superar la barrera que generalmente suponen las matemáticas y la geometría.
- Participación activa, búsqueda de información y creatividad. Hoy día se cuentan con grandes recursos *online* para la búsqueda de información, en el caso particular de temas geométricos es especialmente accesible.
- Apoyo al aprendizaje. Se asimilan y profundizan conceptos que a priori pueden ser difíciles de interiorizar, como los geométricos.
- Autonomía y capacidad crítica, esencial para desarrollar un aprendizaje significativo.
- La calificación puede derivarse de producciones más allá de las pruebas escritas, lo cual deriva en fuente de motivación extrínseca. En el caso de la geometría, el examen tradicional no suele funcionar bien como instrumento de evaluación, lo cual abre la puerta a diferentes métodos de evaluación más adecuados al contenido.

Además, concretizando la lista de ventajas al uso de aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo:

- Desarrollo de capacidades sociales y trabajo en grupo.
- Se aprende de los demás, compartiendo tanto experiencias como puntos de vista.
- Se entrena en la negociación y el consenso.
- Se produce una mejora del rendimiento y del aprendizaje.
- Se mejora tanto la convivencia como la tolerancia.
- Se realiza una mayor atención a la diversidad.

- Mejora del rendimiento de todos/as, no exclusivamente de los mejores.
- Se comparte y genera conocimiento.
- El trabajo suele resultar más motivador que la experiencia individual.

En el caso particular del aprendizaje de la geometría resulta altamente interesante el poder compartir diferentes puntos de vista para conformar el aprendizaje, pues, como se ha visto anteriormente, esto puede facilitar el tránsito por los niveles de razonamiento geométrico del alumnado.

Otros autores, como Adell y Sales (1999) destacan principalmente algunas de estas ventajas, además de ampliarlas, como, por ejemplo, citando el favorecimiento de la democracia, la solidaridad en grupo y la autonomía en la organización del propio aprendizaje.

2.2.5. Desventajas del aprendizaje activo aplicado a la enseñanza de la geometría

De igual manera que las ventajas, diversos autores han destacado posibles desventajas que acaecen con el aprendizaje colaborativo. Entre ellas, el resumen aportado por García-Valcárcel et al. (2012) adaptado para el caso específico de la docencia de la geometría resulta especialmente esclarecedor.

- Precisa un proceso de aprendizaje sistemático y estructurado. Teniendo en cuenta lo expresado anteriormente en la *hipótesis de la primacía topológica*, esto implica que el aprendizaje ha de estructurarse con suma delicadeza.
- En función a la actividad, puede precisarse coordinación con otros docentes. En el caso de la geometría, la coordinación con docentes que no sean del ámbito matemático/ciencias o de dibujo, puede acarrear una serie de complicaciones.
- Suele implicar una mayor dedicación y tiempo en la elaboración de un trabajo. Esto puede suponer un detrimento de la motivación, puesto que generalmente el alumnado espera resultados rápidos.
- Debido al desconocimiento frente a la metodología, puede dar lugar a inseguridad, lo cual, añadido a la inseguridad en sí que generalmente da el aprendizaje de las matemáticas y la geometría puede resultar un fuerte obstáculo.

- Comprende una mayor dificultad a la hora de llevar a cabo la evaluación, la cual ya de por sí engloba un cierto nivel de dificultad en el ámbito de la geometría.

Particularizando en el aprendizaje grupal, cooperativo y colaborativo:

- Existe una barrera al tener que romper con la estructura individualista predominante.
- Exige tanto tolerancia como una asunción de responsabilidades.
- La calificación individual corre el riesgo de perderse dentro de la global.
- Pueden surgir problemas a la hora de coordinar horarios dentro los miembros del grupo, así como con la disciplina interna.
- La interacción entre integrantes puede ser problemática y acarrear discusiones y otro tipo de problemáticas.
- Puede darse un trabajo no equitativo en los grupos.
- En grupos grandes el trabajo colaborativo puede complicarse y volverse más difícil.

2.3. Fotografía matemática

Como elemento vehicular para la propuesta de intervención se ha escogido la fotografía. Para poder analizar su marco teórico, se torna necesario el vislumbrarlo desde una perspectiva más amplia, incluyendo la relación existente entre matemáticas e imágenes, para luego focalizar en la fotografía matemática. Además, debido a que se pretende emplear la fotografía en la enseñanza, el estudio de intervenciones previas y casos existentes resulta también un apartado a tener en cuenta.

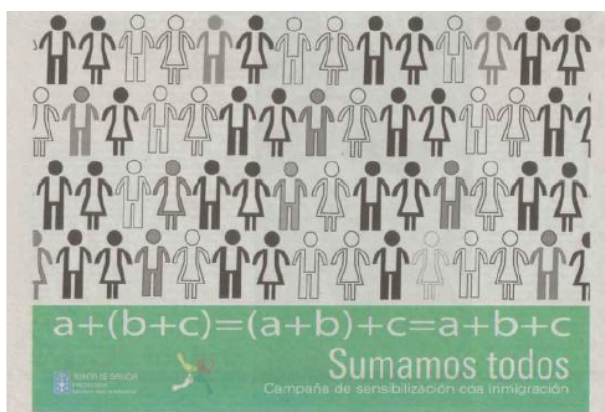
2.3.1. Matemáticas e imágenes

Una de las principales causas por las que las matemáticas tienen en la sociedad consideración de ser difíciles, frías, distantes, etc. es por su condición de abstractas. Es decir, a priori no son tangibles y, consecuentemente, no se ven – o al menos es lo que comúnmente se declara (Lantarón y López, 2012). Sin embargo, esta afirmación no deja de ser una falacia, puesto que las matemáticas son tangibles en diversos ámbitos de la vida e incluso visibles.

Alguno de estos ámbitos son manifestaciones artísticas, con la importancia de proporciones y reglas geométricas en pintura, escultura, arquitectura, etc. Además del ámbito artístico, que tradicionalmente es el primero que sale a colación a la hora de indicar manifestaciones

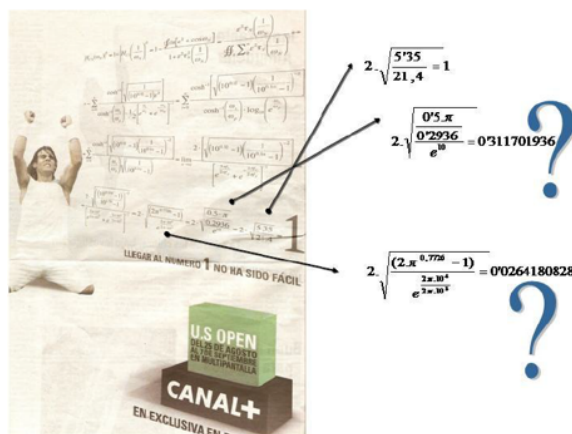
visuales de las matemáticas, autores como Lantarón y López (2012) o Sorando (2011) indican otras parcelas e incluso otros soportes como son la publicidad, donde se ha hecho uso de otras áreas de las matemáticas, más allá de la geometría, aunque a veces con errores (ver figuras 1 y 2 a continuación).

Figura 1. Campaña publicitaria de la Xunta de Galicia haciendo uso de las matemáticas.



Nota: Adaptado de *Campaña publicitaria de la Xunta de Galicia en prensa* [Imagen], citado por J.M. Sorando, 2011, www.sinewton.org/numeros/numeros/78/Articulos_02.pdf

Figura 2. Anuncio de Canal+ con operaciones matemáticas revisadas.



Nota. Adaptado de *Anuncio Canal + en prensa* Canal+, revisado por M. Simón [Imagen], citado por J.M.Sorando (2011), www.sinewton.org/numeros/numeros/78/Articulos_02.pdf

Dentro del mundo artístico, existen, a su vez, obras que se basan en el aspecto formal de las matemáticas, como la de Tobia Rava, que emplea la grafía de los números a modo de teselas para componer sus obras. Otra vertiente es la llevada a cabo por Vicente Meavilla, especializado en representar figuras geométricas imposibles (Lantarón y López, 2012).

2.3.2. Concepto y ejemplificación de la fotografía matemática

Como soporte visual, la fotografía es susceptible, también de ser un elemento de carácter matemático. De hecho, en los últimos años ha crecido una corriente denominada Fotografía Matemática, la cual tiene bastante aceptación en concursos enfocados principalmente a estudiantes.

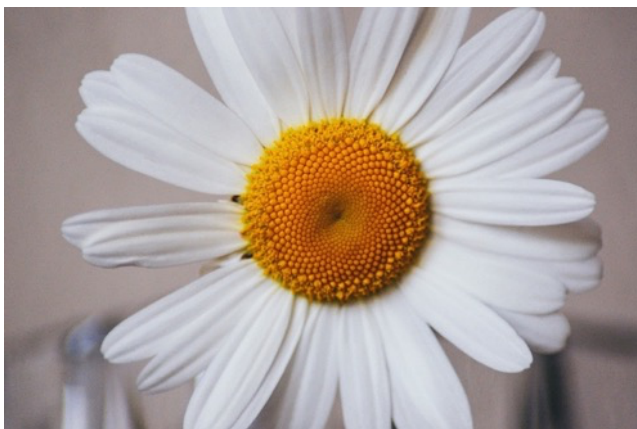
La fotografía matemática como tal, si bien no existe un consenso sobre su definición estricta, se puede considerar que es aquella fotografía en la que el contenido está relacionado de manera inequívoca con algún área de las matemáticas, como pueden ser la geometría, la aritmética, la estadística, etc. (Condés, 2020). De esta forma, ejemplo son instantáneas que muestren figuras geométricas, numeraciones, series, operaciones, igualdades, etc. Este tipo de manifestaciones se pueden encontrar en cualquier espacio, sin embargo, depende del nivel de concreción que se quiera llegar para considerar hasta qué punto es fotografía matemática o no. Por ejemplo, simplemente una fotografía que muestre una seriación o algo más restrictivo, una fotografía que muestre un concepto matemático de manera más explícita (Condés, 2020). A continuación, se exponen algunos ejemplos de fotografía matemática:

Figura 3. Ejemplo de fotografía matemática.



Nota. Adaptado de *The Art of Math or the Math of Art* [Fotografía], por Levine, A., 2016, Flickr (<https://www.flickr.com/photos/cogdog/24641658829/>). CC BY 2.0

Figura 4. Ejemplo de fotografía matemática.



Nota. Adaptado de *Close up photography of white daisy flower* [Fotografía], por Hervé-Bazin, G., 2019, Unsplash (<https://unsplash.com/photos/OtRM52DkYRM>). CC BY 2.0

Figura 5. Ejemplo de fotografía matemática.



Nota. Adaptado de *Las matemáticas de mi abuela sin ir al colegio* [Fotografía], curada por Bonet, M., 2017, Concurso de Fotografía Mates y Fotos de Colegios de Fomento Aitana y Altozano. (<http://matesyfotosaitana.blogspot.com/2017/06/fotografia-n-41-las-matematicas-de-mi.html>). CC BY 2.0

2.3.3. Uso de la fotografía en la enseñanza

Diversas experiencias prueban las ventajas y beneficios resultantes del empleo de la fotografía en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según Barrantes et al. (2015), la proliferación hoy día de los medios audiovisuales de comunicación ha provocado que los alumnos cambien las formas de percibir, así como sus procesos mentales. Esto supone un matiz muy importante a

tener en cuenta, puesto que presenta una serie de condicionantes que se pueden utilizar a favor para conseguir una experiencia innovadora de enseñanza. Los autores, además, destacan la importancia que cobran las imágenes para adquirir conceptos geométricos.

Existen experiencias que parten de la enseñanza de la fotografía en sí como elemento vehicular, como la llevada a cabo por Montilla et al. (2012), en la que se trabaja con alumnos de 4º de ESO, partiendo de la enseñanza de los rudimentos más básicos de la fotografía y que, según se ha valorado en la experiencia, ha resultado en un favorecimiento del desarrollo de actitudes esenciales para el futuro laboral, tales como el orden, el rigor, la perseverancia y la creatividad. En esa misma experiencia se llevó a cabo el análisis de fotografías importantes, fomentando así el diálogo, la reflexión e incluso la educación en valores. Además, mediante la publicación de las obras que llevaron a cabo el alumnado, se favoreció la autoestima de este. Resulta interesante, además, el que los alumnos y alumnas aprendieran la posibilidad de usar un código pictórico en vez de lingüístico, lo cual tiene una estrecha relación con los diferentes registros matemáticos ya expuestos.

Finalmente, y como se ha indicado previamente, hoy día abundan cada vez más los concursos de fotografía matemática, como, por ejemplo, el llevado a cabo por los colegios de Fomento Aitana y Altozano, cuyos resultados son posteriormente publicados, en el caso del ejemplo nombrado, en su blog <http://matesyfotosaitana.blogspot.com>. De estos concursos, cabe destacar el concurso Fotogebra, que llevan a cabo Rizzo y Costa (2019). En este concurso, el objetivo no es la realización de una obra de fotografía matemática como tal, sino la creación de dicha obra para luego, posteriormente, el planteamiento de un problema sobre ella y su resolución mediante el uso del software Geogebra. De esta manera, además del trabajo colaborativo, el alumnado combina la fotografía, el aprendizaje basado en problemas y las nuevas tecnologías. En experiencias como estas, la fotografía se convierte en un elemento vehicular con un sinnúmero de oportunidades para mejorar la calidad docente.

3. Propuesta de intervención

3.1. Presentación de la propuesta

Como se ha expuesto anteriormente, el presente Trabajo Final de Máster tiene como propósito el desarrollo de una propuesta de intervención que aúne aprendizaje colaborativo y el mundo de la fotografía en la enseñanza de la Geometría de 3º de ESO. Para ello, se dicha propuesta de intervención se materializa en una Unidad Didáctica, que responderá a los diferentes requerimientos académicos, didácticos y legislativos que correspondan.

3.2. Contextualización del centro

La Unidad Didáctica desarrollada se enmarca en la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas del curso 3º de ESO, perteneciente al primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria. Se ha decidido localizarla, además, en la Comunidad Autónoma de Andalucía, y más concretamente, en el Instituto de Educación Secundaria J.I. Luca de Tena de la ciudad de Sevilla, instituto de titularidad pública y encuadrado en un contexto socioeconómico medio. Este centro cuenta, en el caso de 3º de ESO, con dos líneas en las que se imparte la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, contando cada grupo con 30 alumnos.

En el anexo D se puede encontrar una contextualización más detallada del centro, y en el anexo F, una autorización del mismo para poder usar su nombre y datos.

3.3. Contextualización de la propuesta

Dentro del currículo académico designado por la Junta de Andalucía en la Orden 14/2016, el bloque objeto de la presente propuesta, “Geometría” es el número 3, situado tras el bloque 2 “Números y álgebra” y antes del bloque 4, “Funciones”. Sin embargo, atendiendo a la Programación Didáctica del instituto (IES Luca de Tena, 2020), el orden es diferente, y se encuentra tras el bloque “Funciones” y antes del último bloque, “Estadística y Probabilidad”.

Temporalmente, se sitúa al inicio del tercer cuatrimestre, desarrollándose en un total de 5 semanas y 20 sesiones, siendo cada sesión de 50 minutos.

3.4. Marco normativo de la propuesta

La Unidad Didáctica desarrollada se rige por la Ley Orgánica 8/2013 de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE), la cual en su artículo único modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE).

Para su estructuración se ha tenido en cuenta el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Enseñanza Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, así como la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato, a nivel estatal y la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado, a nivel autonómico.

3.5. Intervención en el aula

3.5.1. Cuadro resumen de la intervención

Tabla 2. Cuadro resumen de la intervención.

Unidad didáctica		¡Fotogeometricemos!		
Objetivos y Elementos Transversales				
Objetivos de etapa (Decreto 110/2016): a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, l, n				
Objetivos de área (Orden 14 de julio de 2016): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11				
Elementos transversales (Orden 14 de julio de 2016): b, c, f, g, h				
Contenidos				
Conceptos	Procedimientos	Actitudes		
Geometría del plano. Lugar geométrico y cónicas. Semejanza de polígonos. Criterios de semejanza de triángulos. El teorema de Tales, aplicaciones. Figuras semejantes. El teorema de Pitágoras. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Geometría del espacio. Plano de simetría en los poliedros. La esfera e intersecciones con planos. El globo terráqueo, coordenadas, longitud y latitud. Fotografía, arte y técnica. Arte y arquitectura musulmana en Andalucía. La proporción cordobesa.	Descripción de los elementos y las propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. Identificación de polígonos semejantes. Cálculo de la razón de semejanza. Cálculo de medidas aplicando el teorema de Tales. Aplicación geométrica del teorema de Tales: división de un segmento en partes iguales, obtención del cuarto proporcional, obtención de medidas y alturas. Aplicación del método de proyección en la construcción de figuras semejantes. Aplicación geométrica del teorema de Pitágoras. Identificación de centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros. Interpretación del sentido de los sistemas de coordenadas geográficas. Aplicación de la fotografía a diferentes usos matemáticos.	Empleo de conocimientos geométricos en situaciones cotidianas. Reconocimiento y valoración de la utilidad del teorema de Tales para resolver diferentes situaciones en el día a día. Curiosidad por investigar formas y relaciones de índole geométrica. Sensibilidad y gusto por la presentación clara y ordenada de los trabajos geométricos. Curiosidad por nociones históricas y del funcionamiento de las cosas. Interpretación de la proporción cordobesa. Aprecio de la fotografía en su vertiente artística, su vertiente tecnológica y su vinculación matemática. Interés por los sistemas de representación geográficos, en especial aquellos que hacen uso de la fotografía.		
Estándares de aprendizaje (Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre)				
1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 4.1, 4.2, 5.1, 5.2, 5.3, 6.1				
Temporalización				
Ses.	Descripción	Competencias Clave	Agrupamiento	Instrumento de Evaluación
1	Actividad de motivación inicial, detección de ideas previas y presentación de concurso fotografía matemática	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Gran grupo	-
2	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Grupos de 3-4 alumnos	Tabla obs. 1
3	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CSC, CEC	Grupos de 4-5 alumnos	Tabla obs. 1
4	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CSC, CEC	Individual, parejas, grupos de 4	Tabla obs.1, Tabla obs. 3, Rúbrica 2
5	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Grupos de 3-4 alumnos	Tabla obs. 1

6	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Grupos de 4 alumnos	Tabla obs. 1
7	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Gran grupo y 8 grupos	Tabla obs. 2
8	Actividad para reforzar conocimientos	CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC	Grupos de 4-5 alumnos	Tabla obs. 2
9	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Dos de los 8 grupos sesión 7	Tabla obs.2, Rúbrica 3
10	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Tres de los 8 grupos sesión 7	Tabla obs. 2, Rúbrica 3
11	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	Tres de los 8 grupos sesión 7	Tabla obs 2, Rúbrica 3
12	Actividad para reforzar conocimientos	CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC	Grupos de 4-5 alumnos	Tabla de observación 2
13	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC	División en 4 grupos	Tabla obs. 1, Rúbrica 4
14	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA	Gran grupo, individual	Tabla obs. 1, Rúbrica 5
15	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	División en 9 grupos	Tabla obs. 1
16	Actividad para reforzar conocimientos	CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC	Grupos de 4-5 alumnos	Tabla obs. 2
17	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC	División en 9 grupos	Tabla obs. 1, Rúbrica 6
18	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD	Gran grupo, individual	Tabla obs. 1
19	Actividad de nuevos conocimientos y puesta en práctica lo aprendido	CL, CMCT, CD, AA	Parejas o grupos de 3	Tabla obs. 1
20	Presentación final del proyecto/concurso	CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC	Grupos de 4-5 alumnos	Rúbrica 1
Atención a la diversidad		Metodología		
<ul style="list-style-type: none"> - Aprendizaje inter pares - Trabajo por grupos - Actividades dinámicas 		<ul style="list-style-type: none"> - App - Flipped classroom - Aprendizaje autónomo 		
Procedimiento de calificación				
Inicial (0%)	Procesual (40%)		Final (60%)	
Sin repercusión	A lo largo de la intervención mediante observación y recogida de producciones		Proyecto de concurso de fotografía	

Nota: Elaboración propia

3.5.2. Objetivos

Los objetivos, atendiendo a la normativa vigente, se dividirán en objetivos didácticos, de etapa y de área. Se procede a continuación, a su enumeración y definición.

3.5.2.1. Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos son aquellos objetivos de carácter específico que explicitan aquello que el alumnado debe alcanzar, es decir, lo que debe conocer, saber y hacer, en relación con los contenidos.

En la siguiente tabla se presentan los objetivos didácticos que se establecen para la presente unidad didáctica.

Tabla 3. *Objetivos didácticos.*

Objetivos didácticos	
1	Reconocer y describir elementos y propiedades características de las figuras planas.
2	Reconocer y describir elementos y propiedades características de los cuerpos geométricos elementales.
3	Identificar elementos geométricos en la fotografía.
4	Reconocer polígonos semejantes.
5	Comprender el significado geométrico y numérico del teorema de Tales y del de Pitágoras.
6	Aplicar el teorema de Tales y/o Pitágoras en situaciones reales, así como en la determinación geométrica y numérica de medidas.
7	Aplicar el método de proyección en la construcción de figuras semejantes.
8	Producir planos y maquetas haciendo uso de la semejanza en el cálculo de medidas.
9	Conocer figuras históricas (Tales de Mileto, Pitágoras) así como la aplicación de la fotografía en el arte.
10	Conocer y aplicar giros, rotaciones y transformaciones geométricas.
11	Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.
12	Conocer los cuerpos de revolución, sus áreas y volúmenes.
13	Conocer los sistemas de representación del globo terráqueo.
14	Conocer la fotografía matemática y la relación entre las matemáticas y el funcionamiento de las cosas.
15	Conocer la aplicación de la semejanza en el arte y arquitectura musulmana en Andalucía, así como la proporción cordobesa.

Nota: elaboración propia a partir de normativa.

3.5.2.2. Objetivos de etapa

Los objetivos son los referentes relativos a los logros que el alumnado debe alcanzar al finalizar la etapa, los cuales se detallan en el artículo 11 del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre y el artículo 3.2 del Decreto 111/2016 de 14 de junio. De los objetivos de etapa, se incorporan en el Unidad Didáctica los catalogados como a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, l y n. Una relación de estos

con las competencias clave de acuerdo con lo establecido en la Orden ECD/65/2015 de 21 de enero se encuentra en el Anexo E, Marco Normativo. La relación de estos con los objetivos didácticos puede verse a continuación.

Tabla 4. Relación de objetivos generales de etapa con didácticos.

Objetivos generales de etapa	Objetivos didácticos
a, b, e, f	1- Reconocer y describir elementos y propiedades características de las figuras planas.
a, b, e, f	2- Reconocer y describir elementos y propiedades características de los cuerpos geométricos elementales.
b, e, f, j, l	3- Identificar elementos geométricos en la fotografía.
a, b, e, f	4- Reconocer polígonos semejantes.
b, e, f	5- Comprender el significado geométrico y numérico del teorema de Tales.
a, b, c, e, f, g	6- Aplicar el teorema de Tales en situaciones reales, así como en la determinación geométrica y numérica de medidas.
a, b, e, f, g	7- Aplicar el método de proyección en la construcción de figuras semejantes.
a, b, e, f, g	8- Producir planos y maquetas haciendo uso de la semejanza en el cálculo de medidas.
b, c, d, f, h, j, l	9- Conocer figuras históricas (Tales de Mileto, Pitágoras) así como la aplicación de la fotografía en el arte.
a, b, e, f	10- Conocer y aplicar giros, rotaciones y transformaciones geométricas.
a, b, e, f	11- Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.
a, b, e, f	12- Conocer los cuerpos de revolución, sus áreas y volúmenes.
a, b, e, f	13- Conocer los sistemas de representación del globo terráqueo
b, c, d, f, h, j, l	14- Conocer la fotografía matemática y la relación entre las matemáticas y el funcionamiento de las cosas.
b, c, d, f, h, j, l, n	15- Conocer la aplicación de la semejanza en el arte y arquitectura musulmana en Andalucía, así como la proporción cordobesa.

Nota: adaptada de RD1105/2014 de 26 de diciembre y D111/2016 de 14 de junio

3.5.2.3. Objetivos de área

Se trabajan todos los objetivos de área marcados para la enseñanza de las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en la Educación secundaria Obligatoria en Andalucía por la Orden 14 de julio de 2016, para así contribuir en los alumnos y alumnas las capacidades que les permitan. La relación de estos objetivos reseñados por la normativa puede encontrarse en el Anexo E, Marco Normativo.

3.5.3. Competencias clave

En el desarrollo de la presente unidad didáctica se trabajan las siete competencias claves contempladas por la Ley Orgánica 8/2013 de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, LOMCE. La aplicación de estas competencias se lleva a cabo de la siguiente manera:

Tabla 5. *Competencias clave.*

Competencia de comunicación lingüística (CL)
Comprender definiciones relativas a la geometría del plano.
Comprender enunciados de los problemas de semejanza y Teorema de Tales.
Expresar tanto oralmente como por escrito los conocimientos adquiridos.
Mantener un diálogo crítico y constructivo entre alumnos en trabajos en grupo.
Buscar, seleccionar y sintetizar información para plasmarla en un documento.
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
Aplicar los conocimientos de geometría del plano, figuras planas y cuerpos geométricos en usos de la vida diaria.
Aplicar los conceptos sobre semejanzas, escalas y Teorema de Tales para su aplicación en usos de la vida diaria.
Analizar y comprender enunciados de problemas de semejanzas y Teorema de Tales.
Ser capaz de resolver problemas sobre medidas desconocidas.
Reflexionar sobre el proceso aplicado para resolver un problema, así como los resultados obtenidos, sacando conclusiones adecuadas.
Conocer el funcionamiento tecnológico de las cámaras de fotos.
Competencia digital (CD)
Utilizar herramientas para la búsqueda y selección de información.
Uso de recursos tecnológicos para la realización de actividades matemáticas.
Empleo de herramientas digitales en fotografía.

Competencia aprender a aprender (AA)
Ser capaz de extraer información de diferentes sitios, posibilitando la organización de su propio aprendizaje. Ser capaz de clasificar y hacer un uso correcto de la información.
Competencias sociales y cívicas (CSC)
Trabajar en grupo, desarrollando conductas sociales. Ser capaz de presentar información y el resultado de un trabajo siguiendo normas sociales y cívicas.
Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE)
Detectar las necesidades ante una tarea encomendada, realizando una planificación y llevándola a cabo. Revisar el trabajo realizado, detectando aspectos a mejorar.
Conciencia y expresiones culturales (CEC)
Apreciar la aplicación del Teorema de Tales y la semejanza en la resolución de problemas en la vida cotidiana. Conocimiento de una figura histórica. Conocimiento de la presencia de la semejanza en el arte musulmán en Andalucía. Conocimiento sobre la historia de la fotografía y su arte.

Nota: adaptado de Orden 14 de julio de 2016

3.5.4. Contenidos

Se presentan los contenidos incluidos en la Unidad Didáctica, clasificados según correspondan a conceptos, procedimientos o actitudes.

Tabla 6. *Contenidos.*

Conceptos	
C.1	Geometría del plano.
C.2	Lugar geométrico y cónicas.
C.3	Semejanza de polígonos. Criterios de semejanza de triángulos.
C.4	El teorema de Tales. Aplicaciones.
C.5	Figuras semejantes.
C.6	El teorema de Pitágoras
C.7	Traslaciones, giros y simetrías en el plano.
C.8	Geometría del espacio.
C.9	Plano de simetría en los poliedros.
C.10	La esfera e intersecciones con planos.
C.11	El globo terráqueo, coordenadas, longitud y latitud.

C.12	Fotografía, arte y técnica.
C.13	Arte y arquitectura musulmana en Andalucía.
C.14	La proporción cordobesa.
Procedimientos	
P.1	Descripción de los elementos y las propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.
P.2	Identificación de polígonos semejantes. Cálculo de la razón de semejanza.
P.3	Cálculo de medidas aplicando el teorema de Tales.
P.4	Aplicación geométrica del teorema de Tales: división de un segmento en partes iguales, obtención del cuarto proporcional, obtención de medidas y alturas.
P.5	Aplicación del método de proyección en la construcción de figuras semejantes.
P.6	Aplicación geométrica del teorema de Pitágoras
P.7	Identificación de centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.
P.8	Interpretación del sentido de los sistemas de coordenadas geográficas.
P.9	Aplicación de la fotografía a diferentes usos matemáticos.
Actitudes	
A.1	Empleo de conocimientos geométricos en situaciones cotidianas.
A.2	Reconocimiento y valoración de la utilidad del teorema de Tales para resolver diferentes situaciones cotidianas
A.3	Curiosidad por investigar formas y relaciones de índole geométrica.
A.4	Sensibilidad y gusto por la presentación clara y ordenada de los trabajos geométricos.
A.5	Curiosidad por nociones históricas y del funcionamiento de las cosas.
A.6	Interpretación de la proporción cordobesa.
A.7	Aprecio de la fotografía en su vertiente artística, su vertiente tecnológica y su vinculación matemática.
A.8	Interés por los sistemas de representación geográficos, en especial aquellos que hacen uso de la fotografía.

Nota: Adaptado de Decreto 111/2016 de 14 de junio

3.5.5. Estándares de aprendizaje

En virtud del Anexo I del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, los estándares de aprendizaje para los contenidos de esta unidad didáctica perteneciente al Bloque 3. Geometría de la materia de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO son:

Tabla 7. Estándares de aprendizaje.

Estándares de Aprendizaje	
1.1	Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.
1.2	Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.
2.1	Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.
2.2	Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.
2.3	Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.
3.1	Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.
4.1	Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.
4.2	Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.
5.1	Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.
5.2	Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.
5.3	Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.
6.1	Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelo, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y su latitud.

Nota: adaptado de RD 1105/2014, de 26 de diciembre

3.5.6. Elementos transversales

En el Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, publicado en el BOJA del 28 de junio de 2016, se establecen los temas transversales a incluir en la enseñanza. De ellas, a las que aplican en la presente unidad didáctica son las siguientes:

Tabla 8. Elementos transversales.

Elementos Transversales
B) El desarrollo de las competencias personales y las habilidades sociales para el ejercicio de la participación, desde el conocimiento de los valores que sustentan la libertad, la justicia, la igualdad, el pluralismo político y la democracia.
C) La educación para la convivencia y el respeto en las relaciones interpersonales, la competencia emocional, el autoconcepto, la imagen corporal y la autoestima como elementos necesarios para el adecuado desarrollo persona, el rechazo y la prevención de situaciones de acoso escolar, discriminación o maltrato, la promoción del bienestar, de la seguridad y de la protección de todos los miembros de la comunidad educativa.
F) El fomento de la tolerancia y el reconocimiento de la diversidad y la convivencia intercultural, el conocimiento de la contribución de las diferentes sociedades, civilizaciones y culturas al desarrollo de la humanidad, el conocimiento de la historia y la cultura del pueblo gitano, la educación para la cultura de paz, el respeto a la libertad de conciencia, la consideración a las víctimas del terrorismo, el conocimiento de los elementos fundamentales de la memoria democrática vinculados principalmente con hechos que forman parte de la historia de Andalucía, y el rechazo y la prevención de la violencia terrorista y de cualquier otra forma de violencia, racismo o xenofobia.
G) El desarrollo de las habilidades básicas para la comunicación interpersonal, la capacidad de escucha activa, la empatía, la racionalidad y el acuerdo a través del diálogo.
H) La utilización crítica y el autocontrol en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación y los medios audiovisuales, a prevención de las situaciones de riesgo derivadas de su utilización inadecuada, su aportación a la enseñanza, al aprendizaje y al trabajo del alumnado, y los procesos de transformación de la información en conocimiento.

Nota: Adaptado de D 111/2016, de 14 de junio

3.5.7. Metodología

Se establece un modelo de enseñanza constructivista, donde el alumno sea el protagonista de su propio aprendizaje, y actuando el profesor como guía y facilitador del desarrollo competencial.

Durante el desarrollo de la presente intervención se realiza la presentación de contenidos principalmente mediante el modelo *flipped classroom*, si bien también hay explicaciones por parte del profesor, las cuales serán siempre cortas, concretas e incidiendo en la ejemplificación.

Con al trabajo de los contenidos en sí, se fomentará el trabajo colaborativo, así como el cooperativo y el grupal, además de algunas actividades individuales con objeto de equilibrar la Unidad Didáctica. Como eje vertebrador se plantea una actividad que responde a la forma de Aprendizaje por Proyectos (ApP), que será el máximo exponente de la metodología colaborativa de la propuesta. Junto a esta actividad principal, se suman otras auxiliares que harán uso de las demás metodologías.

La elección de todas estas metodologías se debe a que se consideran apropiadas para poder presentar a los alumnos una aplicación en la vida diaria de los contenidos que se van a tratar, así como dar una preponderancia al trabajo en equipo, tan importante en el mundo laboral hoy en día. Todo ello procurando siempre que se realice desde un enfoque motivador y atractivo para el alumnado.

3.5.8. Cronograma y secuenciación de actividades

Como se ha hecho referencia en el apartado de metodología, se ha tomado como eje vertebrador una actividad principal basada en Aprendizaje por Proyectos. Para fomentar aún más la motivación e implicación del alumnado, se ha decidido que el proyecto en sí sea la producción de material para presentar en un concurso de fotografía matemática, en el cual participarán grupos de alumnos de las dos clases que cursan la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en 3º de la ESO, y que se abrirá para aquellos alumnos del centro de otras clases que quieran tomar parte. Se ha escogido esta formalización en concurso a la vista de otras experiencias satisfactorias al respecto (Rivadulla et al., 2011).

Para la realización del concurso, los alumnos deberán aplicar los conocimientos que irán adquiriendo durante la unidad didáctica. De esta manera, se les presentará un itinerario a seguir para la producción del material a presentar en el concurso, si bien, será meramente orientativo, ofreciendo al alumnado libertad de organización, en virtud de lo que se ha expuesto en el marco normativo acerca de las características del aprendizaje colaborativo.

La adquisición de estos conocimientos se realizará mediante una serie de actividades secundarias, en las cuales se combinará tanto trabajo en equipo como individual y en las que hará uso de las metodologías descritas anteriormente. Cabe destacar en la secuenciación el bloque que conforman las sesiones enfocadas a transformaciones geométricas, en las que los alumnos no sólo serán protagonistas de su propio aprendizaje, sino que serán el elemento vehicular para el aprendizaje de sus compañeros.

Se detalla seguidamente las características del concurso:

CONCURSO FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA

TÍTULO: ¡Fotografía tu lado más matemático!

Actividad transversal de aprendizaje por proyectos que aúna los conocimientos adquiridos a lo largo de la Unidad Didáctica y sirve como evidencia para evaluación.

DESCRIPCIÓN: Concurso de fotografía matemática, enfocado principalmente a los dos grupos de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO, pero también abierto al resto de alumnos del centro educativo.

Se participará por equipos, de 4 a 5 alumnos, los cuales tendrán que presentar una serie de fotografías matemáticas, además de un texto que acompañe a cada una de ella y sirva de explicación de la conexión entre la obra presentada y las matemáticas. Las fotografías a entregar tendrán que responder a una serie de conceptos adquiridos durante el desarrollo de la Unidad Didáctica. De esta manera se entregarán 6 fotografías, de las cuales 5 responderán a uno de los siguientes contenidos, sin repetirse: Lugares geométricos, Teorema de Tales, Giros, rotaciones y transformaciones geométricas, Simetría, Perpendicularidad y paralelismo en el espacio, Poliedros y cuerpos de revolución. Por otra parte, la sexta fotografía será de temática libre, siempre y cuando se pueda considerar fotografía matemática.

Los alumnos deben, por tanto, llevar a cabo un proyecto que no se basará exclusivamente en realizar fotografías, sino adquirir conocimientos, clasificarlos, seleccionarlos, aplicarlos y, finalmente, producir tanto las fotografías como los textos.

Se establecerá un jurado multidisciplinar formado tanto por profesorado como, si es posible, representantes del A.M.P.A. e incluso alumnos. Este jurado otorgará premios, si se acuerda con la dirección del centro. Además, se abre la posibilidad de colaboración en la actividad a profesores de otras áreas.

Respecto a la evaluación, la actividad servirá como evaluación principal del desempeño del alumnado durante la Unidad Didáctica. De esta manera, en esta actividad, además de la evaluación diagnóstica, habrá una evaluación procesual que se irá materializando a lo largo de las sesiones de trabajo y una evaluación sumativa que corresponderá al producto entregado, a corregir mediante una rúbrica diseñada para el efecto.

CONTENIDOS: C.1, C.2, C.3, C.4, C.5, C.6, C.7, C.8, C.9, C.10, C.11, C.12, C.13, C.14, P.1, P.2, P.3, P.4, P.5, P.6, P.7, P.8, P.9

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC

AGRUPAMIENTO: Grupos de 4 o 5 alumnos.

TEMPORALIZACIÓN: 20 sesiones (5 semanas)

RECURSOS: copias de papel fotográfico, impresión textos, lugar expositivo

EVALUACIÓN: diagnóstica en la presentación del concurso, procesual a lo largo de las sesiones mediante la tabla de observación 2 y sumativa mediante la rúbrica 1.

Por otra parte, las diferentes sesiones que conforman la presente Unidad Didáctica son:

Tabla 9. Cronograma de sesiones.

Semana	Sesión	Título	Temática
1	1	¡Clic! ¡Clic! ¡Un mundo de fotografía... y matemáticas!	Presentación del concurso y del trabajo con la fotografía matemática.
	2	Lo que se ve más allá de la fotografía	Lugares geométricos y fotografías en redes sociales.
	3	Desde una foto carnet hasta un póster gigante	Semejanza y concepto de ampliadora fotográfica.
	4	El selfie de Tales	Teorema de Tales y funcionamiento de una cámara
2	5	De la fotografía a la realidad	Teorema de Pitágoras y restitución fotogramétrica.
	6	Safari fotográfico tokiota	Ángulos, longitudes y áreas de polígonos, círculos y circunferencias mediante trabajo con <i>Genially</i> .
	7	Esta figura me suena haberla visto antes...	Transformaciones geométricas, fotografía matemática, <i>Instagram</i> .
	8	Sesión de trabajo 1	Trabajo para el concurso.
3	9	Homotecias y traslaciones... ¿qué son?	Homotecias, traslaciones y fotografía matemática.
	10	¿Y qué son los giros y las simetrías en el plano?	Giros, simetrías en el plano y fotografía.
	11	...¿y si son en el espacio?	Giros, simetrías en el espacio y fotografía.

Semana	Sesión	Título	Temática
	12	Sesión de trabajo 2	Trabajo para el concurso.
4	13	Foto sin flash, estamos en un monumento	Transformaciones geométricas y arte andalusí.
	14	¿Cómo es tu casa? ¿La fotografiamos?	Elementos del espacio y fotografía de arquitectura.
	15	¿Salgo bien en la foto? Se pregunta la naturaleza	Poliedros y fotografía de naturaleza.
	16	Sesión de trabajo 3	Trabajo para el concurso.
5	17	¡Pues claro, la naturaleza siempre es fotogénica!	Poliedros y fotografía de naturaleza.
	18	La tecnología tras el clic	Cuerpos de revolución y partes de una cámara.
	19	Fotografía a vista de pájaro	Representación del globo terráqueo y ortofotos.
	20	¡Alea iacta est!	Entrega y exposición del concurso.

Nota: elaboración propia

Para este cronograma se han previsto cuatro sesiones de 50 minutos por semana, estipulando que una sea para presentación del proyecto y el trabajo autónomo de los alumnos en éste, pudiendo el profesor emplearla para ir teniendo un conocimiento de cómo se va desarrollando y poder hacer hincapié en los aspectos que detecte que precisan de una mayor profundización. De manera general, esta sesión será la última de la semana, salvo en el caso de la presentación del concurso, que será la primera y dejando así margen suficiente para que el alumnado pueda adquirir conocimiento y empezar a producir de cara a la siguiente sesión dedicada al proyecto.

Por otra parte, las otras tres sesiones se dedican a la presentación de adquisición de conocimientos, programándose una actividad integral por cada sesión.

A continuación, se exponen cinco sesiones, la sesión 4 *El selfie de Tales*, la 6 *Safari fotográfico tokiota*, la 7 *Esta figura me suena haberla visto antes...*, la 18 *La tecnología tras el clic* y la 19 *Fotografía a vista de pájaro*. La exposición de la totalidad de las sesiones se puede encontrar en el Anexo A.

SESIÓN 4 (50 MINUTOS)

TÍTULO: El selfie de Tales

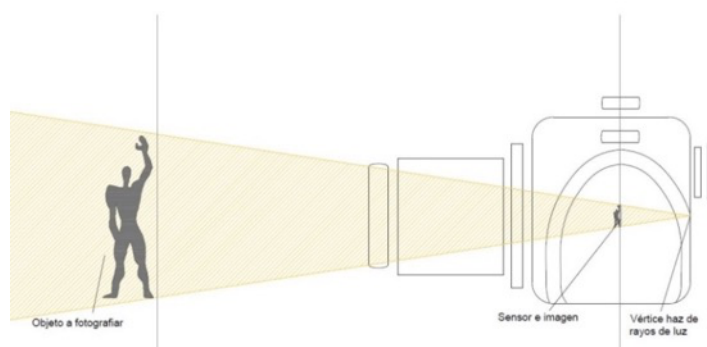
Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Se presenta una actividad que aúna el Teorema de Tales con la fotografía, buscando que los alumnos no lo vean como algo lejano y antiguo, sino con aplicación hoy día. Se aprovecha, a su vez, para dar nociones de historia y cultura general, tanto de Tales de Mileto como de la fotografía y su historia.

Para ello, se hace uso de la metodología *Flipped Classroom*, así como 1-2-4. El desarrollo de la actividad será:

0. Preparación de la actividad. El profesor prepara dos webs con Google Sites en los que colgará la siguiente información:
 - a. Site A: información sobre historia de la fotografía, desde su origen hasta su uso extendido en redes sociales hoy día, y el funcionamiento de una cámara de fotos (de manera simplificada), en especial la entrada de la luz y cómo ésta llega al sensor (ver figura siguiente).
 - b. Site B: información sobre Tales de Mileto y su vida, e información sobre el Teorema de Tales en particular. Se incluye, además, el cómo midió la Gran Pirámide de Keops.

Figura 6. Funcionamiento de una cámara.



Nota: esquema elaboración propia. Silueta Jeanneret-Gris (1945)

1. Puesta en acción de *Flipped Classroom*. Se agrupa en cuatro, y posteriormente se subdivide en parejas, una denominada A y otra B. Se encomienda la tarea de que investiguen por su cuenta en la web que se les ha asignado.
2. Puesta en común de conocimientos por pareja en el aula. Los alumnos de cada pareja intercambian los conocimientos que han adquirido durante su investigación en casa.
Duración: 15 minutos.
3. Unificación de conocimientos por grupo. Una vez las parejas de cada grupo se encuentran, deben poner en común los conocimientos que han adquirido previamente, produciendo un pequeño texto explicativo. Juntos podrán descubrir la aplicación de algo teórico (Teorema de Tales) en una aplicación real (cámara de fotos). En caso de necesidad, el profesor podrá encaminarlos. Duración: 15 minutos.
4. Resolución de problemas. Una vez que cada grupo ha aunado los conocimientos y ha establecido la relación, deberá resolver los siguientes problemas. Duración: 20 minutos.

“Tales mide 1,80m y quiere hacerse un selfie de manera que salga su cuerpo entero ocupando toda la foto, pero no sabe dónde ponerse. El sensor de la cámara mide 1cm de alto y del lado superior de éste al vértice por donde pasa el haz de los rayos hay 2cm. ¿Cuánto tiene que haber entre su cabeza y el vértice del haz de los rayos de luz?”

“Como no hay mucho espacio donde se quiere hacer el selfie, se tiene que acercar de manera que entre su cabeza y el vértice hay solamente 2 metros. ¿Hasta qué altura de su cuerpo aparecerá en la foto?”

Se puede ampliar combinándolo con el teorema de Pitágoras, indicando en este caso las distancias en proyección horizontal.

CONTENIDOS: C.3, C.5, C.12, P.2, A.5, A.7

OBJETIVOS: 4, 7, 11

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Primera parte individual, segunda en parejas, última en grupos de 4.

TEMPORALIZACIÓN: Trabajo previo en casa, una sesión en aula.

RECURSOS: Ordenadores/tablets. Acceso a internet. Cuaderno, papel o procesador de texto. Espacio que posibilite la agrupación. Google Sites creados por profesor.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1, tabla de observación 3 y rúbrica 2.

SESIÓN 6 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Safari fotográfico tokiota

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad para introducir conceptos de ángulos, longitudes y áreas de polígonos, círculos y circunferencias. Se realizará mediante una actividad en equipo y trabajando mediante una Búsqueda del Tesoro mediante la plataforma *Genially*.

1. Se prepara una Búsqueda del Tesoro con *Genially* sobre la obra de Hiroharu Matsumoto, un fotógrafo en cuya obra la geometría cobra especial importancia. En esta Búsqueda del Tesoro las pruebas a superar implican la visualización de fotografías en las que aparecen polígonos, círculos, circunferencias y emplear los conceptos sobre ángulos, longitudes y áreas.
2. Se divide a la clase en grupos de cuatro alumnos, proporcionándole a cada uno un ordenador o tablet y el acceso a la Búsqueda del Tesoro. Cada grupo ha de conseguir superar todas las pruebas hasta el final. Duración: 40 min.
3. Una vez finalizada la Búsqueda del Tesoro, el profesor hará un resumen de los conceptos que se han visto.

CONTENIDOS: C.6, C.12, P.6, P.9, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 8, 14,

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Grupos de cuatro alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, acceso a internet, Búsqueda del Tesoro realizada con *Genially*.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 7 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Esta figura me suena haberla visto antes...

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad para introducir los tipos de transformaciones geométricas que existen, así como el concepto de vector y coordenadas en el plano. Para ello se trabajará con una serie de fotografías que se basen en la seriación y en la que haya transformaciones geométricas isométricas.

1. Se comienza la clase proyectando una serie de fotografías de diferentes motivos, pero coincidiendo en que muestran isometrías de algún motivo. Las fotografías han de ser, preferiblemente, de diferentes temáticas, para que se vea que es algo que se puede encontrar en mosaicos, solerías de baldosas hidráulicas, arquitectura, ventanas, llantas de coches, etc. Se van lanzando preguntas a los alumnos para que vayan describiendo lo que ven y encuentren puntos en común. De esta manera se les infiere el concepto de que un motivo se puede *transformar* geoméricamente. Duración: 10 minutos.
2. Tras ello, se presenta lo que son las transformaciones geométricas, en particular, la isometría. Se les indica que existen las traslaciones, los giros o rotaciones y las simetrías. Duración: 10 minutos.
3. Posteriormente se abre en la proyección un perfil de la red social *Instagram*, viendo el *timeline* ordenado en forma de cuadrícula. Se les pide que indiquen qué fotografía les gusta más o les llama más la atención. A medida que vayan diciendo fotografías, se intenta que vayan localizándolas en función a su posición, para que así se empiece a trabajar el concepto de coordenadas. Una vez se ha llegado a ello, se explican las coordenadas en el plano. Duración: 10 minutos.
4. Se abre otro perfil de *Instagram*, pero preparado para que el *timeline* forme un fondo uniforme en el que destacan elementos, principalmente logotipos de redes sociales y marcas que les interesen. Se vuelve a trabajar como en la acción anterior, salvo que conduciendo hacia el concepto de vector. Al quedarse corta la pantalla de *Instagram* ya que en el eje X sólo cuenta con 3 fotografías, se abre un fotomontaje con un eje X

con muchas más fotografías. De esta manera se explica que los ejes son infinitos.

Duración: 15 minutos.

5. Finalmente, se divide a la clase en ocho grupos, asignándosele a cada uno una tarea para investigar y presentar en el aula en las siguientes sesiones. Los temas son: semejanzas y homotecias, traslaciones, giros en el plano, simetría central en el plano, giros en el espacio, simetría central en el espacio, simetrías axiales, simetría especular en el espacio. Duración: 5 minutos

CONTENIDOS: C.5, C.7, C.12, P.1, P.7, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 4, 7, 10, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Gran grupo y posteriormente ocho grupos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, serie de fotografías preparadas, perfiles de *Instagram*

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 2

SESIÓN 18 (50 MINUTOS)

TÍTULO: La tecnología tras el clic

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad en la que se trabajan los cuerpos de revolución y sus áreas, utilizando para ello el material fotográfico. Para ello el profesor irá a clase con diferentes objetivos de cámara fotográfica (siendo alguno de ellos un gran angular u ojo de pez), parasoles de objetivo y así como una presentación para proyectar con esquemas de la construcción de éstos.

1. Se enseña a los alumnos los objetivos, así como la presentación. En esta se hace hincapié en el conjunto formado por los anillos de enfoque y zoom, que tienen forma de cilindro, así como en la lente, que es parte de una esfera y, en un esquema, se vuelve al triángulo de la actividad *El selfie de Tales*, revolucionándolo y convirtiéndolo en el cono del ángulo de visión, el cual varía según cada objetivo. De esta manera, se

les explica cómo se forman los cuerpos de revolución. Finalmente, se les muestra como si se utiliza un parasol inadecuado, la imagen queda cortada en la fotografía y, por tanto, el ángulo de visión es un tronco de cono en vez de un cono completo.

2. Una vez presentados los cuerpos de revolución, se les presenta las expresiones de las áreas laterales y totales tanto del cilindro como de la esfera y el cono.
3. Se les encomienda a resolver problemas de necesidad de material para fabricar un objetivo - calculando áreas de cilindro y esfera - y, por otro lado, el área que abarca el cono del ángulo de visión en un motivo fotográfico.

CONTENIDOS: C.8, C.10, P.9, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 3, 12, 13

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD

AGRUPAMIENTO: gran grupo y trabajo individual

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, material fotográfico, presentación

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 19 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Fotografía a vista de pájaro

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad en la que se presentará los sistemas de coordenadas terráqueas (en especial UTM) haciendo uso de ortofotos de lugares con interés geométrico como Manhattan, Brasilia, las Líneas de Nazca o el Delta del Ganges, mediante la herramienta *Google Earth*. Se muestra, además, el *Vuelo Americano*, a través de la web de visualización de cartografía de la Junta de Andalucía. De esta forma, los alumnos conocen otro tipo de fotografía que puede dar lugar a composiciones matemáticas interesantes.

1. Se agrupan a los estudiantes en parejas o grupos de tres, asignando a cada grupo un ordenador o tablet con *Google Earth*. Se les pide que vayan ingresando en el campo

de búsqueda una serie de coordenadas que se les irá proporcionando. Cada búsqueda irá llevando a los alumnos a diferentes sitios del planeta cuya vista aérea sea particularmente singular, tales como las Líneas de Nazca, el del Delta del Ganges, Brasilia, Manhattan, etc. A medida que se les va dando coordenadas, se les pide que analicen los números que introducen, para que relacionen que una coordenada se mueve según un eje Norte – Sur y otra según un eje Este – Oeste.

2. Tras la búsqueda de los diferentes lugares, se les pide que hagan alejen la vista del programa para que se pueda ver el globo terráqueo al completo. Con esa visualización, se les explican el concepto de longitud, latitud, meridianos, paralelos y husos horarios.
3. Se les explica que con lo que han trabajado son ortofotos, otro tipo de fotografía que si bien, a priori no pueden realizarlas por ellos mismos, con un dron pueden tener resultados. Se les muestra que los lugares que han visitado muestran patrones y motivos propios de la fotografía matemática, señalando que cualquier ámbito es propenso a ser objeto de fotografía matemática. Finalmente, se les introduce la noción del *Vuelo Americano*, accediendo a la web y enseñando las primeras ortofotos que se realizaron en Andalucía.

CONTENIDOS: C.11, C.12, P.8, P.9, A.1, A.5, A.7, A.8

OBJETIVOS: 3, 13, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA

AGRUPAMIENTO: parejas o grupos de 3

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, acceso a Google Earth, acceso a la web del Vuelo Americano de la Junta de Andalucía.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

3.5.9. Recursos

Para el correcto desarrollo de la unidad didáctica se precisan los siguientes recursos:

Tabla 10. Recursos necesarios para la Unidad Didáctica.

Tipo	Recurso	Sesiones
Material	Ordenador / Tablet por alumno o grupo en clase	1, 2, 5, 6, 13, 15
	Ordenador / Tablet por alumno en casa	4, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17
	PDI o proyector para visualización	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 16, 18, 19, 20
	Conexión a internet	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17
	Copias de fotografías en diferentes formatos	3, 20
	Fotografías para trabaja Teorema de Pitágoras	5
	Fotografías (formato digital o papel) con la proporción cordobesa	13
	Fotografías poliedros en naturaleza	15, 17
	Cartón pluma para textos explicativos	20
	Cuaderno, papel o procesador de texto	4
	Material fotográfico (objetivos, parasoles, etc.)	18
Espacial	Aula que posibilite agrupación	3, 4, 5, 8, 12, 13, 15, 17, 16, 18
	Zona expositiva	20
Digital	Acceso a <i>Linoit</i> http://en.linoit.com	1
	Acceso a <i>Google Classroom</i> http://classroom.google.com	1, 2, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17
	Acceso a <i>Google Earth</i>	19
	Acceso a la web de la Junta de Andalucía del <i>Vuelo Americano</i> . http://www.juntadeandalucia.es/medioambiente/site/rediam/menuitem.04dc44281e5d53cf8ca78ca731525ea0/?vgnnextoid=82b012ba0e888110VgnVCM1000000624e50aRCRD&vgnnextchannel=48f87d087270f210VgnVCM1000001325e50aRCRD&vgnnextfmt=rediam&lr=lang_es#apartado601112ba0e888110VgnVCM1000000624e50a____	19
	Documento con definiciones de lugares geométricos, cónicas y polígonos	2

Tipo	Recurso	Sesiones
	Preparación de dos Google Sites	4
	Vídeo restitución fotogramétrica. https://www.youtube.com/watch?v=KGFktTaFjVw	5
	Búsqueda del Tesoro con <i>Genially</i>	6
	Presentación con fotografías con isometrías	7
	Proyección para ampliar conocimientos transformaciones geométricas	9, 10, 11
	Fotografías preparadas para actividades de transformaciones geométricas	9, 10, 11
	Presentación elementos del espacio con fotografías seleccionadas por alumnos	14
	Presentación cuerpos de revolución y material fotográfico	18
	Acceso a <i>Instagram</i>	2, 7, 14
	Perfil preparado en <i>Instagram</i>	2

Nota: Elaboración propia

Para el trabajo a través de una plataforma digital educativa se ha escogido *Google Classroom*, al ser una plataforma de acceso gratuito, que se integra con el resto de la suite de Google (siendo clave para el desarrollo de la Unidad Didáctica la integración con el espacio de almacenamiento de Google Drive) y que está implantada en multitud de centros educativos a través de *Google Workspace for Education*.

Para la detección de ideas previas se ha buscado un recurso de mural digital colaborativo. Entre las diferentes opciones, se ha escogido Linoit, en función a su accesibilidad, gratuidad, versatilidad y facilidad de uso (De la Cruz y García, 2018).

Para el desarrollo de varias sesiones se ha decidido hacer uso de herramientas como *Instagram*, *Genially*, *Google Earth*, *Youtube* y proyecciones varias, con las cuales se busca captar mejor la atención de los alumnos y alumnas, así como aumentar su motivación y, por ende, su aprendizaje significativo (Fuertes, Ferrís y Grimaldo, 2018; García y Doménech, 1997).

3.5.10. Atención a la diversidad

La utilidad del aprendizaje colaborativo, cooperativo y grupal como medidas de atención a la diversidad está hoy día generalmente aceptada (Baz, 2006; Peirats y López, 2013; Coll, Mauri y Onrubia, 2006), es por ello por lo que en la presente intervención se toma ventaja del uso de estas metodologías para hacer frente a la atención a la diversidad.

Así, ante casos de diferentes ritmos de aprendizaje, se procurará que los grupos de trabajo estén equilibrados, y dentro de cada uno haya alumnos y alumnas con diferente nivel de aprendizaje, nivel madurativo, etc., con objeto de que entre ellos se produzca una interrelación que genere beneficios para todo el grupo. Respecto a aquellas actividades individuales, se ajustarán para aquellos casos particulares que lo necesiten.

Ante el caso de alumnos y alumnas que presenten discapacidad visual, auditiva, trastornos de la comunicación, etc. se realizarán aquellas modificaciones pertinentes para posibilitar su correcta integración.

3.5.11. Evaluación

La evaluación a llevar a cabo implicará tanto heteroevaluación como coevaluación y autoevaluación, ponderados en diferentes niveles, según la tabla adjunta en el presente apartado.

La heteroevaluación, por su parte, comprenderá una primera evaluación inicial o diagnóstica de detección de ideas previas, una evaluación procesual o continua y una evaluación final o sumativa.

La primera sección, la correspondiente a la diagnóstica y sin repercusión, tendrá lugar principalmente en la primera sesión, si bien a través de la observación del docente se irán detectando más conocimientos previos que tenga el alumnado y que pudiera no haberse identificado al comienzo de la intervención. La evaluación procesual se llevará a cabo a lo largo de la intervención, empleando procesos de observación y de recogida de producciones de los alumnos, correspondiendo a un 40% de la evaluación. Finalmente, la evaluación final o sumativa se basará en la producción del concurso de fotografía en grupos, en la que tendrán que aplicar los conceptos adquiridos en el bloque, comportando un 60%.

Además de la heteroevaluación, se tendrá en cuenta tanto la coevaluación por parte del grupo de iguales, así como la autoevaluación del alumnado en sí. Esta se producirá tanto en el proyecto presentado a concurso como en las diferentes actividades que se suceden a lo largo de la Unidad Didáctica.

Se ha intentado prescindir de un instrumento de evaluación tradicional mediante producción de una prueba escrita, ya que este tipo de instrumentos en la enseñanza de la geometría suele enfocarse en un aprendizaje memorístico y poco significativo, por ello se ha preferido enfocarlo en la realización de un proyecto que se materialice en una actividad que resulte motivadora para el alumnado.

En la tabla 11 se presenta una relación de los diferentes instrumentos de evaluación a emplear durante el transcurso de la Unidad Didáctica, mientras que en la tabla 12 puede verse una tabla de observación y en la tabla 13 se expone la rúbrica a emplear para el concurso. La totalidad de los materiales se pueden encontrar en el Anexo B.

Tabla 11. *Relación de instrumentos de evaluación.*

Instrumento	Descripción	Sesión
Tabla de observación 1	Instrumento para evaluar el trabajo en clase	2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 18, 19
Tabla de observación 2	Instrumento para evaluar el trabajo en sesiones de trabajo del concurso	8, 12, 16
Tabla de observación 3	Instrumento para evaluar la participación en la actividad <i>El selfie de Tales</i>	4
Rúbrica 1	Instrumento para evaluar el proyecto presentado en el concurso	20
Rúbrica 2	Instrumento para evaluar la evidencia en la actividad <i>El selfie de Tales</i>	4
Rúbrica 3	Instrumento para evaluar las evidencias de las exposiciones de isometrías	9, 10, 11, 12
Rúbrica 4	Instrumento para evaluar la evidencia del trabajo sobre mosaicos	13
Rúbrica 5	Instrumento para evaluar la evidencia de los elementos en el espacio	14
Rúbrica 6	Instrumento para evaluar la evidencia de la exposición sobre poliedros	17

Nota: elaboración propia

Tabla 12. *Tabla de observación 1.*

Tabla de observación para evaluar el trabajo en clase	
Indicadores de actitud en clase	1 - 5
Está atento a las explicaciones del profesor/a	
Participa de forma activa en la clase	
Muestra interés por realizar las actividades planteadas en clase	
Trabaja de forma individual en el aula	
Ayuda a sus compañeros cuando realiza trabajo grupal	
Acepta las correcciones del profesor e intenta mejorar	
Aporta ideas para la resolución de problemas	
Utiliza las herramientas TIC con soltura	
Indicadores de actitud en realización de ejercicios y problemas	1 - 5
Hace los ejercicios y tareas que se le pide	
Muestra interés por realizar las actividades planteadas	
Acepta las correcciones del profesor e intenta mejorar	
Saca provecho y aprendizaje de las correcciones	
Aporta ideas para la resolución de problemas	
Utiliza estrategias adecuadas para la resolución de problemas	

Nota: Tabla de observación 1 para evaluar el trabajo en clase. Elaboración propia.

Tabla 13. *Rúbrica 1.*

Rúbrica para evaluar el proyecto presentado en el concurso				
Indicadores	Sobresaliente (100%)	Notable (75%)	Aprobado (50%)	Insuficiente (25%)
Selección del contenido incluido en el proyecto (1,5 puntos)	El contenido cumple con creces con los requisitos exigidos en las bases, conteniendo 5 o más de los contenidos pedidos, sin repetir y la sexta fotografía es, inequívocamente, fotografía matemática.	El contenido cumple con los requisitos exigidos en las bases, conteniendo 5 de los contenidos pedidos, y la sexta fotografía puede considerarse fotografía matemática.	El contenido más o menos cumple con los requisitos exigidos en las bases, conteniendo la mayoría de las fotografías contenido de los pedidos.	El contenido no cumple con los requisitos exigidos, repite conceptos sin mostrar 5 diferentes y/o la sexta fotografía no se puede considerar matemática.
Adecuación del contenido escogido al temario (1,5 puntos)	El contenido se adecúa perfectamente al temario y se evidencia una correcta adquisición de contenidos	El contenido tiene una buena adecuación al temario, evidenciándose asimismo una buena adquisición de contenidos	Existe una adecuación no del todo completa del contenido al temario y la adquisición de contenidos no parece ser completa	No existe ni una buena adecuación de contenidos del temario ni adquisición de estos

Rúbrica para evaluar el proyecto presentado en el concurso				
Indicadores	Sobresaliente (100%)	Notable (75%)	Aprobado (50%)	Insuficiente (25%)
Originalidad e innovación en la temática y fotografías presentadas (1 punto)	Las fotografías son genuinamente originales e innovadoras tanto en temática y en su concepción	Las fotografías presentan un buen nivel de originalidad e innovación tanto en temática como en concepción	Las fotografías repiten algún esquema o tópico, pero en general se aprecia una labor en pos de buscar originalidad e innovación	Las fotografías no presentan originalidad e innovación, repiten temáticas y/o tópicos
Relación entre el texto y el contenido fotográfico (1,5 puntos)	Existe una clara conexión entre el texto presentado y las fotografías, siendo, además, expuesto de manera concisa y cuidadosa	Existe una conexión entre el texto y presentado y las fotografías, si bien hay alguna incoherencia o añadido que no se termina de entender	La conexión y relación entre el texto y las fotografías es aceptable, si bien o el texto está incompleto o añade bastantes conceptos que no se pueden relacionar con el material visual	No hay una relación y conexión entre texto y fotografías o, si la hay, es excesivamente pobre
Precisión, cohesión y exactitud del contenido del texto (1,5 puntos)	El texto está perfectamente cohesionado, es preciso y exacto en su contenido	Existe una buena cohesión, precisión y exactitud, si bien hay cosas no relacionadas o no del todo precisas	Se cohesionan conceptos, pero no del todo o existe cierta falta de precisión y cohesión.	No se aúnan conceptos
Redacción y claridad del texto (1 punto)	Texto claro, legible, bien redactado, buena expresión y sin faltas de ortografía	Texto redactado adecuadamente. Dos faltas de ortografía como máximo.	Se entiende de manera general el texto, pero no precisa. Tres faltas de ortografía como máximo.	El texto carece de una buena redacción, legibilidad y claridad. Cuatro o más faltas de ortografías.
Calidad fotográfica y compositiva (1 punto)	Las fotografías presentan un alto nivel de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado	Las fotografías presentan un buen nivel de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado	Las fotografías presentan un nivel aceptable de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado	Las fotografías presentan un nivel insuficiente de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado
Trabajo en equipo (1 punto)	Ha habido comunicación fluida y todos los miembros han participado por igual.	Ha habido buena comunicación, pero no ha habido una implicación equitativa por parte de un miembro.	La comunicación ha sido suficiente, pero uno de los miembros no ha participado.	No ha habido comunicación, dos o más miembros no han llegado a participar.

Nota: Rúbrica para evaluar el proyecto presentado en el concurso. Elaboración propia.

3.6. Evaluación de la propuesta

Para la evaluación de la propuesta se recabará información mediante una encuesta semiestructurada a cumplimentar tanto por el personal docente como el alumnado y la familia. Estas tres encuestas pueden encontrarse en el Anexo F.

Además, se presenta una matriz DAFO en la que se exponen posibles debilidades, amenazas, fortalezas y oportunidades de la propuesta.

Tabla 14. *Matriz DAFO de evaluación de la propuesta.*

Debilidades	Amenazas
<ul style="list-style-type: none"> - Necesidad del profesorado de tener conocimientos de fotografía - Carencia formación TIC del profesorado - Mayor esfuerzo por parte del profesorado - Distracción alumnado por el uso de redes sociales y otras tecnologías 	<ul style="list-style-type: none"> - Carencia de recursos TIC en el centro - Brecha digital para que los alumnos sigan la Unidad desde su casa - Posibilidad de que los grupos no funcionen bien
Fortalezas	Oportunidades
<ul style="list-style-type: none"> - Motivación alumnado por uso TIC - Motivación alumnado por uso redes sociales y por temática - Mejora de la cohesión en el grupo - Transversalidad con otras asignaturas 	<ul style="list-style-type: none"> - Posibilidad de involucrar a más cursos del centro - Publicación de los resultados del concurso en un ámbito incluso fuera del centro educativo - Cambio en la cultura de centro

Nota: elaboración propia.

4. Conclusiones

Tras el desarrollo de la Unidad Didáctica que conforma la Propuesta de Intervención objeto del presente trabajo, se ha detectado que el esfuerzo, así como la cantidad de recursos materiales, espaciales y temporales necesarios pueden tornarse algo elevados. Sin embargo, esto no es necesariamente algo negativo o que vaya en detrimento de la propuesta, siempre y cuando resulte en una patente mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje del alumnado.

Desde un punto de vista teórico, se hace uso tanto de metodologías que propician un aprendizaje activo, y, consecuentemente, un aprendizaje significativo del alumno, como de una serie de elementos que aumentan la motivación del alumnado, con lo que, dentro del modelo de ensayo, esa mejora del proceso enseñanza-aprendizaje debería ser efectiva y tomar lugar.

En otro orden, se es consciente de que el mundo de las redes sociales, en las cuales se apoya fuertemente la propuesta, es cambiante y muta con elevada celeridad, y si bien hoy Instagram tiene una presencia dominante, en un lapso de tiempo relativamente corto, otra nueva red podría ocupar su lugar. Sin embargo, la Unidad Didáctica emplea como otro pilar un elemento más inamovible en el imaginario juvenil, y que es la fotografía. Por ello, el actualizar la propuesta a los nuevos cánones de redes sociales no supondrá un mayor esfuerzo, consiguiendo así una intervención que puede mutar y adaptarse a los discentes, reforzando de esta forma su carácter motivador.

Además de ello, la dependencia del empleo de redes sociales, así como de dispositivos como móviles hace necesario el cerciorarse de que la edad mínima para su empleo en los términos y condiciones no se modifica hacia mayor edad, además de que se torna vital, en aras de preservar la protección de datos y de los menores, el consentimiento de los padres, madres y tutores legales, además de la creación de cuentas en las redes sociales desde un correo proporcionado por el propio centro educativo. Con el mismo objetivo, se recomienda que los dispositivos utilizados para ello sean proporcionados por el instituto en sí.

5. Limitaciones y prospectiva

Al ser actualmente una propuesta teórica, no puesta en práctica, la intervención encuentra su primer y mayor límite en el desconocimiento de cómo funcionaría en un entorno real. Si bien, siguiendo tanto el marco teórico, así como toda la investigación llevada a cabo para el desarrollo de la presente Unidad Didáctica, la perspectiva es que debe ser implantada con éxito, esto no se podrá confirmar hasta que haya sido llevada a cabo en varios grupos para así tener una muestra de estudio lo suficientemente grande como para extraer datos fidedignos.

Por otra parte, lo específico de la propuesta – se necesita profesorado con experiencia en el uso de TIC además de un buen conocimiento de las redes sociales y de la fotografía – dificulta el que se pueda llevar a cabo, puesto que esta necesidad de un recurso humano tan singular se suma a la necesidad de recursos materiales particulares.

Por otro lado, puede existir la disconformidad y falta de pertinente autorización por parte de padres, madres o tutores legales. Junto a ello, la edad mínima establecida actualmente para acceder a Instagram ¹(14 años) puede suponer un problema en el caso de alumnos que hayan saltado curso o si se quiere extrapolar la unidad a un curso inferior.

Además, se necesita también la implicación del centro docente en su mayor parte, para poder así celebrar el concurso de fotografía matemática que supone el eje vertebrador de la propuesta, lo cual también puede suponer un límite a tener en cuenta.

En cuanto a la prospectiva de la propuesta, tanto el empleo de las diferentes metodologías para el Aprendizaje Activo, así como de temáticas y materiales del agrado de los estudiantes suponen un buen punto de partida para el inicio y la continuación tanto del desarrollo como la investigación de la presente propuesta de intervención. Si bien antes se ha expuesto la limitación por la necesidad de llevar a cabo la propuesta en varios grupos, esto también puede verse como una oportunidad para la línea de investigación futura, ya que en cada despliegue de la Unidad Didáctica se pueden mejorar y pulir aspectos, los cuales serán señalados en las distintas hojas de evaluación a realizar tanto al alumnado como a la familia y al mismo docente, pudiendo esta línea de investigación derivar en un posible artículo de investigación.

¹ Según las Condiciones de uso del servicio de Instagram a fecha de 20 de diciembre de 2020

Referencias bibliográficas

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado, de 10 de diciembre de 2013, núm. 295.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del estado, de 4 de mayo de 2006, núm. 4.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, de 3 de enero de 2015, núm. 3.

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Boletín Oficial del Estado, de 29 de enero de 2015, núm. 25.

Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, de 28 de julio de 2016, núm. 144

Condiciones de uso del servicio Instagram, de 20 de diciembre de 2020. Recuperado el 10 de abril <https://www.facebook.com/help/instagram/478745558852511>

Adell, J., Sales, A. (1999). El profesor online: Elementos para la definición de un nuevo rol docente. En EDUTEC 99. IV Congreso de Nuevas Tecnologías de la Información y de la Comunicación para la educación. Nuevas tecnologías en la formación flexible y a distancia. Sevilla, España: Universidad de Sevilla. Secretariado de Recursos Audiovisuales y Nuevas Tecnologías. Recuperado el 10 de febrero de 2021. <https://idus.us.es/handle/11441/62465>

Astorga-Aguilar, C. y Schmidt-Fonseca, I. (2019). Peligros de las redes sociales: Cómo educar a nuestros hijos e hijas en ciberseguridad. Revista electrónica Educare, 23 (3), 339-362. Recuperado el 12 de abril de 2021. DOI: <https://dx.doi.org/10.15359/ree.23-3.17>

- Albornoz, J., Maldonado, J., Vidal, C., Madarlagá (2020). Impacto y recomendaciones de clase invertida en el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría. *Formación universitaria*, 13(3), 3-10. Recuperado el 27 de marzo de 2021. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062020000300003>
- Battiston, G. (2017). Zigmun Bauman. Modernidad y globalización. Villa María: Eduvim
- Barrantes, M., Balletbo, I., Fernández, M. A. (2015). Las imágenes en la enseñanza-aprendizaje de la geometría. *Unihumanitas: Académica y de Investigación*, 3, 8-17. Recuperado el 4 de febrero de 2021. https://www.researchgate.net/publication/301889215_Las_imagenes_en_la_Ensenanza-aprendizaje_de_la_Geometria
- Barroso, M., Martel J. (2008), Caracterización geométrica del desarrollo de la triada piagetiana. *Educación Matemática*, 20 (1), 89-102. México D.F.: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática. Recuperado el 8 de febrero de 2021. https://www.researchgate.net/publication/262500513_Caracterizacion_geometrica_del_desarrollo_de_la_triada_piagetiana
- Bauman, Z. (1999). Modernidad Líquida. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica
- Bauman, Z. (2008). Los retos de la educación en la modernidad líquida. Barcelona: Gedisa
- Baz, C. (2006). El aprendizaje colaborativo: una estrategia para la atención a la diversidad en el aula. *Andalucía Educativa*, 57, 27-30. Junta de Andalucía. Recuperado el 10 de abril de 2021. <https://redined.mecd.gob.es/xmlui/handle/11162/177>
- Baztan, P. (2020). Didáctica General y Didáctica de las Matemáticas. Logroño: Universidad Internacional de la Rioja
- Barkley E.F., Cross K.P. y Howell C. (2012), Técnicas de Aprendizaje Colaborativo. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Ediciones Morata, S.L. Recuperado el 10 de febrero de 2021. <https://bv.unir.net:2365/lib/univunirsp/detail.action?docID=3218051>
- Bonet, M. (2017). Las matemáticas de mi abuela sin ir al colegio [Fotografía]. Blog del Concurso de Fotografía Mates y Fotos de Colegios de Fomento Aitana y Altozano. Recuperado el 20

de febrero de 2021. <http://matesyfotosaitana.blogspot.com/2017/06/fotografia-n-41-las-matematicas-de-mi.html>

Barba, M. N., Cuenca, M. y Rosa, A. (2007). Piaget y L. S. Vigotsky en el análisis de la relación entre educación y desarrollo. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43 (1), 1-2. Recuperado el 12 de abril de 2021. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/1616Tellez.pdf>

Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana de Educación*, 60, 41-60. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado el 15 de febrero. <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n60/n60a3.pdf>

Camilloni, A. (2007). *El saber didáctico*. Paidós.

Coll, C., Mauri, T., Onrubia, J. (2006). Análisis y resolución de casos-problemas mediante el aprendizaje colaborativo. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 3 (2), 29-41. Universitat Oberta de Catalunya. Recuperado el 10 de abril de 2021. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=78030210>

Collazos, C. A., Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar el "aprendizaje colaborativo" en el aula. *Educación y Educadores*, 9(2),61-76. Recuperado el 8 de febrero de 2021. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=834/83490204>

Condés, O. (2020). Qué es la fotografía matemática. *Xataka Foto*. Recuperado el 6 de febrero de 2021. <https://www.xatakafoto.com/trucos-y-consejos/que-fotografia-matematica-ejemplos-consejos-para-perfeccionarla>

Crook, Ch. (1998). *Ordenadores y aprendizaje colaborativo*. Madrid: Ministerio de Educación y Cultura y Ediciones Morata

Czerwinski, P. (2018). One of the gloomiest and most depressing buildings located by the river Oder in Wroclaw [Fotografía]. *Unsplash*. Recuperado el 20 de febrero de 2021. <https://unsplash.com/photos/X8RkmxF1XEY>

De la Cruz, A., García, A. (2018). Los murales digitales para un aprendizaje cooperativo de la Historia: una herramienta innovadora. *ENSAYOS, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 33, 1. Recuperado el 10 de marzo de 2021. DOI <https://doi.org/10.18239/ensayos.v33i1.1745>

- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana & V.Villani (Eds.), *Perspective on the Teaching of the Geometry for the 21st Century*, 37-51. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9 (1), 143-168. Madrid: Real Sociedad Matemática Española. Recuperado el 2 de febrero de 2021. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1984436&orden=410594&info=link>
- Farias, D., Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación universitaria*, 3(6), 33-40. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062010000600005>
- Fuertes, A., Ferrís, R., Grimaldo, F. (2018). ¿Un cambio de metodología que aumente la satisfacción y motivación del estudiante favorece su aprendizaje? *Actas de las Jenui*, 3, 335-342. Universitat de València. Recuperado el 15 de abril de 2021. <https://www.uv.es/grimo/publications/jenui2018.pdf>
- Gamboa, R., Ballester, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14 (2), 125-142. Recuperado el 26 de marzo de 2021. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5414933>
- García, F., Doménech, F. (1997). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *Revista Electrónica de Motivación y Emoción*. 1 (0), ISSN 1138-493X. Recuperado el 17 de abril de 2021. <http://hdl.handle.net/10234/158952>
- García-Varcárcel, A., Hernández Martín, A., Recamán Payo, A. (2012). La metodología del aprendizaje colaborativo a través de las TIC: una aproximación a las opiniones de profesores y alumnos. *Revista Complutense de Educación*. 23 (1), 161-188. Recuperado el 7 de febrero de 2021. DOI https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2012.v23.n1.39108
- Hervé-Bazin, G. (2019). Close up photography of white daisy flower [Fotografía]. Unsplash. Recuperado el 20 de febrero de 2021. <https://unsplash.com/photos/OtRM52DkYRM>
- Iborra Cuéllar, A. e Izquierdo Alonso, M. (2010). ¿Cómo afrontar la evaluación del aprendizaje colaborativo? Una propuesta valorando el proceso, el contenido y el producto de la actividad grupal. *Revista general de información y Documentación Universidad*

- Complutense, 20, 221-241. Recuperado el 7 de febrero de 2021. <http://revistas.ucm.es/index.php/RGID/article/view/RGID1010110221A/9030>
- Instituto de Enseñanza Secundaria J. I. Luca de Tena (2020). Datos del centro. Recuperado el 28 de febrero de 2021. <http://www.ieslucadetena.es/Inicio>
- Instituto Nacional de Estadística (2020). Datos demográficos de Sevilla. Recuperado el 20 de enero. <https://www.ine.es/jaxiT3/Datos.htm?t=2895#!tabs-tabla>
- Jeanneret-Gris, C. (1945). El Modulor. Ediciones Apóstrofe. Barcelona.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula Paidós.
- Kagan, S. (1994), Cooperative Learning. San Clemente.
- Lantarón, S. y López, M. (2012) Historia de Matemáticas. Una Visión Matemática: Matemáticas en Imágenes. Revista de Investigación GIE Pensamiento Matemático, 2 (2), 115-126. Recuperado el 10 de febrero de 2021. <https://docplayer.es/15648596-Historias-de-matematicas-una-vision-matematica-matematicas-en-imagenes.html>
- Lara, S. (2001) Una estrategia eficaz para fomentar la cooperación. Estudios sobre Educación, 1, 99-110. Recuperado el 10 de febrero de 2021. <https://dadun.unav.edu/bitstream/10171/7948/1/Notas4.pdf>
- Levine, A. (2016). The Art of Math or the Math of Art [Fotografía]. Flickr. Recuperado el 20 de febrero de 2021. <https://www.flickr.com/photos/cogdog/24641658829/>
- Lobato, F. (1998). El trabajo en grupo. Aprendizaje cooperativo en secundaria. Servicio Editorial Universidad del País Vasco.
- Mayberry, J. (1983). The Van Hiele Levels of Geometric Thought in Undergraduate Preservice Teachers. Journal for Research in Mathematics Education, 14(1), 58-69. Recuperado el 6 de febrero de 2021. DOI:10.2307/748797
- Miguez, M. A. (2004) El rechazo hacia las matemáticas. Una primera aproximación. En Díaz, Leonora (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 292-298. México D.F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

- Montilla, V., Gómez, J., Falcón, E. (2012). Educando la mirada: la fotografía como herramienta de enseñanza-aprendizaje. Educaweb. <https://www.educaweb.com/noticia/2012/01/30/educando-mirada-fotografia-como-herramienta-ensenanza-aprendizaje-5222/>
- Morales, P., Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 13, 145-157. Pontificia Universidad Católica de Perú. Recuperado el 15 de abril de 2021. <http://148.202.167.116:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/574/Aprendizaje%20basado%20en%20problemas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Morris, J. (2016). What is active learning? Cambridge Assessment International Education Blog. Recuperado el 26 de abril de 2021. <https://blog.cambridgeinternational.org/what-is-active-learning/>
- Oliva, C. (2012). Redes sociales y jóvenes: una intimidad cuestionada en internet. *Aposta: Revista de Ciencias Sociales*, 54, 1-16. Recuperado el 14 de abril de 2021. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=495950250003>
- Peirats, J., López, M. (2013). Los grupos interactivos como estrategia didáctica en la atención a la diversidad. *Ensayos, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 28, 197-211. Universidad de Albacete. Recuperado el 10 de abril de 2021. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4911414>
- Panitz, T., Panitz, P. (1998). Encouraging the Use of Collaborative Learning in Higher Education. *En University Teaching*, 161-202. Nueva York: Routledge. DOI 10.4324/9780429459092-7
- Pato, E. (2020). Estadísticas de redes sociales 2020 en España. Concepto 05. Recuperado el 6 de febrero de 2021. <https://www.concepto05.com/2020/03/estadisticas-de-redes-sociales-2020-en-espana>
- Quesada, H., Torregrosa, G. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (2), 275-300. México D.F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado el 5 de febrero de 2021. www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n2/v10n2a5.pdf
- Ramírez, M.S. (2018). Modelos y estrategias de enseñanzas para ambientes innovadores. Monterrey: Editorial Digital Tecnológico de Monterrey

- Rivadulla, F.J., Yáñez, R.T., Arrarte, N., Alonso, P. (2011). El concurso de ideas como método de aprendizaje colaborativo en el marco del nuevo grado de Arquitectura de la Universidad de Alicante. En IX Jornadas de xarxes d'investigació en docència universitària: disseny de bones practiques docents en el context actual. Alicante. Recuperado el 8 de marzo de 2021. <https://web.ua.es/en/ice/jornadas-redes-2011/documentos/proposals/185110.pdf>
- Rizzo, K., Costa, V. (2019). Matemática, GeoGebra y fotografía, combinados para motivar la enseñanza y el aprendizaje. En V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Buenos Aires. Recuperado el 12 de febero de 2021. https://www.researchgate.net/publication/334898519_Matematica_GeoGebra_y_fotografia_combinados_para_motivar_la_ensenanza_y_el_aprendizaje
- Saravia, J. (2015), Aprendizaje significativo y significatividad del aprendizaje. Acta Hereditana, 54. Recuperado el 15 de abril de 2021. DOI: <https://doi.org/10.20453/ah.v54i0.2275>
- Sorando, J.M. (2011) Las Matemáticas en los anuncios. Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 78 (11), 33-46. Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas. Recuperado el 9 de febrero de 2021. www.sinewton.org/numeros/numeros/78/Articulos_02.pdf
- Vargas, G., Gamboa R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Revista Uniciencia, 27 (1), 74-94. Costa Rica: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Costa Rica. Recuperado el 10 de febero de 2021. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4945319>
- Vinagre, L. M. (2010). Teoría y Práctica del Aprendizaje Colaborativo Asistido por Ordenador. Madrid: Editorial Síntesis
- Wadsworth, B. J. (1996). Piaget's Theory of Cognitive and Affective Development: Foundations of constructivism (5th ed.). Longman Publishing. New York.

Anexo A. Sesiones

En el presente Anexo se incluye la descripción en detalle de todas las sesiones que conforman la Unidad Didáctica.

SESIÓN 1 (50 MINUTOS)

TÍTULO: ¡Clic! ¡Clic! ¡Un mundo de fotografía... y matemáticas!

Actividad de motivación inicial, detección de ideas previas y presentación de concurso de fotografía matemática.

DESCRIPCIÓN: Introducción a la geometría y a la fotografía matemática mediante contenido interactivo realizado a través de la creación de un mural colaborativo mediante la herramienta *Linoit* y posterior presentación del ApP / concurso.

La actividad tiene una primera parte de detección de ideas previas, en la que se presentan a los alumnos diferentes imágenes relacionadas con elementos geométricos, tanto del plano como del espacio y con fotografía, haciendo hincapié en ejemplos de fotografía matemáticas. Se incluye también ortofotos usadas en cartografía, planos de construcción de cámaras fotográficas y esquemas del funcionamiento de la fotografía. Entre los ejemplos de fotografía matemática se incluyen figuras de artesanado almohade, con objeto de introducir la arquitectura musulmana en Andalucía y la proporción cordobesa. A medida que se van presentando las imágenes, los alumnos han de ir construyendo un mural colaborativo con la herramienta *Linoit*. En caso de que cueste arrancar o se desvirtúe en exceso el mural, el profesor también intervendrá, para así guiar la actividad, con idea de aterrizar en la fotografía matemática y que dé paso a la segunda parte.

En esta segunda parte se llevará a cabo la presentación del concurso de fotografía matemática, presentando objetivo, bases, estructuras y plan de sesiones. Se les encomienda a formar grupos de 3 o 4 integrantes, dando plazo de dos días para formarlos y enviar la constitución de éstos a través de Google Classroom.

CONTENIDOS: C.12, C.13, C.14,

OBJETIVOS: 3, 9, 14, 15

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: gran grupo

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: Ordenadores/tablets por alumno para trabajar con *Linoit*. PDI o proyector para visualización. Conexión a internet. Acceso a plataforma Google Classroom.

EVALUACIÓN: diagnóstica, no califica.

SESIÓN 2 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Lo que se ve más allá de la fotografía.

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Presentación de conceptos de lugares geométricos, tales como mediatrices, bisectrices, circunferencia y las cónicas elipse, hipérbola y parábola, además de los polígonos y sus elementos a través de la interacción mediante fotografías matemáticas.

0. Se prepara previamente un perfil de la red social *Instagram* en el que se cuelgan fotos matemáticas que incluyan los conceptos de lugares geométricos, cónicas y polígonos nombrados anteriormente. También se ha de preparar un documento en la plataforma *Google Classroom* con definiciones de los conceptos.
1. Se divide a la clase en grupos de 3 o 4 alumnos, y cada grupo debe tener acceso a un ordenador o tablet. Se les da acceso al perfil de *Instagram* y se les insta que vean. En cada foto podrán ver uno de los conceptos y su título. Duración: 15 minutos.
2. Una vez han visto el perfil de *Instagram* se les pide que abran el documento subido a la plataforma y que relacionen cada título de las fotografías con las definiciones que aparecen en el documento. Duración: 15 minutos.
3. Tras terminar de relacionar cada concepto, el profesor irá ampliando los conceptos utilizando cada fotografía del perfil de *Instagram*. Duración: 20 minutos.

CONTENIDOS: C.1, C.2, C.12, P.1, P.9, A.1, A.7

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: grupos de 3 o 4 alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: Ordenador/ tablet por grupo, PDI o proyector, acceso a internet, perfil de *Instagram*, acceso a la plataforma *Google Classroom*, documento con definiciones.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 3 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Desde una foto carnet hasta un póster gigante.

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Explicación del concepto de semejanza, aprovechando para dar nociones sobre el concepto de ampliación en fotografía.

Se forman grupos de 4 o 5 alumnos. Se lleva a clase una fotografía en diferentes formatos por cada grupo; la mayoría de los formatos guardarán la misma proporción y otros no. Se les da para que puedan verlas y que deduzcan que hay algunas fotografías que mantienen toda la información, pese al cambio del tamaño, y otras no, ya que no guardan información – y por tanto tienen partes cortadas. Se les pide que seleccionen las que sí mantienen toda la información. Duración: 20 minutos.

Una vez que los alumnos han apartado las copias de la fotografía que no proceden, se les presenta el concepto de semejanza, además de presentar lo que es una ampliadora de fotografía y su funcionamiento. Duración: 15 minutos.

Se indica que dos polígonos son semejantes si sus lados son proporcionales y sus ángulos iguales. Posteriormente, se explica la semejanza de triángulos apoyado por presentación en pantalla. Duración: 15 minutos.

CONTENIDOS: C.3, C.5, C.12, P.2, P.9, A.1, A.5, A.7

OBJETIVOS: 3, 4, 7, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: grupos de 4 o 5 alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: Copias de fotografías en diferentes formatos, PDI o proyector, espacio para agruparse.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 4 (50 MINUTOS)

TÍTULO: El *selfie* de Tales

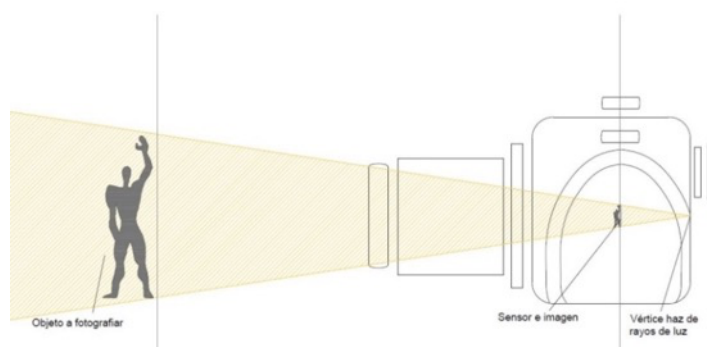
Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Se presenta una actividad que aúna el Teorema de Tales con la fotografía, buscando que los alumnos no lo vean como algo lejano y antiguo, sino con aplicación hoy día. Se aprovecha, a su vez, para dar nociones de historia y cultura general, tanto de Tales de Mileto como de la fotografía y su historia.

Para ello, se hace uso de la metodología *Flipped Classroom*, así como 1-2-4. El desarrollo de la actividad será:

0. Preparación de la actividad. El profesor prepara dos webs con Google Sites en los que colgará la siguiente información:
 - a. Site A: información sobre historia de la fotografía, desde su origen hasta su uso extendido en redes sociales hoy día, y el funcionamiento de una cámara de fotos (de manera simplificada), en especial la entrada de la luz y cómo ésta llega al sensor (ver figura siguiente).
 - b. Site B: información sobre Tales de Mileto y su vida, e información sobre el Teorema de Tales en particular. Se incluye, además, el cómo midió la Gran Pirámide de Keops.

Figura 7. Funcionamiento de una cámara.



Nota: esquema elaboración propia. Silueta Jeanneret-Gris (1945)

1. Puesta en acción de *Flipped Classroom*. Se agrupa en cuatro, y posteriormente se subdivide en parejas, una denominada A y otra B. Se encomienda la tarea de que investiguen por su cuenta en la web que se les ha asignado.
2. Puesta en común de conocimientos por pareja en el aula. Los alumnos de cada pareja intercambian los conocimientos que han adquirido durante su investigación en casa.
Duración: 15 minutos.
3. Unificación de conocimientos por grupo. Una vez las parejas de cada grupo se encuentran, deben poner en común los conocimientos que han adquirido previamente, produciendo un pequeño texto explicativo. Juntos podrán descubrir la aplicación de algo teórico (Teorema de Tales) en una aplicación real (cámara de fotos). En caso de necesidad, el profesor podrá encaminarlos. Duración: 15 minutos.
4. Resolución de problemas. Una vez que cada grupo ha aunado los conocimientos y ha establecido la relación, deberá resolver los siguientes problemas. Duración: 20 minutos.

“Tales mide 1,80m y quiere hacerse un selfie de manera que salga su cuerpo entero ocupando toda la foto, pero no sabe dónde ponerse. El sensor de la cámara mide 1cm de alto y del lado superior de éste al vértice por donde pasa el haz de los rayos hay 2cm. ¿Cuánto tiene que haber entre su cabeza y el vértice del haz de los rayos de luz?”

“Como no hay mucho espacio donde se quiere hacer el selfie, se tiene que acercar de manera que entre su cabeza y el vértice hay solamente 2 metros. ¿Hasta qué altura de su cuerpo aparecerá en la foto?”

Se puede ampliar combinándolo con el teorema de Pitágoras, indicando en este caso las distancias en proyección horizontal.

CONTENIDOS: C.3, C.4, C.12, P.2, P.3, P.9, A.5, A.7

OBJETIVOS: 3, 4, 7, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Primera parte individual, segunda en parejas, última en grupos de 4.

TEMPORALIZACIÓN: Trabajo previo en casa, una sesión en aula.

RECURSOS: Ordenadores/tablets. Acceso a internet. Cuaderno, papel o procesador de texto. Espacio que posibilite la agrupación. Google Sites creados por profesor.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1, tabla de observación 3 y rúbrica 2.

SESIÓN 5 (50 MINUTOS)

TÍTULO: De la fotografía a la realidad

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad para repasar el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones. Se emplea para ello el obtener medidas de objetos a través de una fotografía, introduciendo el concepto de restitución fotogramétrica.

1. Se proyecta un vídeo de *Youtube* en el que se ve la aplicación de la restitución fotogramétrica de un yacimiento arqueológico a partir de fotografías aéreas. Tras visionarlo, se les pregunta cómo es posible que, a partir de una serie de fotografías planas, se pueda conseguir un modelo tridimensional. Se van recibiendo las ideas de los alumnos hasta llegar a la triangulación y, consecuentemente, el Teorema de Pitágoras. Duración: 10 minutos.
2. Una vez los alumnos han llegado a Pitágoras, se les pide que refresquen la memoria y lo enuncien. Si no lo recuerdan, se les va dando pistas para que ellos sean quienes lo saquen por su propia cuenta. Duración: 5 minutos.
3. Tras ello, se proyectan una pequeña serie de imágenes en la que se puede hallar alguna medida a partir del conocimiento de otras mediante el uso del Teorema de Pitágoras. Se prosigue enseñando fotografías aéreas con sombra y se explica que conociendo la longitud de la sombra y a qué hora se hizo la foto es posible saber la altura de los objetos. Se les encomienda que, de manera involuntaria, investiguen sobre ello. Duración: 10 minutos
4. Se divide a la clase en grupo de 3 o 4 alumnos y a cada uno se les da una serie de fotografías. Los grupos han de trabajar con las fotografías, buscando referencias dentro de ellas para poder aplicar el Teorema de Pitágoras y así sacar otras medidas. Duración: 25 minutos.

CONTENIDOS: C.6, C.12, C.13, P.6, P.9, A.1, A.3, A.5, A.7, A.8

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Grupos de tres o cuatro alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, acceso a internet, vídeo de *Youtube*, serie de fotografías para trabajar el Teorema de Pitágoras.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 6 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Safari fotográfico tokiota

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad para introducir conceptos de ángulos, longitudes y áreas de polígonos, círculos y circunferencias. Se realizará mediante una actividad en equipo y trabajando mediante una Búsqueda del Tesoro mediante la plataforma *Genially*.

1. Se prepara una Búsqueda del Tesoro con *Genially* sobre la obra de Hiroharu Matsumoto, un fotógrafo en cuya obra la geometría cobra especial importancia. En esta Búsqueda del Tesoro las pruebas a superar implican la visualización de fotografías en las que aparecen polígonos, círculos, circunferencias y emplear los conceptos sobre ángulos, longitudes y áreas.
2. Se divide a la clase en grupos de cuatro alumnos, proporcionándole a cada uno un ordenador o tablet y el acceso a la Búsqueda del Tesoro. Cada grupo ha de conseguir superar todas las pruebas hasta el final. Duración: 40 min.
3. Una vez finalizada la Búsqueda del Tesoro, el profesor hará un resumen de los conceptos que se han visto.

CONTENIDOS: C.1, C.2, C.12, P.1, P.9, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 14,

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Grupos de cuatro alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, acceso a internet, Búsqueda del Tesoro realizada con *Genially*.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 7 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Esta figura me suena haberla visto antes...

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad para introducir los tipos de transformaciones geométricas que existen, así como el concepto de vector y coordenadas en el plano. Para ello se trabajará con una serie de fotografías que se basen en la seriación y en la que haya transformaciones geométricas isométricas.

1. Se comienza la clase proyectando una serie de fotografías de diferentes motivos, pero coincidiendo en que muestran isometrías de algún motivo. Las fotografías han de ser, preferiblemente, de diferentes temáticas, para que se vea que es algo que se puede encontrar en mosaicos, solerías de baldosas hidráulicas, arquitectura, ventanas, llantas de coches, etc. Se van lanzando preguntas a los alumnos para que vayan describiendo lo que ven y encuentren puntos en común. De esta manera se les infiere el concepto de que un motivo se puede *transformar* geoméricamente. Duración: 10 minutos.
2. Tras ello, se presenta lo que son las transformaciones geométricas, en particular, la isometría. Se les indica que existen las traslaciones, los giros o rotaciones y las simetrías. Duración: 10 minutos.
3. Posteriormente se abre en la proyección un perfil de la red social *Instagram*, viendo el *timeline* ordenado en forma de cuadrícula. Se les pide que indiquen qué fotografía les gusta más o les llama más la atención. A medida que vayan diciendo fotografías, se intenta que vayan localizándolas en función a su posición, para que así se empiece a trabajar el concepto de coordenadas. Una vez se ha llegado a ello, se explican las coordenadas en el plano. Duración: 10 minutos.
4. Se abre otro perfil de *Instagram*, pero preparado para que el *timeline* forme un fondo uniforme en el que destacan elementos, principalmente logotipos de redes sociales y marcas que les interesen. Se vuelve a trabajar como en la acción anterior, salvo que conduciendo hacia el concepto de vector. Al quedarse corta la pantalla de *Instagram* ya que en el eje X sólo cuenta con 3 fotografías, se abre un fotomontaje con un eje X

con muchas más fotografías. De esta manera se explica que los ejes son infinitos.

Duración: 15 minutos.

5. Finalmente, se divide a la clase en ocho grupos, asignándosele a cada uno una tarea para investigar y presentar en el aula en las siguientes sesiones. Los temas son: semejanzas y homotecias, traslaciones, giros en el plano, simetría central en el plano, giros en el espacio, simetría central en el espacio, simetrías axiales, simetría especular en el espacio. Duración: 5 minutos

CONTENIDOS: C.5, C.7, C.12, P.1, P.7, P.9, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 4, 7, 10, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Gran grupo y posteriormente ocho grupos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, serie de fotografías preparadas, perfiles de *Instagram*

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 8 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Sesión de trabajo 1

Actividad para reforzar conocimientos.

DESCRIPCIÓN: Sesión de trabajo de los grupos de cara al concurso. El profesor ejercerá como guía para aquellos grupos que lo precisen. Además, utilizará un espacio de 10 a 15 minutos de la sesión para mostrar ejemplos de fotografía matemática relacionados con los conceptos impartidos hasta el momento.

CONTENIDOS: C.1, C.2, C.3, C.4, C.5, C.6, C.7, C.12, C.13, C.14, P.1, P.2, P.3, P.4, P.5, P.6, P.7, P.8, P.9, A.1, A.2, A.3, A.4, A.5, A.6, A.7

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC

AGRUPAMIENTO: grupos de 4 o 5 alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, espacio para agruparse.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 2

SESIÓN 9 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Homotecias y traslaciones... ¿qué son?

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: En la presente actividad se trabajan las traslaciones, haciendo uso tanto del modelo *flipped classroom*, como fomentando que sean los mismos estudiantes quienes dirijan su propio aprendizaje y enseñanza a los demás.

0. El profesor revisa los trabajos y exposiciones que han preparado los grupos que tenían que profundizar en los temas de semejanzas y homotecias y traslaciones. Durante su preparación los guía para asegurarse de que contienen los conceptos teóricos a impartir y, en caso de que no sea posible, preparará material por su cuenta para suplir dicha carencia en el aula.
1. Exposición del grupo que ha de explicar semejanzas y homotecias. Duración: 20 minutos.
2. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. 5 minutos.
3. Exposición del grupo que ha de explicar traslaciones. Duración: 20 minutos.
4. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. Duración: 5 minutos
5. Se pide a los alumnos que no han expuesto que realicen una serie de problemas a través de la plataforma *Google Classroom*. Estos se basarán en semejanzas, homotecias y traslaciones en fotografías, las cuales se darán en su forma original y una copia con una cuadrícula y sistema de coordenadas superpuestos. Se corregirá a través de la plataforma.

CONTENIDOS: C.5, C.7, C.12, P.1, P.7, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 4, 7, 10, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Dos de los ocho grupos.

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, material complementario para ampliación de conocimientos, actividades en *Google Classroom*.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1, rúbrica 3

SESIÓN 10 (50 MINUTOS)

TÍTULO: ¿Y qué son los giros y las simetrías en el plano?

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: En la presente actividad se trabajan los giros y simetrías en el plano, haciendo uso tanto del modelo *flipped classroom*, como fomentando que sean los mismos estudiantes quienes dirijan su propio aprendizaje y enseñanza a los demás.

0. El profesor revisa los trabajos y exposiciones que han preparado los grupos que tenían que profundizar en los temas de giros en el plano, simetría central en el plano y simetrías axiales. Durante su preparación los guía para asegurarse de que contienen los conceptos teóricos a impartir y, en caso de que no sea posible, preparará material por su cuenta para suplir dicha carencia en el aula.
1. Exposición del grupo que ha de explicar giros en el plano. Duración: 12 minutos.
2. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. Duración: 5 minutos
3. Exposición del grupo que ha de explicar simetría central. Duración: 12 minutos.
4. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. Duración: 5 minutos
5. Exposición del grupo que ha de explicar simetría axial. Duración: 12 minutos
6. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. Duración: 5 minutos
7. Se pide a los alumnos que no han expuesto que realicen una serie de problemas a través de la plataforma *Google Classroom*. Estos se basarán en giros en el plano, simetrías centrales en el plano y simetrías axiales, utilizando fotografías, las cuales se darán en su forma original y una copia con una cuadrícula y sistema de coordenadas superpuestos. Se corregirá a través de la plataforma.

CONTENIDOS: C.5, C.7, C.12, P.1, P.7, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 4, 7, 10, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Tres de los ocho grupos.

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, material complementario para ampliación de conocimientos, actividades en *Google Classroom*.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1, rúbrica 3

SESIÓN 11 (50 MINUTOS)

TÍTULO: ... ¿y si son en el espacio?

Actividad de adquisición de nuevos conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: En la presente actividad se trabajan los giros y simetrías en el espacio, haciendo uso tanto del modelo *flipped classroom*, como fomentando que sean los mismos estudiantes quienes dirijan su propio aprendizaje y enseñanza a los demás.

0. El profesor revisa los trabajos y exposiciones que han preparado los grupos que tenían que profundizar en los temas de giros en el espacio, simetría central en el espacio y simetría especular en el espacio. Durante su preparación los guía para asegurarse de que contienen los conceptos teóricos a impartir y, en caso de que no sea posible, preparará material por su cuenta para suplir dicha carencia en el aula.
1. Exposición del grupo que ha de explicar giros en el espacio. Duración: 12 minutos.
2. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. Duración: 5 minutos
3. Exposición del grupo que ha de explicar simetría central en el espacio. Duración: 12 minutos.
4. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. Duración: 5 minutos
5. Exposición del grupo que ha de explicar simetría especular en el espacio. Duración: 12 minutos
6. *Feedback* y *feedforward* del profesor y ampliación de conocimientos si es necesario. Duración: 5 minutos
7. Se pide a los alumnos que no han expuesto que realicen una serie de problemas a través de la plataforma *Google Classroom*. Estos se basarán en giros en el espacio, simetrías centrales en el espacio y simetrías especulares en el espacio, utilizando fotografías, las cuales se darán en su forma original y una copia con una cuadrícula y sistema de coordenadas superpuestos. Se corregirá a través de la plataforma.

CONTENIDOS: C.5, C.7, C.12, P.1, P.7, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 4, 7, 10, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: Tres de los ocho grupos.

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, material complementario para ampliación de conocimientos, actividades en *Google Classroom*.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1, rúbrica 3

SESIÓN 12 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Sesión de trabajo 2

Actividad para reforzar conocimientos.

DESCRIPCIÓN: Sesión de trabajo de los grupos de cara al concurso. El profesor ejercerá como guía para aquellos grupos que lo precisen. Además, utilizará un espacio de máximo 10 minutos de la sesión para mostrar ejemplos de fotografía matemática relacionados con los conceptos impartidos hasta el momento. Al comienzo se dedicará 20 minutos para la exposición propuesta en la sesión anterior.

CONTENIDOS: C.1, C.2, C.3, C.4, C.5, C.6, C.7, C.8, C.9, C.10, C.11, C.12, P.1, P.2, P.3, P.4, P.5, P.6, P.7, P.8, P.9, A.1, A.2, A.3, A.4, A.5, A.6, A.7, A.8

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC

AGRUPAMIENTO: grupos de 4 o 5 alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, espacio para agruparse.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 2, rúbrica 3 para exposición.

SESIÓN 13 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Foto sin flash, estamos en un monumento

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Se presenta una actividad en la que hacer uso de las transformaciones, giros y rotaciones aprendidas previamente, a la vez que aprender sobre la herencia islámica en Andalucía.

1. Dividen a los alumnos en cuatro grupos, asignándole a cada uno un ejemplo de arquitectura andalusí: Alhambra de Granada, Alcázar de Sevilla, Mezquita de Córdoba y Medina Al-Zahara. Se les pide que investiguen sobre los mosaicos, frisos y demás patrones que hay, buscando fotos que los ejemplifiquen. El profesor procurará que en el caso de los monumentos cordobeses aparezca algún ejemplo de la proporción cordobesa, en caso de que no, lo puede aportar el profesor mismo.
2. Una vez realizada la investigación y seleccionadas las fotos, se pide que analicen, indicando qué transformaciones geométricas aparecen. Los alumnos deberán preparar un documento escrito con el análisis en sí, en el que pueden incluir material audiovisual. La entrega será a través de la plataforma *Google Classroom*.
3. El profesor coge las imágenes de la Mezquita de Córdoba y/o Medina Al-Zahara con la proporción cordobesa para así poder explicarla apoyándose en una proyección.

CONTENIDOS: C.7, C.12, C.13, C.14, P.9, A.3, A.5, A.6, A.7

OBJETIVOS: 3, 10, 12, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC

AGRUPAMIENTO: división en 4 grupos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión, trabajo en casa y presentación en siguiente sesión.

RECURSOS: PDI o proyector, espacio para agruparse, ordenadores/tablets, acceso a internet, fotografías con la proporción cordobesa, acceso a *Google Classroom*.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1 y rúbrica 4

SESIÓN 14 (50 MINUTOS)

TÍTULO: ¿Cómo es tu casa? ¿La fotografiamos?

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Sesión en la que se presentará los conceptos elementales de la geometría del espacio, rectas, planos, ángulos poliedros, perpendicularidad y paralelismo en el espacio. Para motivar al alumnado, ellos serán los que proporcionen el material de trabajo, buscándolo previamente.

0. Se les pide a los alumnos que hagan una búsqueda de fotografías e imágenes que sean de arquitectura, tanto exterior como interior. Como orientación se les da unos cuantos perfiles de redes sociales como *Instagram* dedicados a este tipo de fotografía. Lo que vayan seleccionando deberán subirlo a la plataforma *Google Classroom*.

Con las fotografías que suban los alumnos, el profesor buscará elementos de los conceptos a impartir, señalándolos en la fotografía, ej. Las aristas del encuentro de las paredes con el techo, esquinas, etc.

1. En clase se proyectan las fotografías, indicando los elementos señalados, para ir introduciendo los conceptos elementales de geometría del espacio (puntos, rectas, planos, ángulos poliedros, perpendicularidad en el espacio, paralelismo en el espacio, posiciones relativas). Se van lanzando preguntas para que respondan en gran grupo.
Duración: 50 min.
2. Se encomienda a los alumnos a hacer una serie de fotografías con su móvil o cámara en las que se puedan reconocer todos los elementos aprendidos, a subir a la plataforma *Google Classroom* y evaluar por el profesor.

CONTENIDOS: C.8, C.9, C.12, P.7, P.9, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 2, 3, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA

AGRUPAMIENTO: Gran grupo, trabajo individual

TEMPORALIZACIÓN: una sesión en aula y trabajo en casa

RECURSOS: PDI o proyector para visualización, acceso a internet, acceso a perfiles de Instagram, presentación preparada con las fotografías que seleccionen los alumnos.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1 y rúbrica 5

SESIÓN 15 (50 MINUTOS)

TÍTULO: ¿Salgo bien en la foto? Se pregunta la naturaleza.

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Se presenta una actividad que ocupa tanto esta sesión como la siguiente (sin contar la sesión de trabajo para el concurso), y en las que se trabajan los poliedros, tanto características como áreas y volúmenes. Se fomenta, además, el autoaprendizaje y la capacidad de transmitir conocimientos a los compañeros.

0. Empleo de *flipped classroom*, a través de la plataforma *Google Classroom*. Se emplea un vídeo en el que se explican definición, características y elementos de los poliedros, así como la fórmula de Euler y la diferenciación entre poliedros regulares e irregulares.
1. En aula se muestran una serie de fotografías de formaciones poliédricas en la naturaleza, tales como sistemas de cristalización de minerales, las formaciones basálticas de la Rapadura, los paneles de abeja, la formación en hexaedro del átomo de hierro, etc. Se les va enseñando otros tipos de fotografía diferentes a las que pueden hacer con su móvil en su día a día y que suelen necesitar de un equipamiento especial, tal como la fotografía macro, la fotografía macro, la captura de imágenes en un microscopio electrónico de barrido, etc. Además de ello, se les insta a que vayan a ir reconociendo que en esas fotos se forman figuras poliédricas. Duración: 25 min.
2. Se forman 9 grupos y a cada uno se les asigna una foto, en la que se puede apreciar uno de los siguientes poliedros: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro, icosaedro, primas, paralelepípedos, pirámide y tronco de pirámide. Cada grupo debe durante la clase identificar qué poliedro es el que aparece en su fotografía y empezar a investigar sobre sus características, área y volumen. Tras ello, ha de preparar una presentación de 5 minutos para exponer en la siguiente sesión, además de algún problema o actividad sobre su área y volumen para que sus compañeros lo resuelvan. Si no terminan durante el tiempo de clase, pueden continuar en casa. Duración: 25 min.

CONTENIDOS: C.8, C.9, C.12, P.1, P.7, P.9

OBJETIVOS: 2, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: División en 9 grupos

TEMPORALIZACIÓN: Trabajo previo en casa, 1 sesión, trabajo posterior en casa

RECURSOS: Acceso a *Google Classroom*, fotografías con poliedros en la naturaleza, PDI o proyector para visualización, acceso a internet, ordenador/tablet.

EVALUACIÓN: Procesual mediante tabla de observación 1

SESIÓN 16 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Sesión de trabajo 3

Actividad para reforzar conocimientos.

DESCRIPCIÓN: Sesión de trabajo de los grupos de cara al concurso. El profesor ejercerá como guía para aquellos grupos que lo precisen. Además, utilizará un espacio de 10 a 15 minutos de la sesión para mostrar ejemplos de fotografía matemática relacionados con los conceptos impartidos hasta el momento.

CONTENIDOS: C.1, C.2, C.3, C.4, C.5, C.6, C.7, C.8, C.9, C.10, C.11, C.12, P.1, P.2, P.3, P.4, P.5, P.6, P.7, P.8, P.9, A.1, A.2, A.3, A.4, A.5, A.6, A.7, A.8

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC

AGRUPAMIENTO: grupos de 4 o 5 alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, espacio para agruparse.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 2

SESIÓN 17 (50 MINUTOS)

TÍTULO: ¡Pues claro, la naturaleza siempre es fotogénica!

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Continuación de la actividad de la sesión anterior, en la que se trabajan los poliedros, tanto características como áreas y volúmenes. Se fomenta, además, el autoaprendizaje y la capacidad de transmitir conocimientos a los compañeros.

1. Exposición de cada uno de los 9 grupos, con un máximo de 5 minutos por grupo. Tras la exposición, además de recibir feedback/forward, presentan el problema que han diseñado y que colgarán tras la clase en la plataforma *Google Classroom*. Duración 50 minutos.

CONTENIDOS: C.8, C.9, C.12, P.1, P.7, P.9

OBJETIVOS: 2, 11, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, CEC

AGRUPAMIENTO: División en 9 grupos

TEMPORALIZACIÓN: Trabajo previo en casa, 1 sesión.

RECURSOS: Acceso a *Google Classroom*, PDI o proyector para visualización, acceso a internet, ordenador/tablet.

EVALUACIÓN: Procesual mediante tabla de observación 1 y rúbrica 6

SESIÓN 18 (50 MINUTOS)

TÍTULO: La tecnología tras el clic

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad en la que se trabajan los cuerpos de revolución y sus áreas, utilizando para ello el material fotográfico. Para ello el profesor irá a clase con diferentes objetivos de cámara fotográfica (siendo alguno de ellos un gran angular u ojo de pez), parasoles de objetivo y así como una presentación para proyectar con esquemas de la construcción de éstos.

1. Se enseña a los alumnos los objetivos, así como la presentación. En esta se hace hincapié en el conjunto formado por los anillos de enfoque y zoom, que tienen forma de cilindro, así como en la lente, que es parte de una esfera y, en un esquema, se vuelve al triángulo de la actividad *El selfie de Tales*, revolucionándolo y convirtiéndolo en el cono del ángulo de visión, el cual varía según cada objetivo. De esta manera, se les explica cómo se forman los cuerpos de revolución. Finalmente, se les muestra como si se utiliza un parasol inadecuado, la imagen queda cortada en la fotografía y, por tanto, el ángulo de visión es un tronco de cono en vez de un cono completo.
2. Una vez presentados los cuerpos de revolución, se les presenta las expresiones de las áreas laterales y totales tanto del cilindro como de la esfera y el cono.
3. Se les encomienda a resolver problemas de necesidad de material para fabricar un objetivo - calculando áreas de cilindro y esfera - y, por otro lado, el área que abarca el cono del ángulo de visión en un motivo fotográfico.

CONTENIDOS: C.8, C.10, P.9, A.1, A.3, A.7

OBJETIVOS: 3, 12, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD

AGRUPAMIENTO: gran grupo y trabajo individual

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, material fotográfico, presentación

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 19 (50 MINUTOS)

TÍTULO: Fotografía a vista de pájaro

Actividad para adquisición de conocimientos y poner en práctica lo aprendido.

DESCRIPCIÓN: Actividad en la que se presentará los sistemas de coordenadas terráqueas (en especial UTM) haciendo uso de ortofotos de lugares con interés geométrico como Manhattan, Brasilia, las Líneas de Nazca o el Delta del Ganges, mediante la herramienta *Google Earth*. Se muestra, además, el *Vuelo Americano*, a través de la web de visualización de cartografía de la Junta de Andalucía. De esta forma, los alumnos conocen otro tipo de fotografía que puede dar lugar a composiciones matemáticas interesantes.

1. Se agrupan a los estudiantes en parejas o grupos de tres, asignando a cada grupo un ordenador o tablet con *Google Earth*. Se les pide que vayan ingresando en el campo de búsqueda una serie de coordenadas que se les irá proporcionando. Cada búsqueda irá llevando a los alumnos a diferentes sitios del planeta cuya vista aérea sea particularmente singular, tales como las Líneas de Nazca, el del Delta del Ganges, Brasilia, Manhattan, etc. A medida que se les va dando coordenadas, se les pide que analicen los números que introducen, para que relacionen que una coordenada se mueve según un eje Norte – Sur y otra según un eje Este – Oeste.
2. Tras la búsqueda de los diferentes lugares, se les pide que hagan alejen la vista del programa para que se pueda ver el globo terráqueo al completo. Con esa visualización, se les explican el concepto de longitud, latitud, meridianos, paralelos y husos horarios.
3. Se les explica que con lo que han trabajado son ortofotos, otro tipo de fotografía que si bien, a priori no pueden realizarlas por ellos mismos, con un dron pueden tener resultados. Se les muestra que los lugares que han visitado muestran patrones y motivos propios de la fotografía matemática, señalando que cualquier ámbito es propenso a ser objeto de fotografía matemática. Finalmente, se les introduce la noción del *Vuelo Americano*, accediendo a la web y enseñando las primeras ortofotos que se realizaron en Andalucía.

CONTENIDOS: C.11, C.12, P.8, P.9, A.1, A.5, A.7, A.8

OBJETIVOS: 3, 13, 14

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA

AGRUPAMIENTO: parejas o grupos de 3

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, acceso a Google Earth, acceso a la web del Vuelo Americano de la Junta de Andalucía.

EVALUACIÓN: Procesual, mediante tabla de observación 1

SESIÓN 20 (50 MINUTOS)

TÍTULO: ¡Alea iacta est!

Presentación final del proyecto / concurso

DESCRIPCIÓN: Sesión final de la Unidad Didáctica en la que los alumnos presentarán las fotografías que han generado para el concurso, además de los textos explicativos. Se realizará en el espacio expositivo, en modo inauguración, y a cada grupo deberá realizar una pequeña presentación de su obra. Tras cada presentación se da un pequeño tiempo para preguntas, feedback y feedforward. Finalmente, el jurado delibera y establece los ganadores según las categorías que se hayan definido.

CONTENIDOS: C.1, C.2, C.3, C.4, C.5, C.6, C.7, C.8, C.9, C.10, C.11, C.12, C.13, C.14, P.1, P.2, P.3, P.4, P.5, P.6, P.7, P.8, P.9, A.1, A.2, A.3, A.4, A.5, A.6, A.7, A.8

OBJETIVOS: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

COMPETENCIAS CLAVE: CL, CMCT, CD, AA, CSC, SIE, CEC

AGRUPAMIENTO: grupos de 4 o 5 alumnos

TEMPORALIZACIÓN: una sesión

RECURSOS: PDI o proyector, espacio expositivo

EVALUACIÓN: Final, mediante rúbrica 1

Anexo B. Instrumentos de evaluación

a. Tablas de observación

Tabla 15. *Tabla de observación 1.*

Tabla de observación para evaluar el trabajo en clase	
Indicadores de actitud en clase	1 - 5
Está atento a las explicaciones del profesor/a	
Participa de forma activa en la clase	
Muestra interés por realizar las actividades planteadas en clase	
Trabaja de forma individual en el aula	
Ayuda a sus compañeros cuando realiza trabajo grupal	
Acepta las correcciones del profesor e intenta mejorar	
Aporta ideas para la resolución de problemas	
Utiliza las herramientas TIC con soltura	
Indicadores de actitud en realización de ejercicios y problemas	1 - 5
Hace los ejercicios y tareas que se le pide	
Muestra interés por realizar las actividades planteadas	
Acepta las correcciones del profesor e intenta mejorar	
Saca provecho y aprendizaje de las correcciones	
Aporta ideas para la resolución de problemas	
Utiliza estrategias adecuadas para la resolución de problemas	

Nota: Tabla de observación 1 para evaluar el trabajo en clase. Elaboración propia.

Tabla 16. *Tabla de observación 2.*

Tabla de observación para evaluar el trabajo en las sesiones de trabajo del concurso	
Indicadores grupales	1 - 5
Existe una participación conjunta en el grupo	
Las intervenciones dentro del grupo se realizan de manera respetuosa	
Se hace un uso provechoso del tiempo de trabajo grupal	
Se organizan y asignan las tareas a llevar a cabo	
Existe una buena convivencia con los otros grupos	
Indicadores individuales	1 - 5
Participa activamente dentro del grupo	
Respeto a sus compañeros y sus turnos de participación	
Lleva a cabo las tareas que se le asignan dentro de su grupo	
Ejerce un coliderazgo junto al resto de compañeros del grupo	
Presenta una actitud proactiva	
Presenta una actitud de respeto hacia los demás grupos	

Nota: Tabla de observación para evaluar sesiones de trabajo del concurso. Elaboración propia.

Tabla 17. *Tabla de observación 3.*

Tabla de observación para desarrollo general actividad <i>El selfie de Tales</i>	
Indicadores	1 - 5
Evidencia que ha realizado la investigación del <i>site</i> en casa	
Crea un diálogo constructivo con su pareja, intercambiando información y llegando a un consenso	
Fomenta el intercambio de información con la otra pareja, interesándose por enseñar y por aprender	
Participa de manera activa en la redacción del texto	
Participa de manera activa en la resolución del problema	

Nota: Tabla de observación 3 para el desarrollo de la actividad *El selfie de Tales*. Elaboración propia.

b. Rúbricas

Tabla 18. *Rúbrica 1.*

Rúbrica para evaluar el proyecto presentado en el concurso				
Indicadores	Sobresaliente 100%	Notable 75%	Aprobado 50%	Insuficiente 25%
Selección del contenido incluido en el proyecto (1,5 puntos)	El contenido cumple con creces con los requisitos exigidos en las bases, conteniendo 5 o más de los contenidos pedidos, sin repetir y la sexta fotografía es, inequívocamente, fotografía matemática.	El contenido cumple con los requisitos exigidos en las bases, conteniendo 5 de los contenidos pedidos, y la sexta fotografía puede considerarse fotografía matemática.	El contenido más o menos cumple con los requisitos exigidos en las bases, conteniendo la mayoría de las fotografías contenido de los pedidos.	El contenido no cumple con los requisitos exigidos, repite conceptos sin mostrar 5 diferentes y/o la sexta fotografía no se puede considerar matemática.
Adecuación del contenido escogido al temario (1,5 puntos)	El contenido se adecúa perfectamente al temario y se evidencia una correcta adquisición de contenidos	El contenido tiene una buena adecuación al temario, evidenciándose asimismo una buena adquisición de contenidos	Existe una adecuación no del todo completa del contenido al temario y la adquisición de contenidos no parece ser completa	No existe ni una buena adecuación de contenidos del temario ni adquisición de estos

Rúbrica para evaluar el proyecto presentado en el concurso				
Indicadores	Sobresaliente 100%	Notable 75%	Aprobado 50%	Insuficiente 25%
Originalidad e innovación en la temática y fotografías presentadas (1 punto)	Las fotografías son genuinamente originales e innovadoras tanto en temática y en su concepción	Las fotografías presentan un buen nivel de originalidad e innovación tanto en temática como en concepción	Las fotografías repiten algún esquema o tópico, pero en general se aprecia una labor en pos de buscar originalidad e innovación	Las fotografías no presentan originalidad e innovación, repiten temáticas y/o tópicos
Relación entre el texto y el contenido fotográfico (1,5 puntos)	Existe una clara conexión entre el texto presentado y las fotografías, siendo, además, expuesto de manera concisa y cuidadosa	Existe una conexión entre el texto y presentado y las fotografías, si bien hay alguna incoherencia o añadido que no se termina de entender	La conexión y relación entre el texto y las fotografías es aceptable, si bien o el texto está incompleto o añade bastantes conceptos que no se pueden relacionar con el material visual	No hay una relación y conexión entre texto y fotografías o, si la hay, es excesivamente pobre
Precisión, cohesión y exactitud del contenido del texto (1,5 puntos)	El texto está perfectamente cohesionado, es preciso y exacto en su contenido	Existe una buena cohesión, precisión y exactitud, si bien hay cosas no relacionadas o no del todo precisas	Se cohesionan conceptos, pero no del todo o existe cierta falta de precisión y cohesión.	No se aúnan conceptos
Redacción y claridad del texto (1 punto)	Texto claro, legible, bien redactado, buena expresión y sin faltas de ortografía	Texto redactado adecuadamente. Dos faltas de ortografía como máximo.	Se entiende de manera general el texto, pero no precisa. Tres faltas de ortografía como máximo.	El texto carece de una buena redacción, legibilidad y claridad. Cuatro o más faltas de ortografías.
Calidad fotográfica y compositiva (1 punto)	Las fotografías presentan un alto nivel de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado	Las fotografías presentan un buen nivel de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado	Las fotografías presentan un nivel aceptable de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado	Las fotografías presentan un nivel insuficiente de madurez visual, compositivo y artístico en relación con el nivel esperado

Rúbrica para evaluar el proyecto presentado en el concurso				
Indicadores	Sobresaliente 100%	Notable 75%	Aprobado 50%	Insuficiente 25%
Trabajo en equipo (1 punto)	Ha habido comunicación fluida y todos los miembros han participado por igual.	Ha habido buena comunicación, pero no ha habido una implicación equitativa por parte de un miembro.	La comunicación ha sido suficiente, pero uno de los miembros no ha participado.	No ha habido comunicación, dos o más miembros no han llegado a participar.

Nota: Rúbrica para evaluar el proyecto presentado en el concurso. Elaboración propia.

Tabla 19. *Rúbrica 2.*

Rúbrica para evidencias en actividad <i>El selfie de Tales</i>				
Indicadores	Sobresaliente 2 puntos	Notable 1,5 puntos	Aprobado 1 punto	Insuficiente 0,50 puntos
Contenido del texto	El texto incluye todos los contenidos esperados.	El texto incluye la mayor parte de los contenidos.	El texto no está totalmente completo, si bien muestra un entendimiento de los conceptos	Texto incompleto, no se recoge la información.
Cohesión	El texto está perfectamente cohesionado	Existe una buena cohesión, si bien hay cosas no relacionadas	Se cohesionan conceptos, pero no del todo	No se aúnan conceptos
Redacción y claridad	Texto claro, legible, bien redactado, buena expresión y sin faltas de ortografía	Texto redactado adecuadamente. Dos faltas de ortografía como máximo.	Se entiende de manera general el texto, pero no precisa. Tres faltas de ortografía como máximo.	El texto carece de una buena redacción, legibilidad y claridad. Cuatro o más faltas de ortografías.
Resolución de problemas	Se han resuelto correctamente los problemas, razonando y justificando debidamente cómo se ha llegado a la solución.	Se han resuelto correctamente los problemas, pero no se justifica ni muestra del todo el razonamiento seguido.	Se han resuelto los problemas, pero no hay ni justificación ni se muestra razonamiento alguno.	No se han resuelto correctamente los problemas.

Rúbrica para evidencias en actividad <i>El selfie de Tales</i>				
Indicadores	Sobresaliente 2 puntos	Notable 1,5 puntos	Aprobado 1 punto	Insuficiente 0,50 puntos
Trabajo en equipo	Ha habido comunicación fluida y todos los miembros han participado por igual.	Ha habido buena comunicación, pero no ha habido una implicación equitativa por parte de un miembro.	La comunicación ha sido suficiente, pero uno de los miembros no ha participado.	No ha habido comunicación, dos o más miembros no han llegado a participar.

Nota: Rúbrica para evidencias en actividad *El selfie de Tales*. Elaboración propia.

Tabla 20. *Rúbrica 3.*

Rúbrica para evidencias de las exposiciones de isometrías				
Indicadores	Sobresaliente 2 puntos	Notable 1,5 puntos	Aprobado 1 punto	Insuficiente 0,50 puntos
Adecuación del contenido	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada	El contenido se adecúa en un buen nivel a la tarea encomendada	El contenido, si bien se adecúa a la tarea encomendada, presenta alguna incoherencia	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta excesivas incoherencias
Conceptos expuestos	Los conceptos sobre isometrías expuestos son correctos y muy precisos, e incluso profundizan en el tema	Los conceptos expuestos sobre isometrías son correctos, con buena precisión	El nivel de los conceptos expuestos sobre isometrías es aceptable, pudiendo contener algún fallo subsanable	El nivel de los conceptos sobre isometrías es insuficiente y/o presenta excesivos errores
Documentación y material de apoyo	La documentación y material de apoyo empleado es excelente, está trabajado y bien seleccionado y/o realizado	La documentación y el material de apoyo es bueno, aportando información y comprensión	La documentación y el material de apoyo es suficiente, si bien presenta algunos fallos salvables	La documentación y el material de apoyo no es suficiente ni bueno, contiene errores de bulto
Oratoria	Se emplea una buena vocalización y pronunciación, así como un volumen adecuado y un control postural, mirando a la audiencia	Buena pronunciación, pero no así la vocalización o viceversa, voz algo alta o baja, postura apoyada, si bien mira a la audiencia	Pronunciación y vocalización aceptables, voz baja o alta, no controla la postura e incluso alguna vez da la espalda al público	Problemas con la vocalización y pronunciación, así como empleo de un volumen que hace que no se le escuche bien o que sea tan alto que resulte molesto o

Rúbrica para evidencias de las exposiciones de isometrías				
Indicadores	Sobresaliente 2 puntos	Notable 1,5 puntos	Aprobado 1 punto	Insuficiente 0,50 puntos
				agresivo. No se dirige a la audiencia y no tienen control de su postura
Secuenciación	La exposición cuenta con una buena estructura y secuenciación de contenidos.	La exposición y secuenciación se realiza de manera bastante ordenada	Existen algunos errores, repeticiones o la secuenciación no es del todo lógica	No se aprecia orden alguno o hay una excesiva repetición de conceptos

Nota: Rúbrica para evidencias de las exposiciones de isometrías. Elaboración propia.

Tabla 21. Rúbrica 4.

Rúbrica para evidencias trabajo sobre mosaicos				
Indicadores	Sobresaliente 2 puntos	Notable 1,5 puntos	Aprobado 1 punto	Insuficiente 0,50 puntos
Adecuación del contenido	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada	El contenido se adecúa en un buen nivel a la tarea encomendada	El contenido, si bien se adecúa a la tarea encomendada, presenta alguna incoherencia	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta excesivas incoherencias
Conceptos expuestos	Los conceptos son correctos y muy precisos, e incluso profundizan en el tema	Los conceptos son correctos, con buena precisión	El nivel de los conceptos es aceptable, pudiendo contener algún fallo subsanable	El nivel de los conceptos es insuficiente y/o presenta excesivos errores
Cohesión	El texto está perfectamente cohesionado	Existe una buena cohesión, si bien hay cosas no relacionadas	Se cohesionan conceptos, pero no del todo	No se aúnan conceptos
Redacción y claridad	Texto claro, legible, bien redactado, buena expresión y sin faltas de ortografía	Texto redactado adecuadamente. Dos faltas de ortografía como máximo.	Se entiende de manera general el texto, pero no precisa. Tres faltas de ortografía como máximo.	El texto carece de una buena redacción, legibilidad y claridad. Cuatro o más faltas de ortografías.

Rúbrica para evidencias trabajo sobre mosaicos				
Indicadores	Sobresaliente 2 puntos	Notable 1,5 puntos	Aprobado 1 punto	Insuficiente 0,50 puntos
Trabajo en equipo	Ha habido comunicación fluida y todos los miembros han participado por igual.	Ha habido buena comunicación, pero no ha habido una implicación equitativa por parte de un miembro.	La comunicación ha sido suficiente, pero uno de los miembros no ha participado.	No ha habido comunicación, dos o más miembros no han llegado a participar.

Nota: Rúbrica para evidencias trabajo sobre mosaicos. Elaboración propia.

Tabla 22. *Rúbrica 5.*

Rúbrica para evidencias trabajo sobre elementos en el espacio				
Indicadores	Sobresaliente 2,5 puntos	Notable 1,8 puntos	Aprobado 1,3 puntos	Insuficiente 0,7 puntos
Adecuación del contenido	Aparecen todos los contenidos estudiados en la unidad didáctica de forma clara	Aparecen todos los contenidos estudiados en la unidad didáctica, pero no de forma clara o falta alguno	Faltan algunos de los contenidos estudiados en la unidad didáctica, pero el nivel de conocimiento demostrado es suficiente	Faltan bastantes de los contenidos estudiados, con lo que el nivel de conocimiento demostrado es insuficiente
Calidad de las imágenes	Las imágenes presentadas tienen muy buena claridad, nitidez y la resolución del archivo es correcta	Las imágenes presentadas tienen buena claridad, nitidez y resolución	Las imágenes presentadas tienen una claridad, nitidez y resolución aceptables	Las imágenes presentadas tienen una claridad, nitidez y resolución insuficientes
Compaginación de conceptos	Cada fotografía muestra más de un concepto de manera simultánea	Algunas fotografías muestran más de un concepto de manera simultánea	Sólo una o dos fotografías muestran más de un concepto de manera simultánea	Ninguna fotografía muestra más de un concepto de manera simultánea
Originalidad y creatividad	Las fotografías recurren a motivos totalmente originales, creativos e innovadores	Las fotografías presentan bastante originalidad y creatividad	Las fotografías cuentan con cierta originalidad y creatividad	Las fotografías carecen de originalidad y creatividad

Nota: Rúbrica para evidencias trabajo sobre elementos en el espacio. Elaboración propia.

Tabla 23. Rúbrica 6.


Rúbrica para evidencias de la exposición sobre poliedros				
Indicadores	Sobresaliente 100%	Notable 75%	Aprobado 50%	Insuficiente 25%
Adecuación del contenido (2 puntos)	El contenido se adecúa perfectamente a la tarea encomendada	El contenido se adecúa en un buen nivel a la tarea encomendada	El contenido, si bien se adecúa a la tarea encomendada, presenta alguna incoherencia	El contenido no se adecúa a la tarea encomendada o presenta excesivas incoherencias
Conceptos expuestos (2 puntos)	Los conceptos expuestos sobre poliedros son correctos y muy precisos, e incluso profundizan en el tema	Los conceptos sobre poliedros expuestos son correctos, con buena precisión	El nivel de los conceptos sobre poliedros expuestos es aceptable, pudiendo contener algún fallo subsanable	El nivel de los conceptos sobre poliedros es insuficiente y/o presenta excesivos errores
Documentación y material de apoyo (1,5 puntos)	La documentación y material de apoyo empleado es excelente, está trabajado y bien seleccionado y/o realizado	La documentación y el material de apoyo es bueno, aportando información y comprensión	La documentación y el material de apoyo es suficiente, si bien presenta algunos fallos salvables	La documentación y el material de apoyo no es suficiente ni bueno, contiene errores de bulto
Oratoria (1,5 puntos)	Se emplea una buena vocalización y pronunciación, así como un volumen adecuado y un control postural, mirando a la audiencia	Buena pronunciación, pero no así la vocalización o viceversa, voz algo alta o baja, postura apoyada, si bien mira a la audiencia	Pronunciación y vocalización aceptables, voz baja o alta, no controla la postura e incluso alguna vez da la espalda al público	Problemas con la vocalización y pronunciación, así como empleo de un volumen que hace que no se le escuche bien o que sea tan alto que resulte molesto o agresivo. No se dirige a la audiencia y no tienen control de su postura
Secuenciación (1,5 puntos)	La exposición cuenta con una buena estructura y secuenciación de contenidos.	La exposición y secuenciación se realiza de manera bastante ordenada	Existen algunos errores, repeticiones o la secuenciación no es del todo lógica	No se aprecia orden alguno o hay una excesiva repetición de conceptos
Actividad propuesta (1,5 puntos)	La actividad propuesta para que los compañeros la resuelvan se adecúa perfectamente al nivel y conocimientos del temario	La actividad propuesta para que los compañeros la resuelvan se adecúa en términos generales bien al nivel y conocimientos del temario	La actividad propuesta para que los compañeros la resuelvan se adecúa al nivel y conocimientos del temario, si bien puede presentar elementos no acordes	La actividad propuesta para que los compañeros la resuelvan no se corresponde ni al nivel ni a los conocimientos del temario

Nota: Rúbrica para evidencias de la exposición sobre poliedros. Elaboración propia.

Anexo C. Materiales

Sesión 6

Figura 8. Ejemplo de la búsqueda del tesoro con Genially.




Día 4. La triangulación

...de repente apareció esa señora con el paraguas y entendí que tenía ante mí el encuadre perfecto. Tras sacar la fotografía, fui a hablar con la señora, pero cuando llegué, ella me dijo lo siguiente:
- Me pregunto, si cada adoquín cuadrado del suelo mide 15 cm de lado, ¿cuál es el área de cada triángulo?
Tras mucho pensar, di con la respuesta, que era

Nota. Adaptado de *Untitled* [Fotografía] por H. Matsumoto (<https://www.hiroharumatsumoto.com/>)

Figura 9. Ejemplo de la búsqueda del tesoro con Genially.

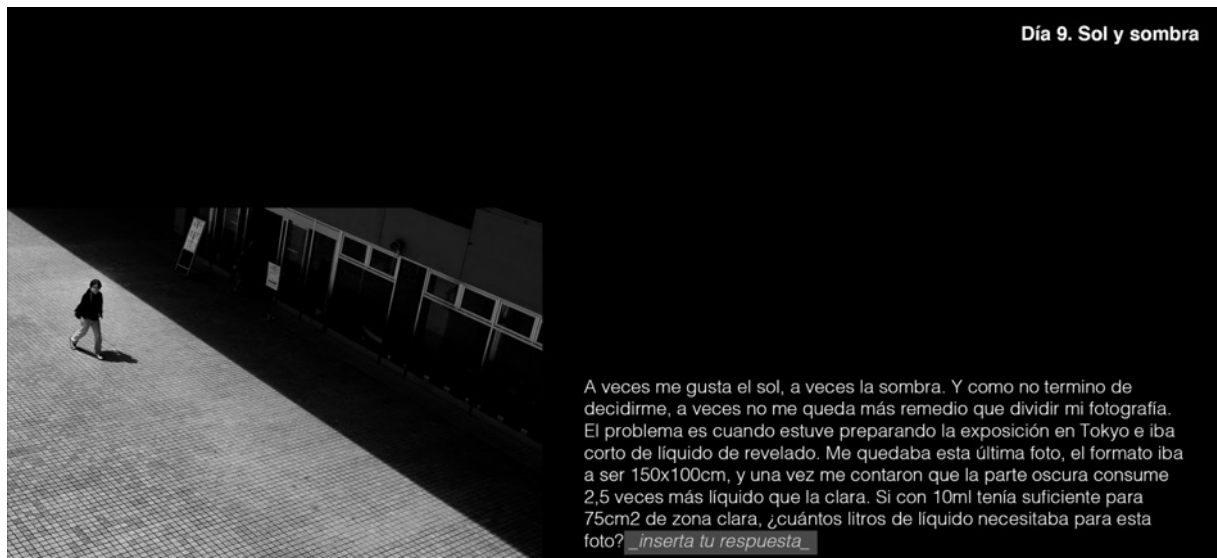


Día 5. Circulando

De las cosas que más me gustan de Tokyo está la movilidad. Hay mil y una maneras diferentes de moverte por la ciudad, y algunas bastante interesantes, como el Segway que conseguí fotografiar. Buscando la proporción de la foto, me di cuenta de que la longitud de la rueda es tres veces la de las líneas verticales. Si estas miden 4 metros, ¿qué diámetro tiene la rueda del Segway?

Nota. Adaptado de *Untitled* [Fotografía] por H. Matsumoto (<https://www.hiroharumatsumoto.com/>)

Figura 10. Ejemplo de la búsqueda del tesoro con Genially.



Nota. Adaptado de *Untitled* [Fotografía] por H. Matsumoto (<https://www.hiroharumatsumoto.com/>)

Sesión 7

Figura 11. Baldosas hidráulicas con motivo de isometrías.



Nota. Adaptado de *JA Interiors* [Fotografía] por S. Erras (<http://blog.jainteriors.es/2017/07/14/guia-para-elegir-baldosas-hidraulicas-ideas-materiales-disponibles-y-todo-lo-que-necesitas-saber/>)

Figura 12. Lagartos de Escher.



Nota. Adaptado de *El bosque encantado* [Imagen] por M.C. Escher (<http://aulainfantil-susana.blogspot.com/2017/06/m-c-escher-y-sus-lagartos.html?m=1>)

Figura 13. Seriación (isometría) de ventanas.



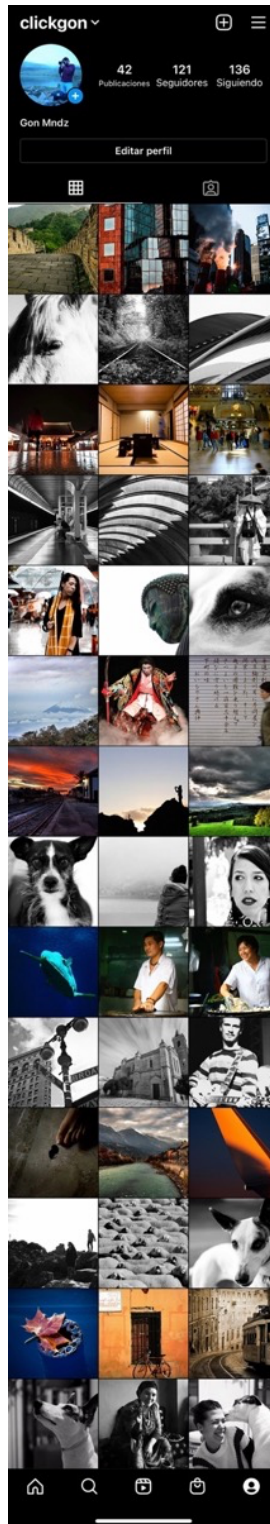
Nota. Adaptado de *One of the gloomiest and most depressing buildings located by the river Oder in Wrocław* [Fotografía], por Czerwinski, C, 2018, Unsplash (<https://unsplash.com/photos/X8RkmxF1XEY>). CC BY 2.0

Figura 14. Llanta de coche con motivos de isometría (giros).



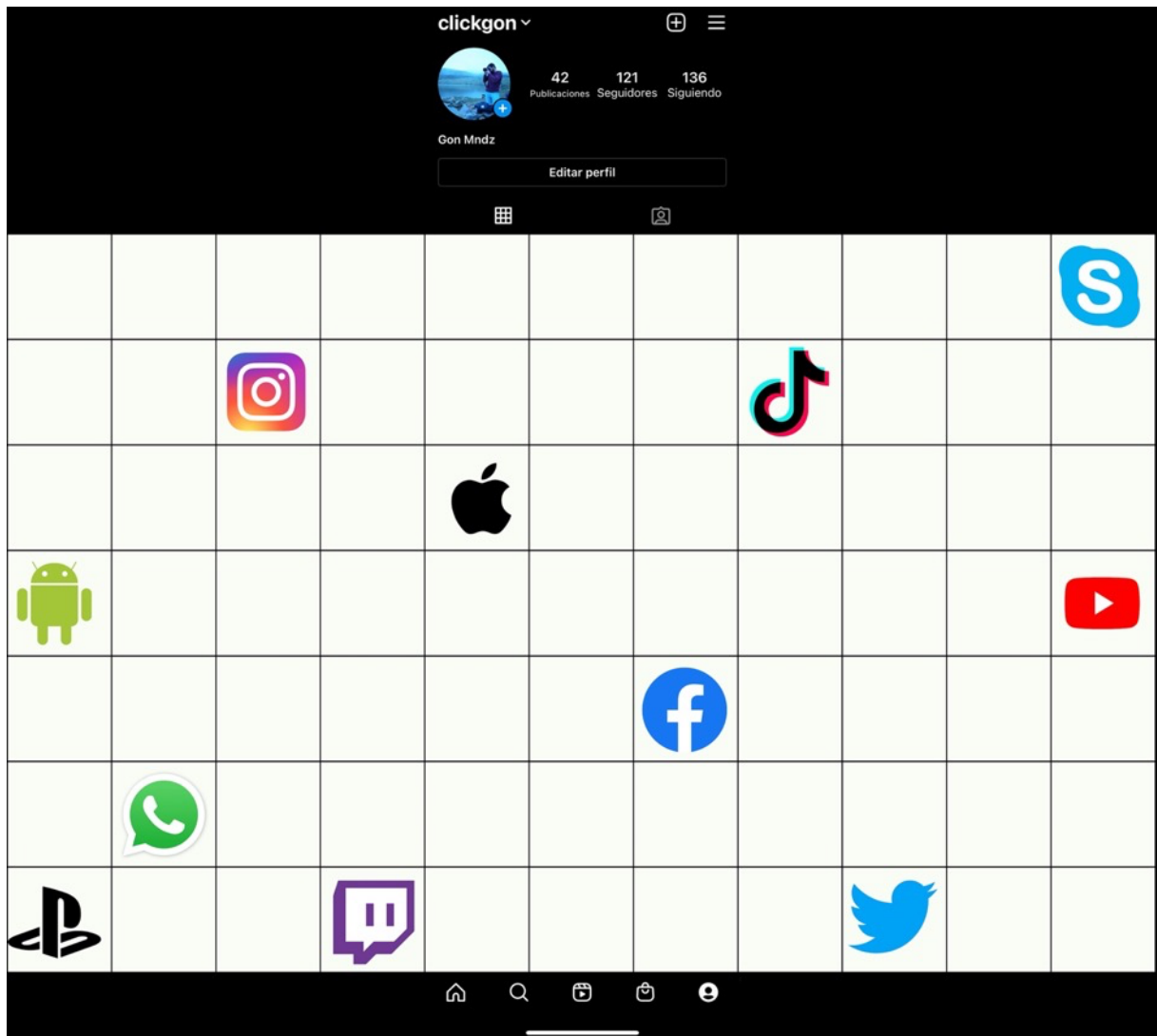
Nota. Adaptado de *Autonoción: todo lo que debes saber sobre llantas* [Fotografía], por Prieto, A. 2018, (<https://www.autonocion.com/todo-lo-que-debes-saber-sobre-las-llantas-como-elegir-la-mejor-materiales-fabricacion-y-tamanos/>).

Figura 15. Perfil de Instagram para trabajar coordenadas.



Nota. Adaptado de Perfil de Instagram de @clickgon [Fotografía], por Mendoza, G. 2021
(<https://www.instagram.com/clickgon/>)

Figura 16. Montaje de perfil de Instagram para trabajar vectores.



Nota. Adaptado de *Perfil de Instagram de @clickgon* [Fotografía], por Mendoza, G. 2021

(<https://www.instagram.com/clickgon/>) Logotipos de Android, Apple, Facebook, Instagram, Playstation, Skype, Tiktok, Twitch, Twitter, Whatsapp, Youtube.

Sesión 18

Figura 17. Sección de objetivo para explicar sección de cuerpos de revolución (cilindro).



Nota. Adaptado de FotoNostra: *Objetivos y lentes* [imagen] por FotoNostra
(<https://www.fotonostra.com/fotografia/objetivos.htm>)

Figura 18. Objetivo ojo de pez, formado a partir de una esfera.



Nota. Adaptado de Xataka Foto [imagen] por Juan Carlos López
(<https://www.xatakafoto.com/samyang/samyang-ha-dado-a-conocer-su-nuevo-objetivo-ojo-de-pez-para-full-frame-el-12-mm-f-2-8-ed-as-ncs>)

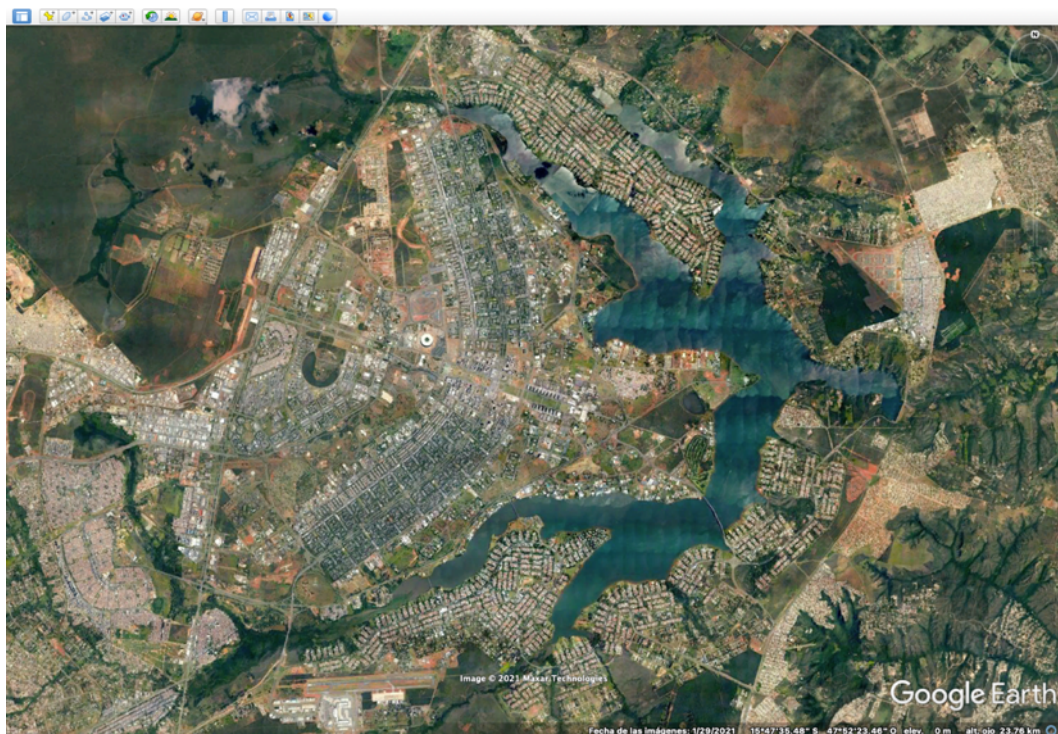
Figura 19. Teleobjetivo, formado a partir de un cilindro.



Nota. Adaptado de Foto24 [imagen] por Marina León López (<https://blog.foto24.com/nuevo-teleobjetivo-tamron-70-210mm/>)

Sesión 19

Figura 20. Brasilia.



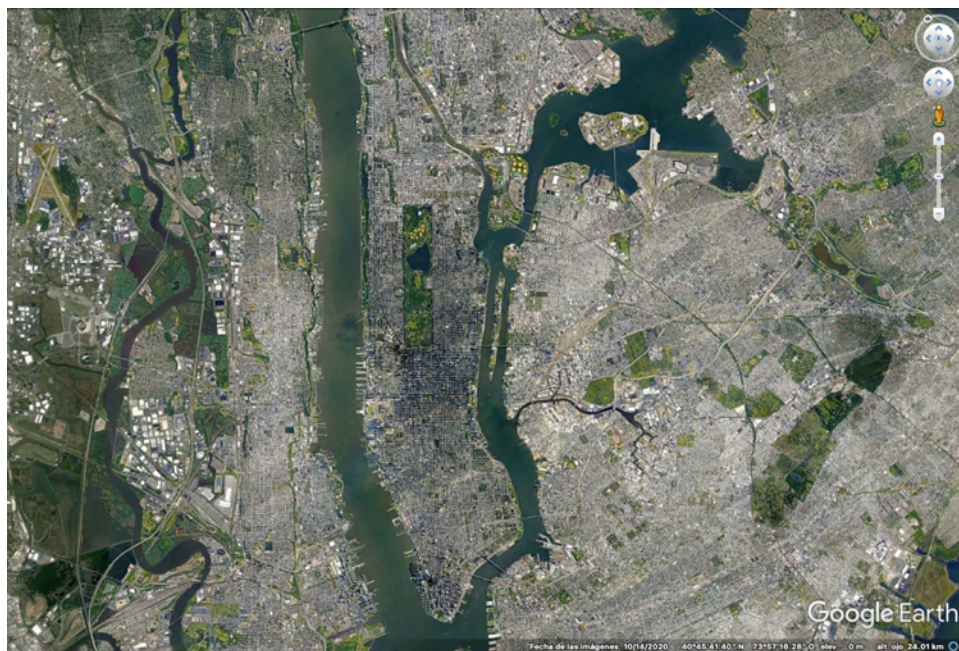
Nota. Adaptado de Google Earth [imagen]

Figura 21. Delta del Ganges.



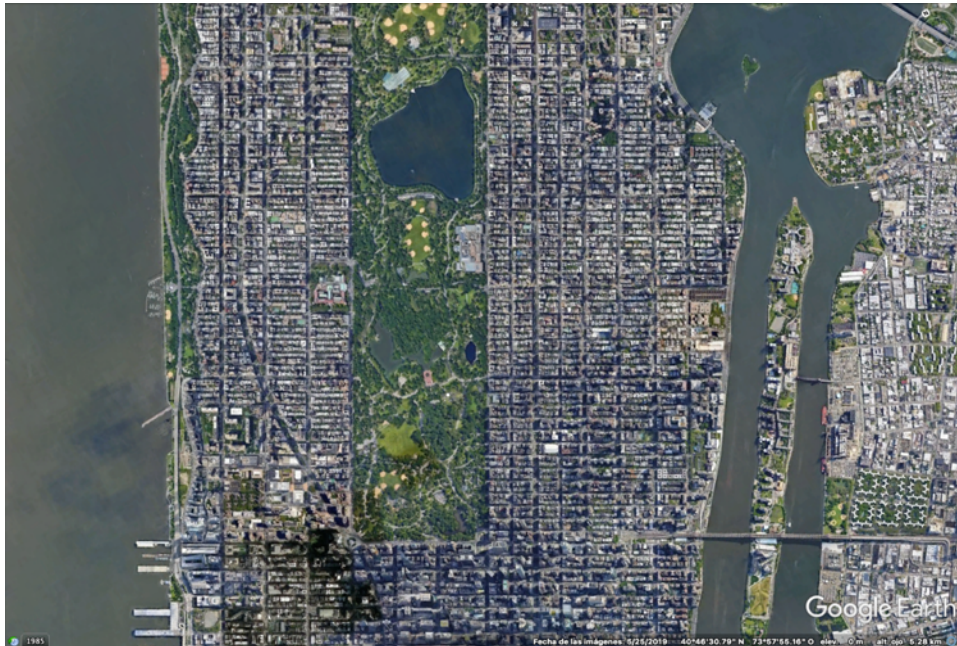
Nota. Adaptado de *Google Earth* [imagen]

Figura 22. Manhattan.



Nota. Adaptado de *Google Earth* [imagen]

Figura 23. Manhattan (detalle).



Nota. Adaptado de Google Earth [imagen]

Figura 24. Mono de Nazca.



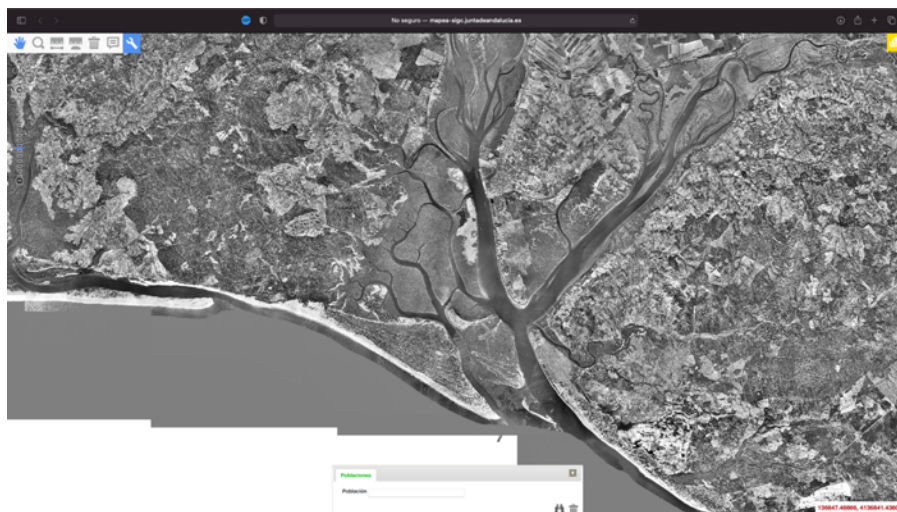
Nota. Adaptado de Google Earth [imagen]

Figura 25. Araña de Nazca.



Nota. Adaptado de *Google Earth* [imagen]

Figura 26. Ejemplo de ventana del visor del Vuelo Americano.



Nota. En la imagen aparece la ciudad de Huelva. Adaptado de *Ortofoto de Andalucía 1956-57 (Vuelo General de España de 1956)* [Herramienta SIG], por Junta de Andalucía, 2021

Anexo D. Contextualización del centro

El centro escogido para el desarrollo de la Unidad Didáctica es el IES J.I. Luca de Tena, situado en Sevilla, ciudad que cuenta con 691.395€ habitantes en 2020 (INE) y es capital de la Comunidad Autónoma de Andalucía.

El centro fue fundado en 1965, si bien emplazándose en un edificio distinto al actual, y mudándose a este en 1981. Este edificio se encuentra en la Calle Pirineos S/N, en el barrio de la Huerta del Pilar del distrito de Nervión. Se trata de una zona que se desarrolló inicialmente a principios del siglo XX y posteriormente vivió dos épocas de gran crecimiento durante la década de 1960 y desde finales de la década de 1980 hasta comienzos del siglo XXI. Es una zona de nivel socioeconómico medio-alto, con gran actividad comercial y empresarial.

En las inmediaciones del centro educativo se encuentran el dos colegios, ambos de carácter concertado y que cuentan con estudios de secundaria, además de un colegio de educación infantil y primaria, de titularidad pública y cuyos alumnos, tras terminar primaria, suelen pasar a secundaria al centro objeto de esta intervención.

Además de los alumnos provenientes de este colegio, el Instituto recibe alumnos de la barriada de Torreblanca y de Parque Alcosa, barrios con un nivel socioeconómico menor, que, si bien no están cerca, tienen buena conexión mediante transporte público. En la etapa de bachillerato recibe también alumnos de los colegios concertados indicados previamente, así como de otros colegios concertados de la zona.

El centro educativo cuenta con 560 alumnos (IES Luca de Tena, 2020). En el caso concreto de 3º de ESO, cada grupo cuenta con 30 alumnos, habiendo dos en los que se imparte la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. En el anexo F puede encontrarse una autorización del centro para usar su nombre y datos en el presente trabajo.

Anexo E. Marco Normativo

a. Objetivos de etapa

En la siguiente tabla se desarrollan los objetivos de etapa que aplican para la presente intervención, según el artículo 11 del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre y el artículo 3.2 del Decreto 111/2016 de 14 de junio. Además, se incluye la relación que existe con las competencias clave de acuerdo con lo establecido en la Orden ECD/65/2015 de 21 de enero.

Tabla 24. *Objetivos de etapa.*

Objetivos de etapa	Comp.
a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.	CSC
b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.	AA SIE
c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.	CSC
d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.	CSC
e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.	CL CMCT CDT

Objetivos de etapa	Comp.
f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.	CMCT
g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.	SIE AA
h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.	CL
i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.	CL
j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.	CEC
l) Apreiciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.	CEC
n) Conocer y apreciar los elementos específicos de la cultura andaluza para que sea valorada y respetada como patrimonio propio y en el marco de la cultura española y universal.	CEC

Nota: adaptada de RD 1105/2014 de 26 de diciembre y D 111/2016 de 14 de junio

b. Objetivos de área

Tabla 25. *Objetivos de área.*

Objetivos de área	
1	Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2	Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.

Objetivos de área	
3	Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
4	Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
5	Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensibles a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
6	Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
7	Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
8	Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
9	Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos prácticos y utilitario de las matemáticas.
10	Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
11	Valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura andaluza, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual, apreciar el conocimiento matemático acumulado por la humanidad y su aportación al desarrollo social, económico y cultural.

Nota: adaptado de Orden 14 de julio de 2016

Anexo F. Encuestas de evaluación

a. Cuestionario para alumnado

Tabla 26. Cuestionario para el alumnado.

¿Qué te ha parecido el tema de Geometría y Fotografía?					
Valora de 1 a 5, donde 1 es la nota más baja y 5 la más alta	1	2	3	4	5
Sobre el profesor					
Te ha gustado la metodología que ha empleado					
Te ha atendido tal y como esperabas					
Ha mostrado interés en ti y en la asignatura					
Si no estás de acuerdo con alguno de los puntos o quieres añadir algo, aquí puedes:					
Sobre las clases					
Los recursos que se han empleado han sido suficientes					
Te han gustado los recursos utilizados					
Te han parecido variadas y atractivas					
Te has divertido					
Has aprendido					
Si no estás de acuerdo con alguno de los puntos o quieres añadir algo, aquí puedes:					
Sobre los temas					
Te han parecido interesantes					
Te han parecido novedosos					
Han servido para aprender mejor la geometría					
Han servido para aprender más allá de las matemáticas					
Te han motivado					
Si no estás de acuerdo con alguno de los puntos o quieres añadir algo, aquí puedes:					
Sobre el trabajo en grupo					
Te has sentido cómodo en tus grupos de trabajos					
Has aprendido de tus compañeros					
Ha potenciado tu aprendizaje de la materia					
Si no estás de acuerdo con alguno de los puntos o quieres añadir algo, aquí puedes:					

Nota: elaboración propia

b. Cuestionario para la familia

Tabla 27. Cuestionario para la familia.

Encuesta de valoración de la Unidad Didáctica de Geometría					
Valore de 1 a 5, donde 1 es la nota más baja y 5 la más alta	1	2	3	4	5
Sobre el profesor					
Está conforme con la metodología empleada					
Ha llevado a cabo un correcto seguimiento del alumno					
Ha informado correctamente a la familia del desarrollo de la Unidad Didáctica					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					
Sobre las clases					
Los recursos que se han empleado han sido útiles y suficientes					
Han resultado variadas y atractivas para el alumnado					
Han servido para mejorar el aprendizaje del alumnado					
Han mejorado la motivación del alumnado					
Han resultado de provecho					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					
Sobre los temas					
Le han parecido interesantes					
Le han parecido novedosos					
Han servido para un mejor aprendizaje de la geometría					
Han servido para aprender más allá de las matemáticas					
Han mejorado la motivación del alumnado					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					
Objetivos					
Las actividades son adecuadas para el alumnado					
Se ha realizado un correcto aprovechamiento de la Unidad Didáctica					
El alumnado ha aprendido los contenidos de la Unidad Didáctica					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					

Nota: elaboración propia

c. Autoevaluación para el docente

Tabla 28. Autoevaluación para el docente.

Autovaloración de la Unidad Didáctica de Geometría					
Valore de 1 a 5, donde 1 es la nota más baja y 5 la más alta	1	2	3	4	5
Sobre el profesor					
Está conforme con la metodología empleada					
Ha llevado a cabo un correcto seguimiento del alumno					
Ha informado correctamente a la familia del desarrollo de la Unidad Didáctica					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					
Sobre las clases					
Los recursos que se han empleado han sido útiles y suficientes					
Han resultado variadas y atractivas para el alumnado					
Han servido para mejorar el aprendizaje del alumnado					
Han mejorado la motivación del alumnado					
Han resultado de provecho					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					
Sobre los temas					
Le han parecido interesantes					
Le han parecido novedosos					
Han servido para un mejor aprendizaje de la geometría					
Han servido para aprender más allá de las matemáticas					
Han mejorado la motivación del alumnado					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					
Objetivos					
Las actividades son adecuadas para el alumnado					
Se ha realizado un correcto aprovechamiento de la Unidad Didáctica					
El alumnado ha aprendido los contenidos de la Unidad Didáctica					
Si no está de acuerdo con alguno de los puntos o quiere añadir algo, aquí puede:					

Nota: elaboración propia

Anexo G. Autorización del instituto objeto de la intervención

Yo, **RAÚL M^º AGER VÁZQUEZ**, en nombre del I.E.S. J. I. Luca de Tena de la ciudad de Sevilla del que soy **DIRECTOR / JEFE DE ESTUDIOS**, autorizo a Gonzalo Mendoza Cortés a utilizar el nombre y datos descriptivos del Instituto para su inclusión en el Trabajo Final del Máster Universitario en Formación del Profesorado, Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, especialidad de Matemáticas y con título *Matemáticas en la fotografía: Aprendizaje activo en la enseñanza de Geometría de 3º de ESO*.

En Sevilla, a 20 de mayo de 2021



Fdo. Raúl M^º Ager Vázquez